

# 利用超大质量双黑洞进动引力波暴检验 无毛定理

张兆维<sup>1,2</sup>, 韩文标<sup>1,2</sup>

(1. 中国科学院 上海天文台, 上海 200030; 2. 中国科学院大学 天文与空间科学学院, 北京 100049)

**摘要:** 未来空间引力波探测器(如 LISA 和太极)将探测到超大质量双黑洞并合的引力波事件。强烈进动的超大质量双黑洞除了发出传统的旋近-并合-铃宕引力波信号外, 其自旋进动产生的引力波暴信号也可以被空间探测器观测到。通过模拟若干进动双黑洞的引力波信号, 研究了从黑洞自身四极矩辐射的引力波暴信号中进行参数估计的能力, 提供了检验无毛定理的可行性分析。利用 Fisher 矩阵方法, 计算了参数估计的置信区间。研究结果表明, 若能探测到此类引力波暴信号, 这将直接证明黑洞存在四极矩。通过与旋近-并合-铃宕阶段的引力波信号进行交叉检验, 可进一步检验无毛定理。

**关键词:** 超大质量双黑洞; 自旋进动; 引力波暴; 参数估计; 无毛定理

中图分类号: P142.8<sup>+4</sup> 文献标识码: A

## 1 引言

引力波天文学的兴起为研究宇宙中极端天体和强引力场提供了新的机遇。自 2015 年激光干涉引力波天文台(Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory, LIGO)首次直接探测到引力波以来, 处女座干涉仪(Virgo)和神冈引力波探测器(Kamioka Gravitational-Wave Detector, KAGRA)已经观测并分析了多次黑洞的并合事件, 及双中子星、黑洞-中子星以及双黑洞系统的引力波信号<sup>[1, 2]</sup>。这些观测不仅验证了广义相对论的预言, 也为深入理解黑洞的物理性质和引力理论提供了重要观测数据。

广义相对论中的无毛定理(No-Hair Theorem)指出, 孤立黑洞在稳态下仅由质量、角动量和电荷完全描述, 其他多极矩由这 3 个参数唯一确定<sup>[3-5]</sup>。这一理论预言在强引力场极限

收稿日期: 2024-10-29; 修回日期: 2024-11-11

资助项目: 国家重点研发计划(2021YFC2203002); 国家自然科学基金(12173071, 12473075)

通讯作者: 韩文标, wbhan@shao.ac.cn

下的有效性需要通过观测来检验。如果观测到的黑洞多极矩偏离了广义相对论的预言, 将对引力理论产生深远的影响。

LIGO 和 Virgo 的观测为检验无毛定理提供了可能。通过分析引力波信号的铃宕 (ring-down) 阶段, 可以测量并合后黑洞的准正规模频率和衰减时间, 从而获取黑洞的多极矩信息<sup>[6, 7]</sup>。具体而言, 利用准正规模的频率和衰减时间, 可以推断黑洞的质量和自旋, 并检验这些参数是否与旋近和并合阶段得到的结果一致。然而, 由于地面引力波探测器对恒星级黑洞铃宕信号的观测信噪比较低, 特别是高阶模的信噪比更低, 限制了对无毛定理的严格检验。

此外, 地面探测器在低频段的灵敏度受限, 难以探测到超大质量黑洞 (supermassive black hole, SMBH) 并合事件所产生的低频引力波信号。而超大质量黑洞的并合被认为是检验无毛定理的理想天体实验室, 因为其铃宕阶段的信号更强、持续时间更长, 可以提供更高精度的测量。

未来空间引力波探测器, 如激光干涉空间天线 (Laser Interferometer Space Antenna, LISA) 和中国的太极计划, 旨在探测超大质量双黑洞系统的低频引力波信号。空间探测器的频率覆盖范围为  $10^{-4} \sim 1 \text{ Hz}$ , 正好对应于超大质量黑洞并合的引力波频率。这些探测器能够以高信噪比观测超大质量黑洞的并合事件, 特别是在铃宕阶段, 可以精确测量黑洞的准正规模参数, 从而对无毛定理进行更严格的检验<sup>[8]</sup>。

进动双黑洞系统由于自旋-轨道耦合导致的自旋进动效应, 其引力波信号包含丰富的物理信息。自旋进动会导致引力波信号的振幅和相位发生复杂的调制<sup>[9]</sup>。在传统的双黑洞进动模型中, 研究通常聚焦于轨道进动对引力波的调制效应, 而未充分考虑黑洞自身四极矩变化的作用。如果黑洞四极矩的变化能直接产生引力波暴信号, 就能为测试广义相对论中的无毛定理提供新的可能。精确地捕捉这些引力波暴信号有助于验证黑洞的这一基本特性, 并深化我们对黑洞内在结构及其演化过程的理解。

引力波暴产生的原因是在进动双黑洞系统中, 由于黑洞自身的自旋进动导致其质量四极矩随时间变化, 从而辐射出短暂而瞬态的引力波信号。这一效应不同于传统波形模型中仅考虑进动对轨道引力波的调制; 相反, 黑洞自旋进动引起的四极矩变化本身成为独特的引力波源。该引力波暴的频率与旋近晚期阶段的频率相当, 在特定条件下, 其强度足以被 LIGO 探测到, 在 LISA 等新一代探测器中, 信号的信噪比可达到更高的值。对这种进动引力波暴的观测将提供关于黑洞结构的重要信息<sup>[10]</sup>。

本文采用 Fisher 矩阵方法对超大质量双黑洞的质量、自旋和四极矩等进行了参数估计能力评估。通过提取引力波信号中携带的黑洞四极矩信息, 我们可以检验无毛定理的预言, 即黑洞的四极矩由其质量和自旋唯一确定<sup>[8]</sup>。

本文的结构如下: 第 1 章介绍引力波天文学的发展和无毛定理的研究背景, 并阐明了本文的研究动机; 第 2 章详细介绍进动双黑洞的引力波, 包括旋近-并合-铃宕阶段和引力波暴阶段的波形特征; 第 3 章介绍本文采用的数据分析方法, 重点是 Fisher 矩阵在引力波参数估计和无毛定理检验中的应用。第 4 章展示数据分析结果, 对超大质量进动双黑洞信号的参数估计和无毛定理的检验进行讨论; 最后总结了本文的主要内容, 并对未来的研究方

向进行展望。

## 2 进动双黑洞的引力波

进动双黑洞系统是引力波天文学的重要研究对象。当双黑洞的自旋轴与轨道角动量不对齐时，自旋-轨道耦合效应导致系统发生进动。进动使轨道平面和黑洞自旋方向随时间变化，引力波信号因此呈现复杂的振幅和相位调制，这些特征贯穿于旋近阶段。

在旋近阶段，黑洞在引力波辐射作用下逐渐接近，轨道半径减小。进动效应使引力波的振幅和相位出现周期性或准周期性调制。这些调制信号包含黑洞自旋大小、方向以及黑洞质量等信息，为精确测量黑洞参数提供重要依据。引力波信号表现出非对称性和频率的快速变化。数值相对论模拟显示，进动会影响并合后黑洞的自旋，进而改变引力波辐射特性。在铃宿阶段，并合后的黑洞通过准正模（quasi-normal modes）振荡辐射引力波，逐渐趋于稳定。进动可能导致铃宿信号中出现多模态特征，为测试广义相对论的无毛定理和测量黑洞多极矩提供可能。

此外，进动黑洞可以产生瞬态引力波事件，即引力波暴，它直接由黑洞四极矩本身产生。传统双黑洞旋近-并合-铃宿模型没有考虑该引力波暴部分，我们可以用这部分信号检测无毛定理的准确性。下文将详细讨论进动双黑洞在各阶段的引力波特征及引力波暴的信号特征。

### 2.1 进动双黑洞旋近-并合-铃宿引力波

为进行全参数估计，我们采用双黑洞旋近-并合-铃宿阶段的频域波形<sup>[11]</sup>。引力波的两个偏振态  $\tilde{h}_+(f)$  和  $\tilde{h}_\times(f)$  在频域中表示为<sup>[12, 13]</sup>：

$$\tilde{h}_+(f) = A(f) \cdot \frac{1 + \cos^2 \iota}{2} \cdot \cos(\Phi(f)) , \quad (1)$$

$$\tilde{h}_\times(f) = A(f) \cdot \cos \iota \cdot \sin(\Phi(f)) , \quad (2)$$

其中， $A(f)$  是振幅， $\iota$  为倾斜角。振幅  $A(f)$  和相位  $\Phi(f)$  的表达式为<sup>[11-13]</sup>：

$$A(f) = \begin{cases} \mathcal{A} f^{-7/6}, & f < f_{\text{me}} , \\ A_{\text{MR}}(f), & f \geq f_{\text{me}} , \end{cases} \quad (3)$$

$$\Phi(f) = \begin{cases} 2\pi f t_c - \phi_c - \pi/4 + \frac{3}{128} (\pi \mathcal{M}_c f)^{-5/3} + \delta\Phi_{\text{PN}}, & f < f_{\text{me}} , \\ \Phi_{\text{MR}}(f), & f \geq f_{\text{me}} , \end{cases} \quad (4)$$

其中， $f_{\text{me}}$  为振幅/相位表达式的分段匹配频率， $t_c$  为并合时间， $c$  为光速， $\phi_c$  为并合时相位， $\mathcal{M}_c$  为啁啾质量， $\delta\Phi_{\text{PN}}$  为后牛顿修正项， $\mathcal{A} = \frac{\pi^{-2/3}}{D_L} \sqrt{\frac{5}{24}} \mathcal{M}_c^{5/6}$ ， $D_L$  为源到地球的距离。并合和铃宿阶段的振幅  $A_{\text{MR}}(f)$  和相位  $\Phi_{\text{MR}}(f)$  都是基于数值相对论模拟的拟合函数<sup>[11-13]</sup>。

## 2.2 双黑洞进动引力波暴

当黑洞的自旋轴与轨道角动量方向有夹角时, 在双黑洞并合过程中会产生自旋进动现象, 即自旋-轨道耦合。虽然自旋-自旋耦合也可能引起进动, 但其对轨道动力学的贡献远低于自旋-轨道耦合。由于轨道角动量通常比自旋角动量大数倍(对于黑洞, 自旋参数  $\chi < 1$ ), 且自旋-轨道耦合的系数更大, 因此自旋-自旋耦合的影响可以忽略。为简化研究, 我们仅考虑主要的自旋-轨道耦合效应<sup>[10]</sup>。引力波暴信号可表示为<sup>[10]</sup>:

$$\tilde{h}_{+,1} = -\frac{\pi^{6/5} f^{7/10} G^{27/10} m^3 M^{1/5} F_1^{4/5}}{2^{33/10} c^{71/10} \mu^{1/2} D} \delta e^{i\psi_{+,1}} \sin 2\alpha \sin 2\iota , \quad (5)$$

其中,

$$\psi_{+,1} = 2\pi f \left( t_c + \frac{D}{c} \right) - \Phi_c - \frac{\pi}{4} + \frac{25c^{9/5} M^{2/5} F_1^{8/5}}{768(2\pi)^{3/5} \mu (fG)^{3/5}} . \quad (6)$$

通过对  $\tilde{h}_{+,2}$  进行类似的处理, 可以得到主导的  $2\Omega$  成分 ( $f_2 = 2f$ ) 的波形:

$$\tilde{h}_{+,2} = -\frac{\pi^{6/5} f_2^{7/10} G^{27/10} m^3 M^{1/5} F_1^{4/5}}{c^{71/10} \mu^{1/2} D} \delta e^{i\psi_{+,2}} \sin^2 \alpha \cos^4 \frac{\iota}{2} , \quad (7)$$

其中,

$$\psi_{+,2} = 2\pi f_2 \left( t_c + \frac{D}{c} \right) - \Phi_c - \frac{\pi}{4} + \frac{25c^{9/5} M^{2/5} F_1^{8/5}}{192\mu (\pi f_2 G)^{3/5}} , \quad (8)$$

其中,  $\iota$  是视线方向与初始(非进动)自旋方向之间的夹角,  $\alpha$  是自旋旋转角,  $\mu = m_1 m_2 / M$  是约化质量,  $F_1$ 、 $F_2$  与双黑洞的质量比相关。在进动效应较强时  $\alpha \geq \pi/4$ ,  $2\Omega$  的成分会显著增强, 几乎是  $\Omega$  成分的数倍<sup>[10]</sup>, 这时  $\tilde{h}_{+,2}$  是主要成分, 我们使用  $\tilde{h}_{+,2}$  信号进行参数估计的能力评估。

根据无毛定理, 黑洞的质量多极矩完全由其质量和自旋决定,  $\delta$  与自旋参数  $\chi$  的关系表示为:

$$\delta = 2 \left[ \left( 1 + \sqrt{1 - \chi^2} \right)^2 + \chi^2 \right]^{1/2} - 2 \left( 1 + \sqrt{1 - \chi^2} \right) , \quad (9)$$

其中,  $\chi$  为黑洞的无量纲自旋参数。对于  $0 \leq \chi \leq 1$ , 我们得到  $0 \leq \delta \leq 2(\sqrt{2} - 1)$ ; 对于  $\chi = 0.9$ ,  $\delta \approx 0.52$ 。根据广义相对论, 参数  $\delta$  具有特定的预测值。然而, 在非广义相对论的情形下,  $\delta$  的值可能会偏离这一预测, 从而使  $\delta$  成为一个可变参数。通过对  $\delta$  的计算精度进行量化分析, 我们能够评估广义相对论的检验灵敏度。因此, 参数估计的精度分析为验证广义相对论的有效性提供了一种研究方法。

## 3 数据分析

Fisher 信息矩阵是引力波数据分析的关键数学工具。通过量化引力波信号对源物理参数的敏感度, 特别是在分析自旋进动双黑洞系统时, Fisher 信息矩阵具有重要的应用价值。基于 Fisher 信息矩阵方法, 我们对关键物理参数的置信区间进行了研究。该方法在分析非平稳和非高斯背景噪声时表现出独特优势, 能够对参数的计算精度提供更精确的量化分析。

### 3.1 信噪比 (SNR)

引力波探测器的性能首先通过信噪比 (signal-to-noise ratio, SNR) 进行评估。SNR 的计算公式为:

$$\rho = \sqrt{\sum_{n=1}^{N_d} \rho_n^2} , \quad (10)$$

其中,  $N_d$  为干涉仪数量,  $\rho_n$  为第  $n$  个干涉仪的信噪比, 定义为:

$$\rho_n = \sqrt{\langle \tilde{h}_n, \tilde{h}_n \rangle} , \quad (11)$$

$\tilde{h}_n$  表示第  $n$  个干涉仪中引力波信号的傅里叶变换,  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  表示在噪声功率谱密度  $S_n(f)$  下定义的内积, 具体为<sup>[14]</sup>:

$$\langle a, b \rangle = 4 \int_{f_{\text{lower}}}^{f_{\text{upper}}} \frac{a^*(f)b(f)}{S_n(f)} df . \quad (12)$$

### 3.2 Fisher 信息矩阵与参数不确定性

对于待估计的参数向量  $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)$ , Fisher 信息矩阵定义为:

$$F_{ij} = \sum_{n=1}^{N_d} \left\langle \frac{\partial \tilde{h}_n}{\partial \theta_i}, \frac{\partial \tilde{h}_n}{\partial \theta_j} \right\rangle , \quad (13)$$

其中,  $\tilde{h}_n$  为第  $n$  个干涉仪的引力波信号的傅里叶变换,  $\theta_i$  为源参数的第  $i$  个分量。Fisher 信息矩阵的元素  $F_{ij}$  衡量了信号对参数  $\theta_i$  和  $\theta_j$  变化的敏感度。

通过求解 Fisher 信息矩阵的逆矩阵  $\Sigma = F^{-1}$ , 可获得由参数计算出的协方差矩阵  $\Sigma$ ,  $\Sigma_{ii}$  表示参数  $\theta_i$  与  $\theta_j$  之间的协方差。参数的不确定性由协方差矩阵的对角元素给出:

$$\sigma_i = \sqrt{\Sigma_{ii}} . \quad (14)$$

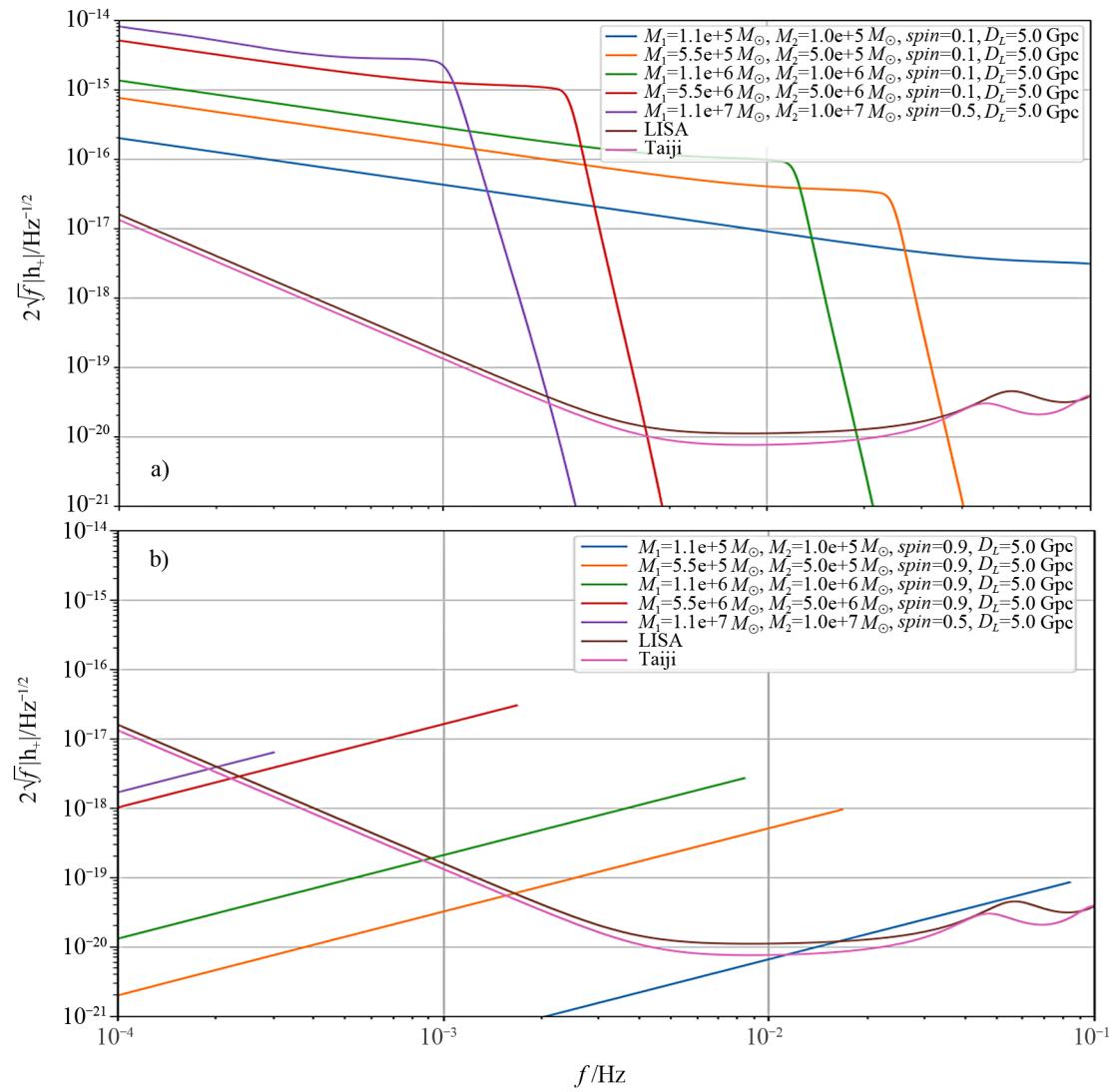
Fisher 矩阵是一种有效的参数估计工具, 可通过计算 Fisher 信息矩阵来评估参数的不确定性<sup>[9, 15]</sup>。在引力波源物理参数(如质量、自旋、距离等)的估计中, 特别是在分析自旋进动双黑洞系统的信号时, Fisher 矩阵具有广泛应用。本文采用了 Fisher 矩阵法, 该方法结合了高精度的进动波形模型(如 IMRPhenomPv3)与引力波暴信号。通过该方法对源参数的置信区间进行了计算, 并对无毛定理进行定向验证。

## 4 数据分析结果

### 4.1 探测信号与探测器灵敏度比较

基于旋近-并合-铃宕阶段 IMRPhenomPv3 波形模型, 我们生成进动波形。首先通过数值模拟, 我们计算出不同质量的双黑洞在 5 Gpc 距离处的引力波信号频域图像; 然后, 比较观测曲线在 LISA 和 TAIJI 探测器的探测范围内的观测精度, 纵坐标  $2\sqrt{f}|h_+|$  表示引力波加极

化振幅  $h_+$  的绝对值经频率加权处理后的形式。其中,  $|h_+|$  是振幅的绝对值, 系数  $2\sqrt{f}$  是调整振幅的频率响应, 强调高频成分。对波形特征的精细分析结果如图 1a) 所示。



注: a) Pv3 频域波形; b) 超大质量黑洞引力波暴频域信号。

图 1 探测器灵敏度比较

在图 1b) 中, 我们将超大质量黑洞的引力波暴信号与当前和未来探测器的灵敏度曲线进行了比较, 并评估此类信号的可探测性和提取黑洞物理参数的潜力。对于质量分别为  $5.5 \times 10^5 M_\odot$  和  $5 \times 10^5 M_\odot$ , 自旋为 0.9, 光度距离为 5 Gpc, 自旋旋转角  $\alpha = \pi/4$  的双黑洞系统, 引力波暴信号的信噪比达到 52.64。根据图 1a) 的结果, 超大质量双黑洞的旋近信号在广泛的频率范围内都可以被当前和未来的探测器检测到。然而图 1b) 显示, 要有效探测超大质量

双黑洞的引力波暴信号，需要满足特定的质量和自旋条件。质量在  $10^5 M_\odot \sim 10^6 M_\odot$  范围内、且自旋较高的黑洞，其引力波暴信号更有可能被探测到。这是因为较大的自旋能够增强引力波暴的强度，提高信号的信噪比，从而提升被探测器捕获的可能性。

#### 4.2 使用旋近-并合-铃宕阶段波形进行超大质量黑洞的参数估计能力评估

我们使用了旋近-并合-铃宕阶段的引力波信号进行全参数估计。在旋近阶段，自旋进动引起质量四极矩变化，从而导致引力波信号出现波形调制。在双黑洞系统中，当黑洞自旋轴与轨道角动量方向有夹角时，自旋-轨道耦合产生的进动效应会使轨道平面发生周期性变化，改变系统的质量四极矩，从而引起引力波相位和振幅的调制，影响整个波形的演化。通过对旋近阶段进动引力波信号进行全参数估计，我们获取了黑洞质量和自旋等关键参数<sup>[16, 17]</sup>。

我们有 9 个参数： $D_L, M_1, M_2, spin_{1x}, spin_{1y}, spin_{1z}, spin_{2x}, spin_{2y}, spin_{2z}$ 。其中距离  $D_L = 5 \text{ Gpc}$ ，质量  $M_1 = 5.5 \times 10^5 M_\odot, M_2 = 5 \times 10^5 M_\odot$ ，自旋  $spin_{1x} = 0.7, spin_{1y} = 0.2, spin_{1z} = 0.1, spin_{2x} = 0.4, spin_{2y} = 0.4, spin_{2z} = 0.7$ 。不确定性为： $\Delta D_L = 10^{-4}, \Delta M_1 = 10^{-5}, \Delta M_2 = 10^{-5}$ ，结果如图 2 所示。在图 2 中，我们得到了旋近-并合-铃宕信号的参数估计结果，9 个参数的误差估值都符合预期，质量的参数估值最好。在估计出黑洞的基本参数之后，再结合引力波暴的参数估计结果，从而完成最终的无毛定理验证。

#### 4.3 引力波暴信号的参数估计能力评估

为了检验无毛定理，我们首先对引力波暴信号中的参数  $\delta$  进行独立估算。引力波暴信号主要来源于 Kerr 黑洞质量四极矩的变化。当黑洞自旋轴与轨道角动量方向有夹角时，进动效应会使质量四极矩发生变化，从而影响引力波的相位和振幅<sup>[16, 18]</sup>。

我们采用 Fisher 矩阵方法对一系列不同  $\delta$  值的参数估计精度进行评估，并计算出  $\delta$  的置信区间，结果如图 3 所示。从图 3 可以看出，随着  $\delta$  值的变化，参数估计的精度也有所不同。当  $\delta$  值较大时（例如  $\delta = 0.5$  和  $\delta = 0.6$ ），我们获得了相对比例较窄的置信区间，这为高精度检验提供了可能。通过引力波暴信号，我们能够在一定置信区间内估计出参数  $\delta$ ，为检验无毛定理提供了方法。

#### 4.4 参数估计与无毛定理的检验

在获得  $\delta$  的估值后，我们将其与旋近、并合和铃宕阶段对黑洞质量和自旋参数的计算结果进行比较。我们首先利用旋近、并合和铃宕阶段的引力波信号，对黑洞的质量和自旋参数进行了计算，得到  $M_1 = 5.5 \times 10^5 M_\odot, \chi_1 = 0.7348$ ，以及  $M_2 = 5.0 \times 10^5 M_\odot, \chi_2 = 0.9$  的置信区间。根据公式，计算得到对应的  $\delta$  理论值分别为  $\delta_1 = 0.308$  和  $\delta_2 = 0.517$ 。然后，我们模拟了这两个黑洞的引力波暴信号，并采用 Fisher 矩阵法对  $\delta$  进行了参数估计，结果见图 4。

将引力波暴信号中  $\delta$  的估值与基于旋近阶段的自旋参数并通过无毛定理计算出的理论  $\delta$  值进行比较，再通过置信区间的对比和最终观测结果，我们可以为无毛定理提供理论验证依据。

根据分析，结合旋近-并合-铃宕阶段的引力波信号，可以对黑洞的质量和自旋进行准确估计。研究表明，在自旋超过 0.5 的条件下，我们能够在最大 10% 的误差内验证无毛定理

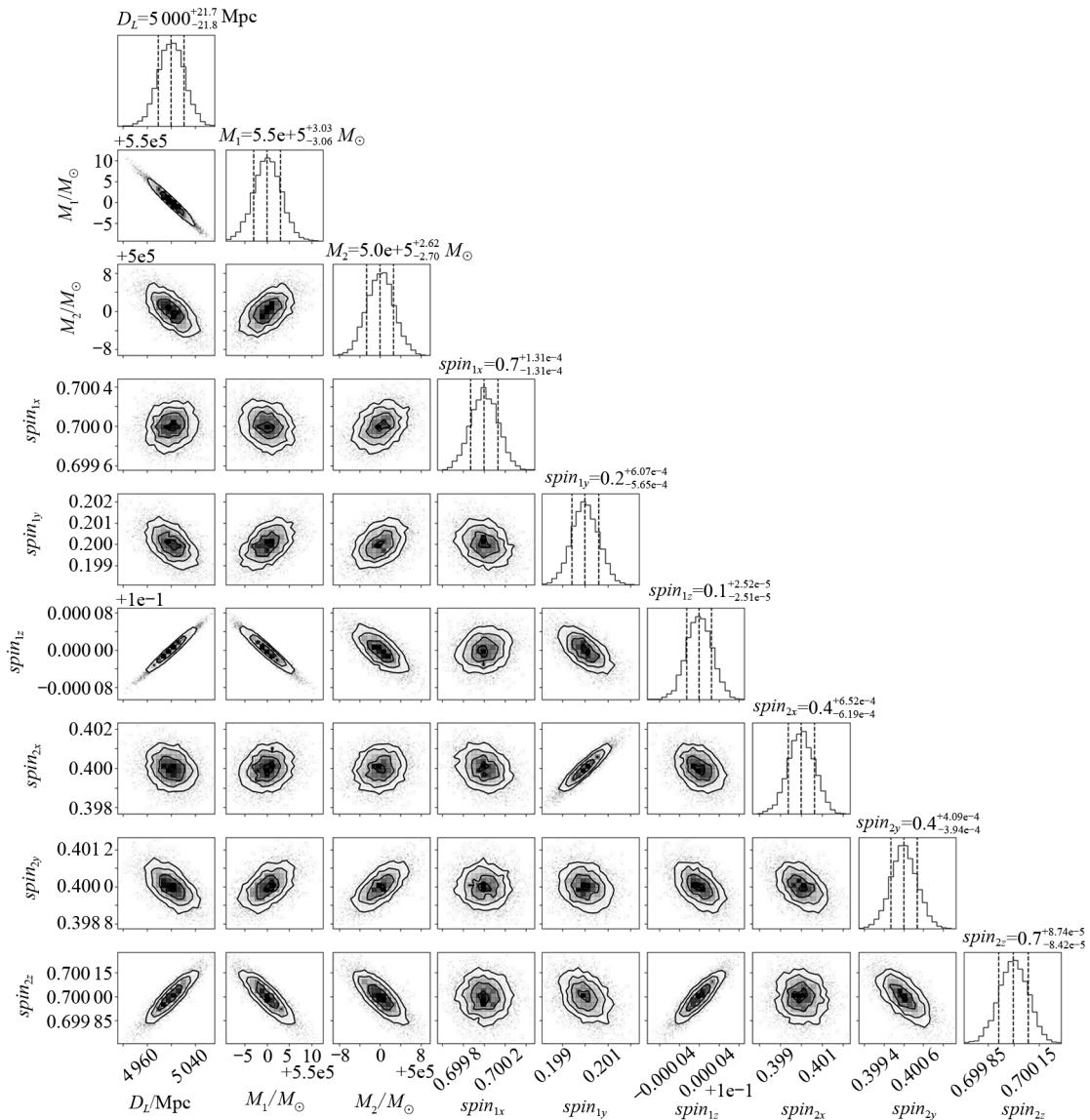
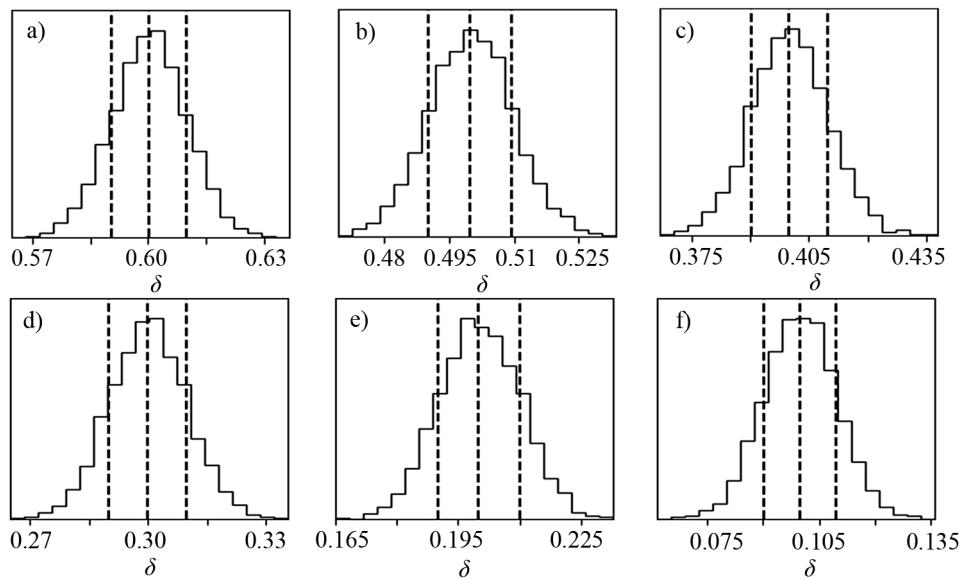


图 2 旋近-并合-铃宕阶段参数评估能力评估结果

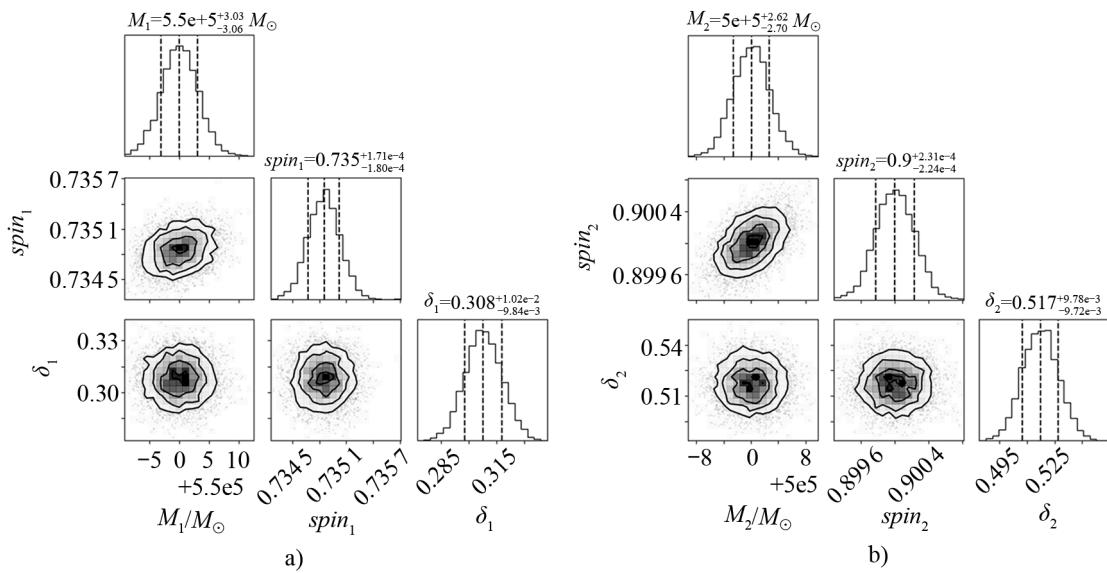
的可行性。随着自旋参数接近极值, 即在  $0.7 \sim 0.9$  之间, 置信区间的精度显著提高, 误差可降至 5%, 甚至 2% 以内。

这一结果指出, 随着自旋的增加,  $\delta$  的误差逐渐减小。如果 LISA 和太极等新一代引力波探测器给出了实际观测结果, 我们能更精确地从引力波观测数据中提取黑洞的物理属性。此外, 高精度的置信区间对于检验广义相对论中的无毛定理至关重要, 特别是在极端天体物理环境下。



注: a)  $\delta = 0.6^{+0.51e-3}_{-9.67e-3}$ ; b)  $\delta = 0.5^{+0.48e-3}_{-9.66e-3}$ ; c)  $\delta = 0.4^{+0.84e-3}_{-9.50e-3}$ ; d)  $\delta = 0.3^{+0.57e-3}_{-9.83e-3}$ ; e)  $\delta = 0.2^{+1.00e-2}_{-9.93e-3}$ ; f)  $\delta = 0.099^{+0.58e-3}_{-9.65e-3}$ 。

图3 不同 $\delta$ 的参数估计精度评估结果



注: a)  $\delta_1$  的计算结果; b)  $\delta_2$  的计算结果。

图4 引力波暴信号中 $\delta$ 参数估计能力计算结果

## 5 总结与展望

本研究通过对超大质量双黑洞系统中自旋进动引力波暴信号的深入分析,发现进动引力波暴信号可以用来检验无毛定理。我们用信噪比预估了超大质量双黑洞引力波暴信号,理论上证明它可以被 LISA、太极等引力波探测器观测到。如果我们能够探测到引力波暴信号,则表明黑洞自身的四极矩可以辐射引力波,从而可与旋近-并合-铃宕阶段发射的引力波进行交叉检验,进一步验证广义相对论。利用包含旋近-并合-铃宕阶段的引力波信号,结合 Fisher 矩阵法,我们给出黑洞的质量、自旋等关键参数估计的能力评估。通过将引力波暴信号与旋近阶段信号所得参数估计能力评估结果进行比较,提供了一种更精确的检验无毛定理的方法。

然而, Fisher 矩阵法的精度依赖于探测器的灵敏度和噪声水平,未来需要通过实际观测数据进行校准。此外,本文的分析基于数值模拟,尚未利用真实观测数据进行验证,需要对实际的引力波事件进行分析以巩固结论。随着 LISA 和太极等下一代空间引力波探测器的运行,来自超大质量双黑洞并合的更多低频引力波信号将进一步检验无毛定理和探索黑洞动力学提供机会。未来的研究将引入更复杂的非线性效应和高阶修正,提升波形模型的精度,并对不同引力理论下的波形进行系统比较,以深化对极端天体物理现象的理解。

### 参考文献:

- [1] Jiang W, Shen Z, Martí-Vidal I, et al. ApJ, 2023, 959: 11
- [2] El Bouhaddouti M, Cholis I. <https://arxiv.org/abs/2409.00179>, 2024
- [3] Israel W. Physical Review, 1967, 164: 1776
- [4] Carter B. Phys Rev Lett, 1971, 26: 331
- [5] Hawking S W. Communications in Mathematical Physics, 1972, 25: 152
- [6] Ghosh A, Ghosh A, Johnson-McDaniel N K, et al. Phys Rev D, 2016, 94: 021101
- [7] Isi M, Giesler M, Farr W M, et al. Phys Rev Lett, 2019, 123: 111102
- [8] Berti E, Yagi K, Yang H, et al. General Relativity and Gravitation, 2018, 50: 49
- [9] Hannam M, Schmidt P, Bohé A, et al. Phys Rev Lett, 2014, 113: 151101
- [10] Zhang C, Han W B, Yang S C. MNRAS, 2022, 516: L107
- [11] Khan S, Chatzioannou K, Hannam M, et al. Phys Rev D, 2019, 100: 024059
- [12] Blanchet L. Living Reviews in Relativity, 2024, 27: 4
- [13] Poisson E. Classical and Quantum Gravity, 2008, 25: 209002
- [14] Song J Y, Wang L F, Li Y, et al. Science China: Physics, Mechanics, and Astronomy, 2024, 67: 230411
- [15] Khan S, Husa S, Hannam M, et al. Phys Rev D, 2016, 93: 044007
- [16] Kühnel F. European Physical Journal C, 2020, 80: 243
- [17] Joshi A V, Rosofsky S G, Haas R, et al. Phys Rev D, 2023, 107: 064038
- [18] Pompili L, Buonanno A, Estellés H, et al. Phys Rev D, 2023, 108: 124035

## Testing the No-Hair Theorem Using Precessing Gravitational Wave Bursts from Supermassive Binary Black Holes

ZHANG Zhaowei<sup>1,2</sup>, HAN Wenbiao<sup>1,2</sup>

(1. Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China; 2. School of Astronomy and Space Science, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** Future space-based gravitational wave detectors such as LISA and Taiji are expected to detect gravitational wave events from the mergers of supermassive binary black holes. In this paper, we find that in addition to emitting the traditional inspiral-merger-ringdown gravitational wave signals, strongly precessing supermassive binary black holes can also emit gravitational wave burst signals generated by their own spin precession, which can be observed by space-based detectors. By simulating gravitational wave signals from several precessing binary black hole systems, we assess the capability of parameter estimation from gravitational wave burst signals radiated by the black holes' intrinsic quadrupole moments, providing a feasibility analysis for testing the no-hair theorem. Utilizing the Fisher matrix method, we calculate the confidence intervals of the parameter estimations. Our results indicate that if such gravitational wave burst signals can be detected, this would directly confirm the existence of quadrupole moments in black holes. By cross-verifying with gravitational wave signals from the inspiral-merger-ringdown phases, the no-hair theorem can be further tested.

**Key words:** supermassive binary black holes; spin precession; gravitational-wave bursts; parameter estimation; no-hair theorem