

联合星载 GNSS 与星间距离变化率的低轨 卫星实时定轨精度分析

钟胜坚^{1,2}, 王小亚^{1,2,3}, 李敏⁴, 罗鹏^{1,2}, 李亚博¹

(1. 中国科学院 上海天文台, 上海 200030; 2. 中国科学院大学 天文与空间科学学院, 北京 100049; 3. 上海市空间导航与定位技术重点实验室, 上海 200030; 4. 山东大学 空间科学与技术学院, 威海 264209)

摘要: 针对星间测距辅助低轨卫星实时定轨受系统常偏限制的问题, 提出融合星载 GNSS (Global Navigation Satellite System) 与星间距离变化率 (inter-satellite range rate, RRT) 的协同定轨方法。利用 RRT 的高精度相对速度约束, 在无需估计常偏且不依赖事后精密星历进行常偏标定的条件下构建滤波模型。GRACE-FO 实测结果表明: RRT 增强了双星耦合与精度均衡性, 弱观测卫星 GRACE-D 三维精度由 13.4 cm 提升至 7.0 cm。定轨精度与测距常偏预标定所得精度相当, 且显著缩短收敛时间, 有效抑制几何构型恶化引起的轨道波动, 提升了定轨稳定性。

关键词: 实时协同定轨; 星间距离变化率; 扩展卡尔曼滤波; GRACE-FO
中图分类号: P228 **文献标识码:** A

1 引言

星间链路 (inter-satellite link, ISL) 技术的快速发展正在推动低地球轨道 (low Earth orbit, LEO) 卫星定轨与导航体系向更高自主性方向演进。除了承担高速数据传输任务外, ISL 还为卫星提供独立的高精度星间距和星间距变化率 (inter-satellite range rate, RRT), 使在缺乏地面支撑或外部导航信号时仍可实现协同定轨。尽管基于 GNSS (Global Navigation Satellite System) 的 LEO 卫星定轨仍是主流^[1-3], 但 GNSS 与 ISL 的深度融合被认为是提升系统自主性与可靠性的关键发展方向^[4]。

为了应对基于星载 GNSS 观测的精密定轨的局限, 利用 ISL 进行协同定轨已成为当前的研究热点。北斗三号卫星导航系统 (BeiDou-3 Navigation Satellite System, BDS-3) 的成功实践, 表明 ISL 能够显著提升星座的自主定轨能力与空间基准稳定性^[5,6]。现有的 LEO 星座协同定轨研究多聚焦于利用 ISL 的星间几何距离观测值作为强约束^[4,7,8]。虽然星间测距观测值精度

收稿日期: 2026-01-27; 修回日期: 2026-02-26

资助项目: 国家自然科学基金 (12373076, 42204015); 上海市空间导航与定位技术重点实验室 (06DZ22101); 天文基准专项 (JZZX-0102)

通讯作者: 王小亚, wxy@shao.ac.cn

较高(优于微米级),但其物理本质属于载波相位测量,不可避免地包含未知的整周模糊度或系统常偏^[9-11]。在实时定轨框架下,这一常偏参数与轨道状态存在较强耦合关系,通常需要将常偏作为附加参数进行估计,或依赖事后精密星历进行预标定^[7,12]。这在一定程度上增加了模型复杂度,并降低了系统的自主运行能力。

与星间测距不同,星间距变化率作为距离对时间的导数,规避了测距系统常偏的影响。在 GRACE-FO(Gravity Recovery And Climate Experiment Follow-On)等重力卫星任务中,所搭载的 K 波段测距系统(K-band ranging system, KBR)和激光干涉测距仪(laser ranging interferometer, LRI)的星间测速精度已达到微米量级,被广泛用于地球重力场反演^[13]。RRT 观测本质是对相对速度施加约束,但在高精度动力学模型约束下,其高精度的相对速度信息能够有效抑制位置误差的累积漂移。相比星间测距观测,RRT 在实时定轨应用中具有模型简洁、参数维数不扩展、无需事后精密星历进行常偏预标定等潜在优势。

尽管 RRT 在重力卫星任务中已得到成熟应用,但目前将其系统性引入 LEO 实时协同定轨的研究仍相对有限,尤其缺乏在真实星载观测条件下对其定轨性能与收敛特性的定量评估。因此,有必要进一步研究 RRT 观测在实时协同定轨中的作用机理与应用潜力,为未来低轨星座自主导航提供技术参考。

基于此,本文提出一种融合星载 GNSS 与星间 RRT 观测的扩展卡尔曼滤波(extended Kalman filter, EKF)协同定轨方法。该方法在不引入星间测距常偏参数、亦不依赖外部精密星历的条件下,构建双星耦合定轨模型,并利用 RRT 提供的高精度相对速度约束改善实时定轨性能。基于 GRACE-FO 卫星实测数据的地面仿实时回放处理实验,系统评估了所提方法相对于传统基于 GNSS 观测的 LEO 定轨及基于 GNSS 和星间距观测协同定轨方案的精度、收敛与稳定性表现。

2 实时协同定轨模型

2.1 星载 GPS 观测模型

为有效削弱电离层折射误差对精密定轨的影响,通常采用双频消电离层(ionosphere-free, IF)组合作为观测量。同时,由于 LEO 卫星的运行轨道高度高于对流层,因此模型中不再引入对流层改正项。在惯性系下,线性化后的非差 IF 组合伪距 P_{IF} 与载波相位 L_{IF} 观测方程可表示为:

$$\begin{cases} P_{\text{IF}} = \rho_0 + \mathbf{e}^T \cdot \mathbf{x} + c \cdot (\delta t_r - \delta t^s) + \varepsilon_{\text{P,IF}} \\ L_{\text{IF}} = \rho_0 + \mathbf{e}^T \cdot \mathbf{x} + c \cdot (\delta t_r - \delta t^s) + \lambda_{\text{IF}} \cdot N_{\text{IF}} + \varepsilon_{\text{L,IF}} \end{cases}, \quad (1)$$

其中, ρ_0 为 LEO 卫星概略位置和 GNSS 卫星之间的几何距离, $\mathbf{e}$ 为接收机指向 GNSS 卫星的视线方向单位向量, $\mathbf{x}$ 为 LEO 卫星位置改正向量,即待估参数向量, c 为光速, δt_r 和 δt^s 分别为接收机钟差和 GNSS 卫星钟差, λ_{IF} 为 IF 组合等效波长; N_{IF} 为 IF 组合整周模糊度, $\varepsilon_{\text{P,IF}}$ 和 $\varepsilon_{\text{L,IF}}$ 分别为表示测量噪声及多路径等综合误差项。

2.2 星间距变化率观测模型

GRACE-FO 搭载的 KBR 测量系统采用双向单程测距 (dual one-way ranging, DOWR)^[14,15], 能够有效抵消两颗卫星晶振的一阶相对钟差与相对钟漂^[15-17]。这一特性使得星间观测数据可以忽略相对钟差对星间测量的影响。

星间距变化率反映了卫星间的相对速度在视线方向上的投影, 其几何表达式为:

$$\dot{\rho} = \mathbf{e}_{AB}^T \cdot (\mathbf{v}_B - \mathbf{v}_A) + \varepsilon, \quad (2)$$

其中, $\dot{\rho}$ 为星间距变化率, $\mathbf{v}_A$ 和 $\mathbf{v}_B$ 分别为两个卫星在惯性系下的速度矢量, ε 为测量噪声, $\mathbf{e}_{AB}$ 为卫星 A 指向 B 的视线单位向量, 定义为:

$$\mathbf{e}_{AB} = \frac{\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A}{\|\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A\|}, \quad (3)$$

其中, $\mathbf{r}_A$ 和 $\mathbf{r}_B$ 分别表示两个卫星在惯性系下的位置矢量。

在星间测距模型中, 系统常偏是一个不可忽略且难以实时解算的常数项。然而, 在星间距变化率模型中, 由于系统常偏在连续观测弧段内保持稳定, 其对时间的导数近似为零。因此, RRT 观测方程极大地削弱了系统常偏的影响, 无需在滤波器中增设额外的待估参数, 简化了待估参数状态空间。

RRT 观测值对速度 $\mathbf{v}$ 的偏导数由视线向量决定, 表示为:

$$\frac{\partial \dot{\rho}}{\partial \mathbf{v}_B} = \mathbf{e}^T, \quad \frac{\partial \dot{\rho}}{\partial \mathbf{v}_A} = -\mathbf{e}^T. \quad (4)$$

由于位置变化会引起视线方向 $\mathbf{e}$ 的改变, 进而影响相对速度在视线上的投影, 其对位置的偏导数为:

$$\frac{\partial \dot{\rho}}{\partial \mathbf{r}_B} = \frac{1}{\rho} (\mathbf{v}_{AB}^T - \dot{\rho} \cdot \mathbf{e}^T), \quad \frac{\partial \dot{\rho}}{\partial \mathbf{r}_A} = -\frac{1}{\rho} (\mathbf{v}_{AB}^T - \dot{\rho} \cdot \mathbf{e}^T), \quad (5)$$

其中, ρ 表示卫星之间的几何距离, $\mathbf{v}_{AB} = \mathbf{v}_B - \mathbf{v}_A$ 为相对速度矢量。

该偏导数模型表明, 距离变化率观测值不仅对相对速度有约束, 同时通过视线方向变化对相对位置具有间接约束作用。

2.3 滤波估计算法

2.3.1 状态向量定义

本文采用 EKF 对双星轨道状态进行协同估计。与基于星间测距的定轨方案不同, 由于 RRT 观测不引入稳定系统常偏项, 滤波状态向量中无需扩展星间测距常偏参数。

双星系统的待估参数向量 $\mathbf{x}$ 定义为:

$$\mathbf{x} = [\mathbf{x}_A^T, \mathbf{x}_B^T]^T, \quad (6)$$

其中, 下标 A 和 B 表示 LEO 卫星。单星状态 $\mathbf{x}_i$ 表示为:

$$\mathbf{x}_i = [\mathbf{r}^T, \mathbf{v}^T, c \cdot \delta t, C_D, C_R, \mathbf{a}_{\text{emp}}^T, \mathbf{N}^T]^T, \quad (7)$$

其中, $\mathbf{r}$ 和 $\mathbf{v}$ 表示地心惯性坐标系下的三维位置和速度矢量, c 和 δt 分别表示光速和接收机钟差, C_D 、 C_R 分别表示大气阻力系数与太阳光压辐射系数, $\mathbf{a}_{\text{emp}}$ 包含径向 (radial)、切向 (along-track) 和法向 (cross-track) 的经验加速度参数, 用于吸收其他未建模的非保守力摄动, $\mathbf{N}$ 表示模糊度参数向量。

需要说明的是, 由于 GRACE-FO 搭载的 KBR 测量系统采用了双向单程测距 (DOWR) 方式, 有效抵消了一阶相对钟差与相对钟漂的影响, 因此 RRT 观测模型中忽略了星间相对钟差的影响。

2.3.2 协同观测矩阵构造

EKF 的核心机制在于通过增益矩阵将观测残差映射到状态修正空间。在协同定轨模式下, 总观测设计矩阵 (雅可比矩阵) $\mathbf{H}_k$ 表现为分块稀疏耦合结构。

对于星载 GNSS 观测值, 其仅与各卫星自身的状态相关, 因此在 $\mathbf{H}_k$ 中呈现为分块稀疏结构, 即与另一颗卫星状态相关的偏导子块为零, 不存在交叉耦合项:

$$\mathbf{H}_{\text{GNSS}} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{\text{GNSS,A}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}_{\text{GNSS,B}} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

其中, $\mathbf{H}_{\text{GNSS},i}$ 为单星 GNSS 观测对状态向量 $\mathbf{x}_i$ 的偏导数矩阵。

对于星间 RRT 观测值, 表现为两个卫星之间的相对速度, 其观测方程同时涉及到两颗卫星的位置与速度, 即在设计矩阵中引入了非零的交叉耦合子块:

$$\mathbf{H}_{\text{RRT}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{\rho}}{\partial \mathbf{x}_A} & \frac{\partial \dot{\rho}}{\partial \mathbf{x}_B} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

其中, $\mathbf{H}_{\text{RRT}}$ 为 RRT 观测对两个卫星状态向量 $\mathbf{x}_A$ 和 $\mathbf{x}_B$ 的偏导数矩阵。

综合 GNSS 与 RRT 两类观测值, 协同系统的总观测方程可表示为:

$$\mathbf{y}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{\text{GNSS}} \\ \mathbf{H}_{\text{RRT}} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \quad (10)$$

其中, $\mathbf{y}_k$ 表示观测值与理论计算值之差 (observed minus computed, OMC), $\mathbf{v}_k$ 表示测量噪声向量。

2.3.3 EKF 滤波器模型

EKF 滤波器主要包含时间更新和测量更新两个步骤。在程序实现中, 为了削弱计算机舍入误差的影响, 保证方差协方差矩阵的对称正定, 本文采用 Joseph 形式的协方差更新公式^[18]。滤波方程可表示为:

$$\begin{aligned} \text{时间更新: } \mathbf{x}_k^- &= \Phi_{k,k-1} \cdot \mathbf{x}_{k-1}^+ + \omega_k, & \mathbf{P}_k^- &= \Phi_{k,k-1} \cdot \mathbf{P}_{k-1}^+ \cdot \Phi_{k,k-1}^T + \mathbf{Q}_k \\ \text{测量更新: } \mathbf{K}_k &= \mathbf{P}_k^- \cdot \mathbf{H}_k^T \cdot (\mathbf{H}_k \cdot \mathbf{P}_k^- \cdot \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \\ \mathbf{x}_k^+ &= \mathbf{x}_k^- + \mathbf{K}_k \cdot (\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \cdot \mathbf{x}_k^-) \\ \mathbf{P}_k^+ &= \mathbf{P}_k^- - \mathbf{K}_k \cdot [\mathbf{H}_k \cdot \mathbf{P}_k^- \cdot \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k] \cdot \mathbf{K}_k^T \end{aligned} \quad (11)$$

其中,上标“-”和“+”分别表示先验状态和验后状态, $\Phi_{k,k-1}$ 表示从 $k-1$ 时刻到 k 时刻的状态转移矩阵, ω_k 和 Q_k 分别表示状态噪声及其对应的方差协方差矩阵, P_k 表示待估参数的方差协方差矩阵, K_k 表示卡尔曼增益矩阵, R_k 为测量噪声对应的方差协方差矩阵。需要说明的是,先验状态向量 x_k^- 和状态转移矩阵 $\Phi_{k,k-1}$ 一般通过对变分方程积分求解得到^[9,19]。

3 实验数据与模型

为验证所提出 GNSS+RRT 协同定轨方法的性能,本文选取 GRACE-FO 双星实测数据开展仿实时定轨实验。实验采用地面数据回放方式模拟实时处理流程,即按照观测历元顺序依次读取星载 GNSS 与 KBR Level-1B 数据。因此,该实验能够真实反映实时滤波框架下模型与观测配置对定轨性能的影响。

实验时段为 2021 年 6 月 1 日至 10 日。GRACE-FO 为双星编组飞行,且官方发布的 Level-1B 数据同时提供了双星之间有偏距离以及有偏距离变化率。数据处理过程中采用了法国空间研究中心(Centre National d'Etudes Spatiales, CNES)发布的实时 SSR(state-space representation)产品,包括卫星轨道、钟差以及信号偏差(observable-specific signal, OSB)。

需要指出的是,KBR Level-1B 中的 RRT 采用 CRN-class 数字滤波器进行带限重建,并通过滤波权函数的解析时间导数生成连续意义上的一阶导数。因此,该测速观测并非由星间距离产品进行简单历元差分得到,而是在低通重建基础上形成的解析速度量,可有效避免差分算子对高频噪声的放大,并获得微米每秒量级的低噪声相对速度观测^[13,20,21]。

3.1 实验数据

(1) 星载 GPS 观测数据

采用美国喷气推进实验室(Jet Propulsion Laboratory, JPL)发布的 Level-1B GPS1B 数据文件,包含双频伪距与载波相位观测值。观测数据经消电离层组合构造 IF 伪距与载波相位观测值。

(2) KBR 星间距离变化率数据

采用 KBR1B 数据文件中的星间距离变化率观测值。该产品已包含官方提供的光行时改正、天线相位中心改正及时间标记改正等预处理项。

(3) GPS 实时产品

采用了 CNES 提供的实时产品,包括 GPS 卫星轨道、卫星钟差以及 OSB 文件,以匹配仿实时定轨处理场景。

此外,采用 JPL 发布的 GRACE-FO 事后精密轨道作为标准轨道,以评估定轨结果的精度。

3.2 模型与参数解算策略

卫星动力学模型方面,采用了简化动力学策略,即在精确建模重力场、潮汐等保守力的基础上,通过在 RTN 方向估计经验加速度来吸收未建模的非保守力误差。

关于滤波器的随机模型,为了避免滤波器随时间推移出现协方差过收敛,导致对新观测值失去敏感性甚至发散,在时间更新阶段对位置、速度及动力学参数等状态向量引入了过程

噪声。本文采用随机游走 (random walk) 模型描述上述状态参数噪声特性, 并为其配置相应的噪声协方差, 如表 1 所示。

表 1 待估参数向量初始标准差以及状态噪声对应的标准差

参数	初始标准差 (σ_0)	过程噪声标准差 (σ_{noise})
位置	$1.0 \times 10^3 \text{ m}$	$1.0 \times 10^{-3} \text{ m}$
速度	$1.0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$	$1.0 \times 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
大气阻力系数 C_D	1.0	1.0×10^{-1}
太阳辐射压系数 C_R	1.0	1.0×10^{-1}
经验加速度	$1.0 \times 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$	$1.0 \times 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
接收机钟差	10.0 m	$1.0 \times 10^{-1} \text{ m}$
模糊度	50.0 m	0.0 m

针对 RRT 观测值, 其精度设置为 $10 \text{ } \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, 略偏保守, 以避免对星间距变化率观测赋予过高权值。在该噪声水平下, RRT 能够提供稳定可靠的相对速度约束, 而不会对滤波过程产生过度约束。此外, 采用基于标准化验后残差的迭代 DIA (Detection, Identification, and Adaptation) [22,23] 策略进行实时质量控制, 以剔除粗差。该方法无需依赖单位权中误差估计, 适用于历元观测数量有限的 EKF 实时滤波场景。表 2 列出详细的动力学模型与参数估计设置。需要说明的是, 考虑到本文面向星上实时计算的算力限制, 重力场截断阶数折中设置为 80 阶。若条件允许提高力模型阶数, 各方案的精度将进一步提升, 但基于 RRT 的相对精度增益机制保持不变。

4 实验与结果分析

本章基于 GRACE-FO 卫星实测数据, 对所提出的 GNSS 和 RRT 协同定轨策略进行系统的性能评估。实验采用数据回放方式模拟实时滤波处理流程, 旨在通过不同观测组合方案的对比分析, 定量考察星间距变化率在改善 LEO 卫星定轨精度及增强系统鲁棒性方面的贡献。特别地, 针对传统 GNSS 和星间距协同定轨方案中星间距系统常偏需要实时解算的问题, 本章以基于精密星历预标定常偏的理想化测距方案为参考基准, 重点论证 RRT 观测在无需引入星间测距常偏参数及外部精密星历支持的条件下, 实现协同定轨的可行性。分析工作将从轨道外符合精度、滤波器收敛性能以及轨道平滑性等多个维度展开。

4.1 实验方案设计

为了系统评估 RRT 在低轨卫星实时协同定轨中的性能, 并对比其与传统星间测距方案在定轨精度与模型复杂度上的差异, 本文设计了以下三种实验方案。

(1) GPS-Only, 仅利用星载 GPS 观测数据进行定轨。该方案作为基础对照组, 用于评估无星间链路辅助条件下的定轨性能。

(2) GPS+Range, 联合使用星载 GPS 和 KBR 星间距观测值。需要特别说明的是, 该方案作为横向对照基准, 采用了理想化的处理策略: 利用 JPL 发布的事后精密轨道预先计算并标

表 2 模型及参数估计策略

项目	策略/模型
GPS 观测模型	双频无电离层组合观测；截止高度角为 1° ；采样间隔为 10 s
GPS 观测精度	载波相位为 0.02 周；伪距为 1.0 m
RRT 观测模型	KBR1B 星间距变化率；采样间隔为 10 s
RRT 观测精度	$10\text{ }\mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
GPS 轨道与钟差	CNES RTS 实时产品
GPS 卫星硬件延迟	CNES PPP-WIZARD 实时 OSB
GPS 卫星天线改正	igs14.atx ^[24]
接收机天线改正	PCO 与 PCV
LEO 卫星姿态	Level-1B 文件
地球定向参数	IERS Bulletin A
重力场模型	EIGEN-6c (80 × 80) ^[25]
地球固体潮	IERS conventions 2010 ^[26]
海潮	FES2004 (20 × 20) ^[27]
极潮	IERS conventions 2010 ^[26]
相对论效应	IERS conventions 2010 ^[26]
太阳辐射压模型	Macro-model ^[28]
大气阻力模型	NRLMSISE-00 ^[29]
经验加速度	R, T, N 方向
估计器	EKF
数值积分器	Runge-Kutta-Fehlberg 7(8) ^[30]
积分步长	5 s

定了 KBR 系统常偏，从而消除实时滤波过程中星间测距常偏估计对定轨结果的影响。

(3) GPS+RRT，联合使用星载 GPS 和 KBR RRT 观测值。该方案利用 RRT 在连续观测弧段内不包含稳定系统常偏的特性，在无需增加星间测距常偏状态参数、亦不依赖外部精密轨道产品的条件下，实现双星实时协同定轨。

针对 GPS+Range 中涉及的测距系统常偏标定及数据预处理，本文采用以下具体策略。

(1) 有偏距离连续性检测与分段

对 KBR1B 中的有偏距离时间序列做一阶历元差分，基于差分值探测相位跳变或仪器重置事件；若探测到跳变，将观测弧段进行切分，对各分弧段独立处理。

(2) 系统常偏精密标定

以事后精密星历计算的星间几何距离作为参考真值，计算其与 KBR1B 有偏距离的差值序列，并利用差值序列的均值作为当前连续弧段的系统常偏改正数。

(3) 观测值校正与恢复

利用标定后的常偏改正数及 KBR1B 文件中提供的光行时与天线相位中心改正项^[11]，对原始有偏距离进行修正，恢复星间几何距离观测值，用于 GPS+Range 的滤波解算。

基于上述策略，对 2021 年 6 月 1 日至 10 日的 KBR 观测数据进行预处理。分析结果表

明, 实验期间仅在 6 月 9 日和 10 日探测到系统常偏跳变事件。图 1 展示了 2021 年 6 月 9 日的有偏距离原始序列、历元间一阶差分序列、经系统常偏标定后的残差序列以及跳变处的细节图。图 1c) 中, 红色虚线标记跳变发生时刻, 跳变前系统常偏为 $-116\ 894.671\text{ m}$, 跳变后为 $-116\ 736.749\text{ m}$ 。此外, 数据完整性检查显示, 在第 7 820 至 7 835 历元期间存在 14 个历元的 RRT 数据缺失。

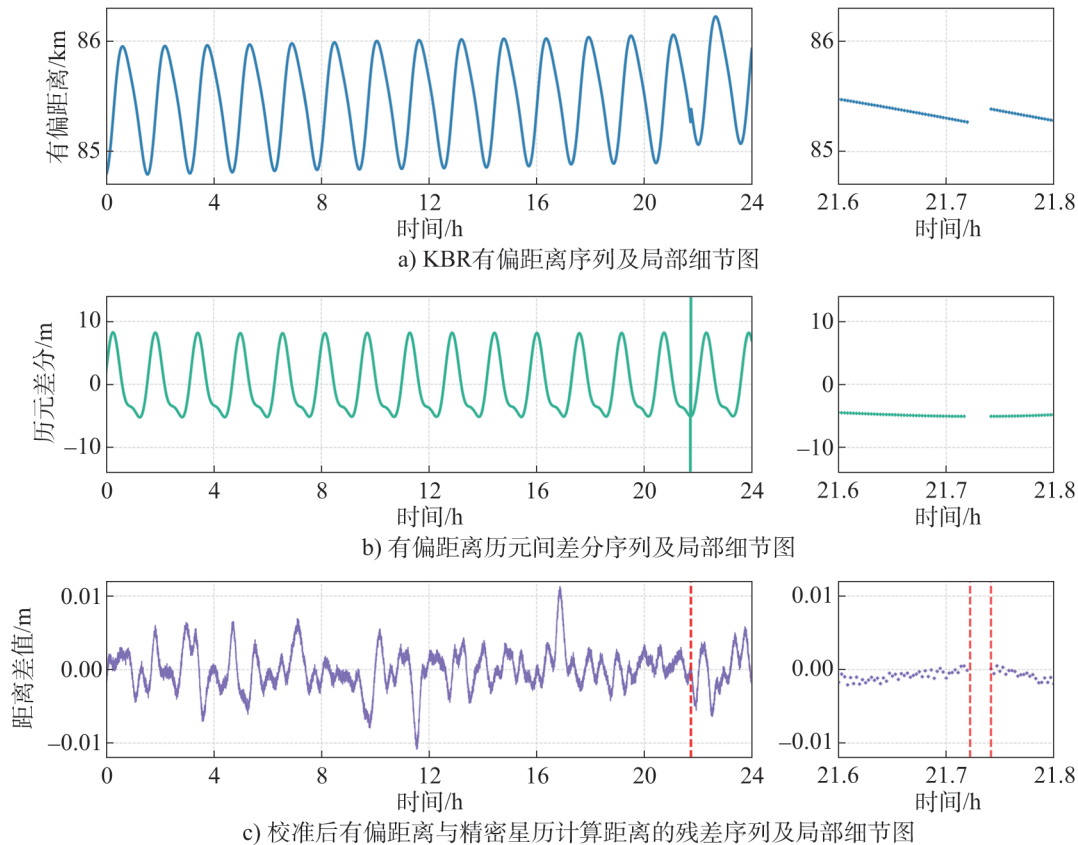


图 1 KBR1B 数据预处理与常偏标定结果 (以 2021 年 6 月 9 日为例)

4.2 定轨精度对比分析

为了量化评估星间距离变化率对 LEO 卫星实时定轨精度的提升效果, 并对比其与传统星间测距协同方案的性能差异, 本文统计了 2021 年 6 月 1 日至 10 日期间 GRACE-C/D 双星在三种实验方案下的轨道外符合精度。以 JPL 发布的事后精密轨道作为参考轨道, 计算了各方案在 $3D$ 、 R 、 T 以及 N 方向与参考轨道残差的均方根误差 (root mean square, RMS)。需要说明的是, 统计的 RMS 仅涵盖滤波器收敛后的稳定弧段, 以客观反映稳态定轨性能。收敛时间定义为从滤波器启动开始, 直至 $3D$ 误差首次连续 5 min 优于 10 cm 所需的时间。三种方案实验期间的定轨精度统计结果如图 2 所示, 同时表 3 展示了实验期间的平均轨道外符合精度及平均收敛时间。

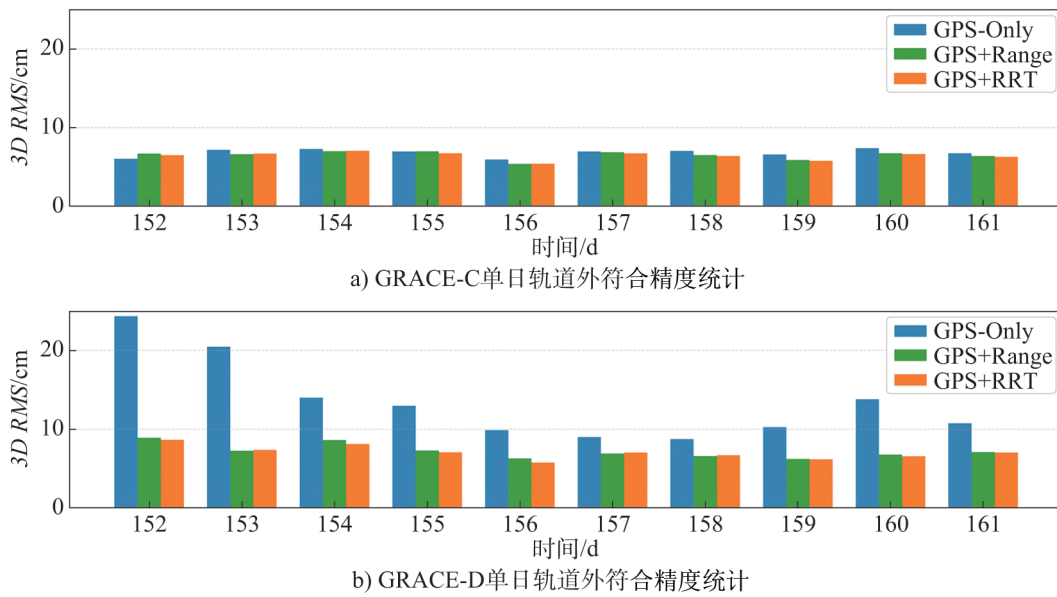
图 2 GRACE-FO 双星三维 (3D) 轨道外符合精度 (RMS)

表 3 三种方案的平均定轨精度与收敛时间统计

方案	GRACE-C					GRACE-D				
	R/cm	T/cm	N/cm	$3D/cm$	t/min	R/cm	T/cm	N/cm	$3D/cm$	t/min
GPS-Only	4.2	3.8	3.7	6.8	37.8	8.1	7.1	7.9	13.4	82.1
GPS+Range	4.1	3.6	3.4	6.5	44.3	4.1	4.4	3.9	7.2	34.6
GPS+RRT	3.9	3.6	3.5	6.4	43.5	4.4	4.0	3.8	7.0	39.9

注: t 表示收敛时间。

由图 2 和表 3 可发现, 在 GPS-Only 中, 双星的定轨性能呈现出显著的非对称性。GRACE-C 维持了较好的定轨精度, $3D\ RMS$ 约 6.8 cm; 而 GRACE-D 的定轨精度显著退化, 约 13.4 cm, 且在第 152、153 天出现更显著的误差增大现象。

在引入星间观测后, 双星定轨精度均得到改善。对于 GRACE-C, GPS+Range 与 GPS+RRT 方案的 $3D\ RMS$ 均值分别为 6.5 cm 与 6.4 cm, 较 GPS-Only 方案的 6.8 cm 略有改善。对于 GRACE-D, GPS+Range 方案的 $3D\ RMS$ 为 7.2 cm, GPS+RRT 方案为 7.0 cm, 均显著优于 GPS-Only 方案的 13.4 cm。两种协同定轨方案在 GRACE-D 上取得了相近的定轨精度水平。

进一步比较 GPS+RRT 方案可以发现, 在无需引入星间测距常偏参数、亦不依赖事后精密星历进行常偏标定的前提下, GRACE-D 的平均三维轨道精度从 13.4 cm 提升至 7.0 cm, 提升幅度达 47.8%, 使其精度水平与 GRACE-C 卫星接近。与此同时, GRACE-C 的精度也获得了小幅提升, 约 5.9%。两颗卫星提升幅度出现如此显著的差异, 根本原因在于实验期间双星原始星载 GNSS 观测质量存在严重的不对称性 (详见后文表 4 的数据质量统计分析)。这一结果体现了协同定轨中协同滤波的信息传递与精度均衡化, 即利用高精度的星间观测值构建

较强的约束, 将观测质量良好的 GRACE-C 的高精度状态传递给 GRACE-D, 从而增强双星整体定轨解的一致性与稳定性。

横向对比 GPS+RRT 与 GPS+Range, 两者在定轨精度上表现出高度一致性, 差异在毫米级, 在部分短弧段中 RRT 方案呈现略优的稳态表现。这说明在实时短弧段定轨场景下, 高精度的相对速度约束能够起到与位置约束相当的轨道修正作用, 同时 GPS+RRT 方案无需依赖外部精密星历进行测距常偏标定, 因此在模型简洁性与系统自主性方面具有明显优势。

为了探究造成 GRACE-D 定轨精度较差的根本原因, 本文利用 RINGO 软件^[31]对两颗卫星的原始观测数据质量进行了统计分析, 主要的三个角度为观测数量、无几何距离 (geometry-free, GF) 组合周跳比和 Melbourne-Wübbena (MW) 组合周跳比, 具体数据如表 4 所示。统计结果表明, GRACE-D 在实验期间遭遇了较为严重的观测数据质量衰退, 其有效观测数据量相比 GRACE-C, 平均减少了约 17%; 且反映信号连续性的 GF 组合、MW 组合周跳比分别为 GRACE-C 的约 9.5 倍和 1.2 倍。这种观测数据质量差异与两颗卫星在 GPS-Only 方案下的外符合定轨精度差异相似, 说明 GRACE-D 原始 GNSS 观测质量退化是其独立定轨精度较低的主要原因之一。

表 4 GRACE-C/D 卫星星载 GPS 观测数据质量统计

年积日	GRACE-C			GRACE-D		
	观测数量	GF 组合周跳比/%	MW 组合周跳比/%	观测数量	GF 组合周跳比/%	MW 组合周跳比/%
152	28 755	0.04	3.61	22 182	0.45	4.90
153	27 681	0.01	3.59	21 427	0.43	5.07
154	31 752	0.02	3.35	24 655	0.39	4.57
155	28 347	0.04	3.47	21 552	0.50	5.37
156	32 801	0.02	3.27	28 563	0.16	3.43
157	30 795	0.03	3.48	27 895	0.18	3.75
158	33 471	0.02	3.22	28 824	0.14	3.33
159	31 566	0.01	3.33	24 862	0.19	3.95
160	33 820	0.05	3.09	28 672	0.17	3.36
161	29 502	0.05	3.63	26 246	0.18	3.84
平均值	30 849	0.03	3.40	25 488	0.28	4.16

此外, 轨道收敛时间也是衡量实时定轨系统性能的重要指标。表 3 统计了不同方案下的平均收敛时间。统计结果显示, 引入星间观测后, GRACE-D 的收敛性能得到显著改善, 其平均收敛时间从 GPS-Only 的 82.1 min 大幅缩短至 GPS+RRT 的 39.9 min。值得注意的是, GRACE-C 在 GPS+RRT 的平均收敛时间为 43.5 min, 高于其 GPS-Only 模式的 37.8 min。进一步分析发现, 这一统计均值的升高是由第 161 天的数据导致: 该日 GRACE-C 在协同模式下的收敛时间异常, 延长至约 127 min; 同日 GPS-Only 模式仅需约 41 min。

为了揭示造成这一异常的具体原因, 图 3 展示了第 161 天滤波器启动初期 (0 ~ 3 h) 两颗卫星的三维轨道误差与观测卫星细节。其中, 图 3a) 为两个卫星 3D 轨道误差的时序图, 红

色虚线标示了 10 cm 的收敛判定阈值, 图 3b) 和 c) 分别为对应的位置精度衰减因子 (position dilution of precision, PDOP) 时序图与可视卫星数量时序图。

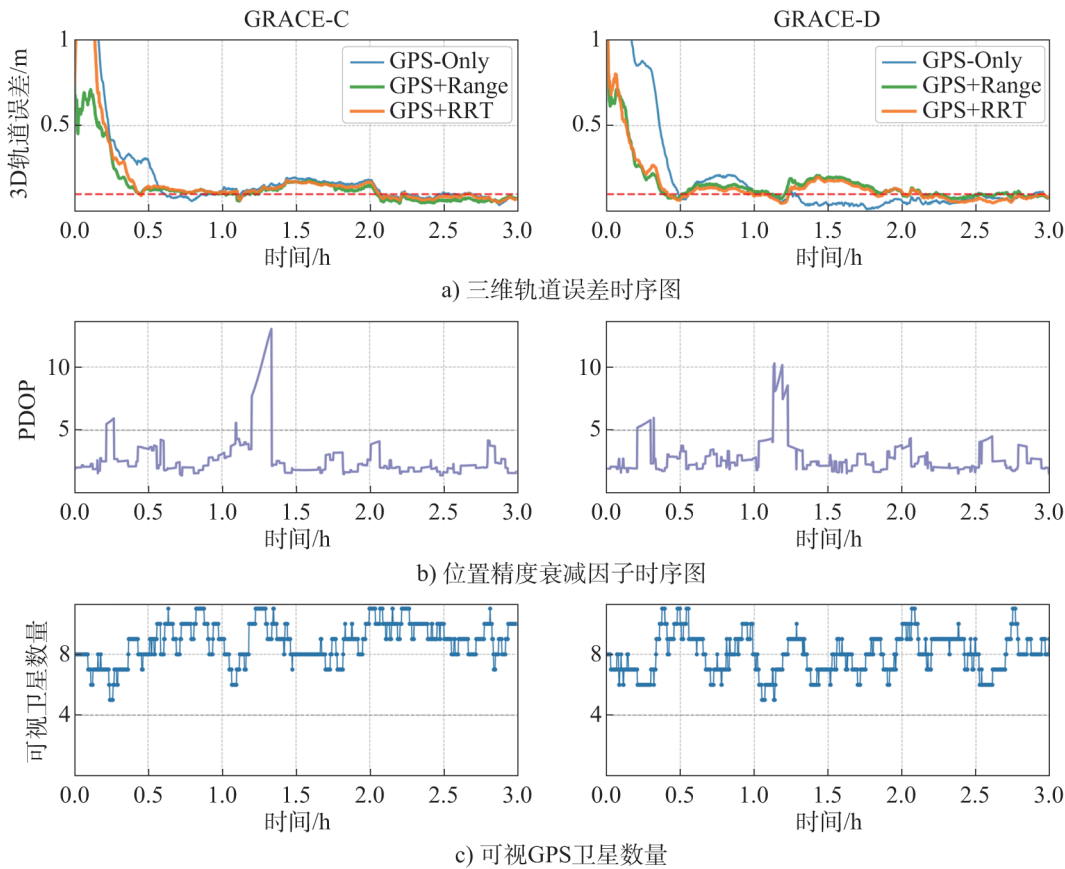


图 3 GRACE-C (左列) 与 GRACE-D (右列) 三维轨道收敛细节与观测信息时序图

结合图 3 分析可知, GRACE-C 在 GPS+Range 和 GPS+RRT 方案中, 大约在 30 min 时就实现了 10 cm 的 3D 精度, 但该精度未能保持 5 min, 而是稍微反弹, 超出了收敛阈值。该现象反映了强耦合协同滤波在双星观测质量高度不对称时的误差传播特性, 即 GRACE-D 较大的初始不确定性可通过星间约束对 GRACE-C 轨道解产生有限反馈影响。同时, 在约 1.2 h 时段, 两颗卫星均经历较为严重的观测几何构型恶化, 其 PDOP 值均增至 10 以上, 进一步延缓了轨道收敛过程。

尽管第 161 天的数据表现出特异性, 但在其他 9 天的常规观测环境下, 协同定轨方案展现了优异的收敛效率。GRACE-C 的平均收敛时间分别缩短至 35.0 min (GPS+Range) 和 34.1 min (GPS+RRT)。这在一定程度上证明了在正常观测几何条件下, 基于 RRT 的协同定轨方法能够在不显著降低强观测卫星时效性的前提下, 通过施加卫星之间的状态约束, 有效提升弱观测卫星的收敛性能。

综上所述,在实时短弧段定轨中, $10 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ 量级精度的 RRT 观测值能够提供稳定的相对速度约束,实现与位置约束相当的轨道修正作用。鉴于 GPS+RRT 方案无需依赖外部精密星历进行常偏标定,且算法模型更为简洁,其在实时性与自主性方面具有显著优势。

4.3 轨道平滑度分析

轨道的平滑度也是评估定轨系统稳定性的一项关键指标。特别是在实时滤波环境中,观测几何构型的剧烈变化往往会导致单星解算出现不稳定的波动。图 4 和图 5 分别展示了 GRACE-C 与 GRACE-D 在第 152 天全弧段(24 h)内的三维轨道误差序列及其对应的观测几何条件。通过对比不同方案在较差观测条件下的表现,可以直观评估协同定轨对系统鲁棒性的提升效果。

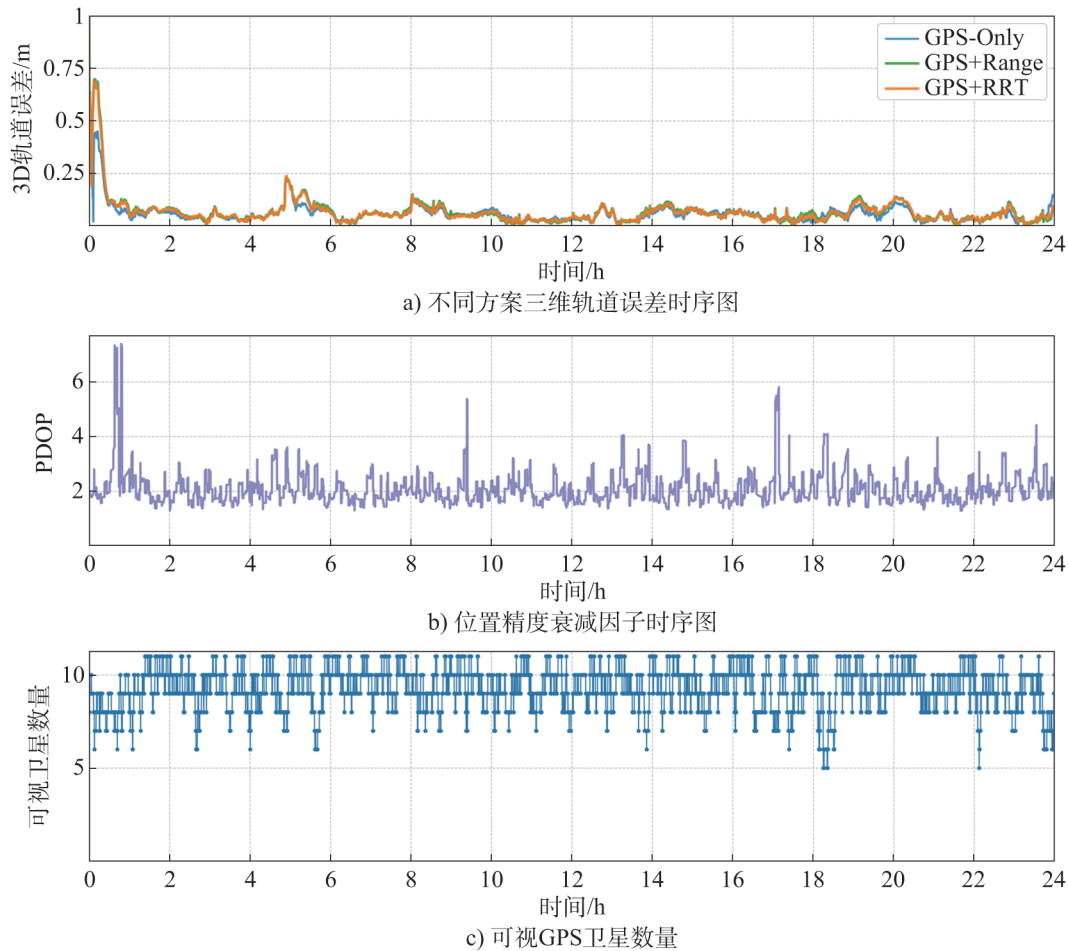
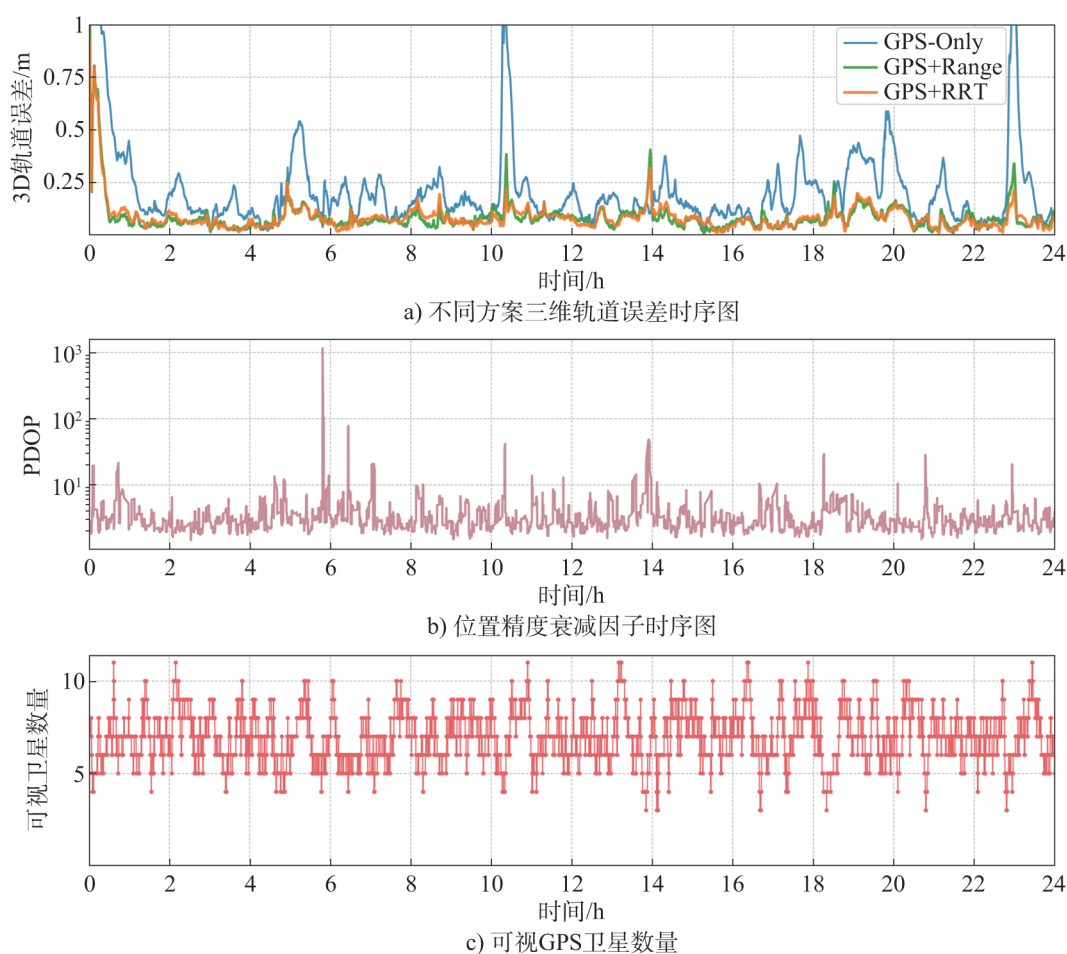


图 4 第 152 天 GRACE-C 全弧段(24 h)三维轨道误差序列及对应的观测条件

由图 4 和图 5 中蓝色曲线可见, GPS-Only 方案的轨道误差表现出明显的短时波动特征, GRACE-D 尤为突出。该方案对观测几何构型的变化较为敏感,轨道残差的跳变现象与 PDOP 值突增有较强的相关性。这种频繁的跳变现象表明单星滤波器在弱观测条件下缺乏足够的几



注: b) 图纵坐标采用对数刻度

图5 第152天 GRACE-D 全弧段(24 h) 三维轨道误差序列及对应的观测条件

何约束, 轨道解稳定性相对较低。

相比之下, 引入星间观测后的 GPS+Range (绿色曲线) 和 GPS+RRT (橙色曲线) 表现出更平滑的轨道误差特性。在观测几何突变时, 协同定轨方案能够有效抑制轨道误差的短时放大, 并加快误差恢复过程。对比两种协同方案可以发现, RRT 方案对跳变的抑制效果略优于星间距方案, 对误差峰值削弱能力更强, 并且在经历跳变后恢复时间更短。

这一结果表明, 在较差的 GPS 观测条件下, 引入高精度的 RRT 观测值, 凭借其对相对速度的极强约束 (见式 (4)), 通过 EKF 动力学状态转移, 显著弥补了 GPS 几何约束不足的问题, 有效减弱滤波过程中轨道误差的短时放大趋势, 从而提升实时协同定轨系统的整体稳定性与轨道平滑性。

5 总 结

针对低轨卫星编队在实时任务中对高精度与高自主性定轨的需求, 本文提出了一种融合星载 GNSS 与星间距离变化率观测值的 EKF 协同定轨方法。基于 GRACE-FO 实测数据的地面回放仿实时实验, 系统评估了该方法的定轨性能, 并深入分析了协同定轨的误差传递与收敛特性, 主要结论如下。

(1) RRT 协同定轨改善了非对称观测条件下的定轨性能

实验结果表明, 在 GPS 观测质量受限 (有效数据减少约 17% 且周跳频繁) 导致 GRACE-D 平均定轨精度衰减至 13.4 cm 的情况下, 引入星间 RRT 约束能够增强双星间的状态耦合关系, 使高精度轨道信息在协同滤波中得到有效传递。协同模式下, GRACE-D 的三维轨道精度提升至 7.0 cm, 提升幅度达 47.8%, 实现了双星精度的均衡化。

(2) RRT 方案实现了与星间测距方案相当的定轨性能

与依赖事后精密星历进行系统常偏标定的 GPS+Range 方案相比, GPS+RRT 方案在无需引入星间测距常偏状态参数、亦不依赖事后精密星历进行常偏标定的条件下, 实现了与参考方案同等水平的定轨精度, 两者差异仅在毫米级。这一特性降低了算法的复杂度, 有助于提升定轨系统的实时自主运行能力。

(3) 高精度星间相对速度约束提升了定轨系统稳定性

全弧段轨道误差时序分析显示, GPS-Only 方案对观测几何构型的变化较为敏感, 易在 PDOP 恶化时刻出现轨道误差短时放大。而 GPS+RRT 方案利用高精度的相对速度约束, 有效平滑了轨道误差序列。即便在 GPS 观测几何条件较差 (PDOP 峰值大于 100) 的情况下, 协同定轨仍能保持较为平稳的动力学轨迹, 且恢复速度更快, 展现了较强的鲁棒性。

(4) RRT 改善了定轨系统的整体收敛效率

统计结果表明, 协同模式将观测条件较差的 GRACE-D 的平均轨道收敛时间从 82 min 缩短至 40 min。尽管在极端几何条件下 (如 DOY 161), 强耦合机制可能导致锚定星出现短暂的收敛延迟, 但从系统整体来看, 该策略实现了弱观测卫星定轨性能的显著提升, 保证了双星系统在复杂多变在轨环境下的整体可用性。

综上所述, 相对于星间测距辅助定轨方案, 基于星间距离变化率的协同定轨方法无需估计星间测距系统常偏参数、亦不依赖外部精密星历支持。研究结果表明, RRT 不仅模型简单, 而且在非对称观测条件下展现出更优的定轨系统鲁棒性与收敛效率。该方法为未来低轨卫星编队实现高自主性、高精度的协同导航提供了有益的技术参考。

参考文献:

- [1] Li X, Zhao Y, Zhang K, et al. GPS Solutions, 2024, 28(4): 188
- [2] Mao X, Wang W, Gao Y. Astrodynamics, 2024, 8(3): 349
- [3] Montenbruck O, Kunzi F, Hauschild A. GPS Solutions, 2021, 26(1): 12
- [4] Yang Y, Song X. Satellite Navigation, 2025, 6(1): 5
- [5] 唐成盼, 胡小工, 周善石, 等. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2017, 47(02): 95

- [6] 李子强, 辛洁, 郭睿, 等. 武汉大学学报 (信息科学版), 2022, 47(01): 55
- [7] Chen X, Tang C, Dai W, et al. *Advances in Space Research*, 2025, 76(10): 6330
- [8] Meng F, Wu X, Ou G. *Journal of Spacecraft TT&C Technology*, 2010, 29(4): 89
- [9] Tapley B D, Bettadpur S, Watkins M, et al. *Geophysical Research Letters*, 2004, 31(9): 2004GL019920
- [10] Abich K, Abramovici A, Amparan B, et al. *Physical Review Letters*, 2019, 123: 33
- [11] Wen H Y, Kruizinga G, Paik M, et al. *GRACE-FO Level-1 Data Product User Handbook*. NASA Jet Propulsion Laboratory California Institute of Technology, 2019: 1
- [12] Shi Y, Li M, Xu T, et al. *GPS Solutions*, 2025, 29(3): 150
- [13] Kang Z, Bettadpur S, Nagel P, et al. *Journal of Geodesy*, 2020, 94(9): 85
- [14] Müller V, Hauk M, Misfeldt M, et al. *Remote Sensing*, 2022, 14(17): 4335
- [15] Sheard B S, Heinzel G, Danzmann K, et al. *Journal of Geodesy*, 2012, 86(12): 1083
- [16] Huang Y, Yang P, Chen Y, et al. *Scientia Sinica: Physica, Mechanica & Astronomica*, 2022, 53: 229
- [17] Kim J. *Simulation Study of A Low-Low Satellite-to-Satellite Tracking Mission*, PhD Dissertation. Austin: The University of Texas at Austin, 2000: 3
- [18] Tapley B D, Schutz B E, Born G H. *Statistical orbit determination*. London: Elsevier Academic Press, 2004: 1
- [19] Montenbruck O, Gill E. *Satellite Orbits*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2000: 1
- [20] Wu S C, Kruizinga G, Bertiger W. *Algorithm Theoretical Basis Document for GRACE Level-1B Data Processing*, Pasadena: Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, 2006: 327
- [21] Thomas J B. *An Analysis of Gravity-Field Estimation Based on Intersatellite Dual-1-Way Biased Ranging[R]*. Pasadena: Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, 1999: 15
- [22] Teunissen P J G. *Journal of Geodesy*, 2018, 92(1): 59
- [23] Teunissen P J G. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 1990, 5(7): 35
- [24] Rebischung P, Schmid R. *IGS14/igs14.atx: a new Framework for the IGS Products*, 2016: G41A-0998
- [25] Förste C, Flechtner F, Schmidt R, et al. *EGU General Assembly 2006*. Vienna, Austria, 2006: 03462
- [26] Petit G, Luzum B. *IERS Conventions (2010): Volume 36*. Frankfurt am Main: Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, 2010: 21
- [27] Lyard F, Lefevre F, Letellier T, et al. *Ocean Dynamics*, 2006, 56(5-6): 394
- [28] Montenbruck O, Steigenberger P, Hugentobler U. *Journal of Geodesy*, 2015, 89(3): 283
- [29] Picone J M, Hedin A E, Drob D P, et al. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 2002, 107: 12
- [30] Fehlberg E. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1964, 44: 83
- [31] Kawamoto S, Takamatsu N, Abe S. *Earth, Planets and Space*, 2023, 75(1): 54

Performance Evaluation of Real-Time LEO Orbit Determination Using Onboard GNSS and Inter-Satellite Range Rate Observations

ZHONG Shengjian^{1,2}, WANG Xiaoya^{1,2,3}, LI Min⁴, LUO Peng^{1,2}, LI Yabo¹

(1. Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China; 2. School of Astronomy and Space Science, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China; 3. Shanghai Key Laboratory of Space Navigation and Positioning Techniques, Shanghai 200030, China; 4. School of Space Science and Technology, Shandong University, Weihai 264209, China)

Abstract: To address the limitation of systematic biases in inter-satellite ranging for real-time precise orbit determination (RTPOD) of low Earth orbit (LEO) satellites, this paper proposes a collaborative orbit determination method integrating onboard GNSS (Global Navigation Satellite System) and inter-satellite range rate (RRT) observations. Utilizing the high-precision relative velocity constraint provided by RRT, a filtering model is constructed without the need to estimate ranging biases or rely on post-processed precise ephemerides for bias calibration. Experimental results based on GRACE-FO data demonstrate that RRT enhances the state coupling and accuracy balancing between the twin satellites, with the 3D orbit accuracy of the weakly-observed GRACE-D satellite improving from 13.4 cm to 7.0 cm. The achieved orbit accuracy is equivalent to that of the ranging scheme with pre-calibrated biases. Furthermore, the proposed method significantly shortens the convergence time, effectively mitigates orbit fluctuations caused by degraded geometric configurations, and enhances overall orbit determination stability.

Key words: real-time orbit determination; inter-satellite range rate; extended Kalman filter; GRACE-FO