

doi: 10.3969/j.issn.1000-8349.2025.03.04

宽距双星的选择效应研究

刘 迪¹, 张 鹏^{1,2}, 田海俊³, 刘高潮^{1,2}, 杨向明¹, 熊 壮¹

(1. 三峡大学 理学院, 宜昌 443002; 2. 三峡大学 天文与空间科学研究中心, 宜昌 443002; 3. 杭州电子科技大学 理学院, 杭州 310018)

摘要: 宽距双星是由两个相距较远且围绕公共质心做轨道运动的天体组成的系统, 其物理投影间距是最直接的观测量。以太阳邻域 1 kpc 的高纯度宽距双星为测试样本, 发现由选择效应导致的 γ 值异常现象 (随不同距离壳层愈加偏离正常值 $\gamma = -1.5$)。为了解决该问题, 量化了各距离壳层的选择效应强度, 据此重新校验选择函数, 并使用三种不同的幂律谱模型, 通过贝叶斯统计和马尔科夫链蒙特卡罗方法对其投影间距的内禀分布进行参数拟合。研究结果表明, 在应用改进的选择函数后, 各距离壳层中三种数学模型的幂律指数 γ 均趋于平稳且正常。这些结果为修正受选择效应影响的宽距双星投影间距分布的模型参数提供了参考依据, 对理解宽距双星的形成与演化, 以及其他相关领域具有重要意义。

关键词: 双星; 宽距双星; 选择效应; 选择函数

中图分类号: P153 **文献标识码:** A

1 引 言

双星是由两个天体组成的系统, 通常被认为是同一时间诞生、具有相同的初始物质成分, 相互之间的引力使其围绕公共质心做轨道运动。大约一半的太阳型恒星属于双星系统^[1], 轨道周期从数十年到数亿年不等^[2]。其中小部分的双星间距很小 ($s \lesssim 10$ AU)^[3], 两颗子星之间可能会发生质量交换, 系统演化较为复杂; 而大多数双星间距较大, 甚至高达 2×10^4 AU (约 0.1 pc), 两颗子星相互独立地演化^[4]。当两颗子星相距较远, 两者之间仅有微弱的相互作用, 这样的系统被称为宽距双星。

双星的形成一直是天文研究的热点, 不同投影间距 (两颗恒星在天球上的投影距离) 双星的形成机制有倾向性的理论模型, 但至今尚无定论。小投影间距 ($s \lesssim 100$ AU) 双星可能诞生于碎裂的公共星周盘 (盘碎裂机制^[5,6])。宽距双星的形成机制较为复杂: 投影间距小于

收稿日期: 2024-05-11; 修回日期: 2024-05-26

资助项目: 国家自然科学基金 (12373033, 12373030)

通讯作者: 张鹏, zhangpeng@ctgu.edu.cn; 田海俊, hjtian@lamost.org

10^3 AU 的双星可能以云核湍流碎裂机制^[7,8]形成,而投影间距更大时 ($s \gtrsim 10^3$ AU 或 10^4 AU),它们可能形成于分解星团成员星的随机配对^[9,10]、不稳定三星系统的动力学演化过程^[11,12]或近邻星核的偶然相遇^[13]。

宽距双星是最简单、最小、最脆弱的天体系统之一,通过研究其投影间距分布可以探测银河引力势的变化^[14-17]。宽距双星系统结合能很低^[18],轨道十分脆弱,极易受到外界引力^[19](其他天体、巨分子云和银河潮汐)或内部成员星演化过程中的引力扰动或破坏。由于系统被破坏的可能性随着间距的增大而增大,因此可以推断出处于演化阶段的宽距双星族的间距分布会出现断裂现象(对应幂律谱模型参数 s_{br} , 即投影间距的断裂临界值),与之相反,根据投影间距分布的断裂位置可以评估宿主星系中不同区域的引力势差异。因此,宽距双星是小尺度上银河系引力势能的强大探针。通过分析银晕宽距双星的间距分布,可以探测并解答晕族大质量致密天体 (MACHO) 的存在与否和属性特征等问题。如 Yoo 等人^[15]通过模拟 MACHO 存在时银晕宽距双星的演化规律,预测出角间距幂律分布的断裂且位置由 MACHO 的质量和密度决定。Tian 等人^[20]以系统切向速度总量 ($V_{\perp,tot}$) 作为年龄和金属丰度的示踪参数,将宽距双星样本划分为年轻的类银盘双星、年老的类银晕双星和处于中间状态的双星子样本,发现了投影间距断裂的不同特征。在银河系中,一旦宽距双星系统超出对银河潮汐场敏感的间距,就无法长久保持相对稳定的引力束缚状态^[21]。作为极弱引力束缚系统,宽距双星还可用于极弱引力环境下检验广义相对论的引力修正理论^[22];此外,在由暗物质占主导地位的极暗矮星系中,宽距双星为探测暗物质的质量分布提供了一个理想环境^[23,24],可在较小的星系尺度上检验各种暗物质理论模型。另一方面,宽距双星系统的破坏可能源于系统内部成员星的演化,当恒星演化至最终阶段时(如超新星爆炸形成中子星、黑洞等),它会对其伴星施加一个“踢”的物理效应^[18,25],导致本就脆弱的宽距双星系统解体。

天文学家通常以特定的幂律谱模型 $p(s) \propto s^\gamma$ ($\gamma \approx -1.5$) 研究双星的投影间距分布。因为宽距双星的投影间距 (s) 与其轨道半长轴 (a) 存在 $s \approx 0.978a$ 的线性关系^[19],因此,投影间距与轨道半长轴具有相似的统计特征。如 Lépine 和 Bongiorno^[4]基于依巴谷天文卫星发现,宽距双星的投影间距分布遵循 $f(s)ds \approx s^{-l}$ ($l = 1.6^{+0.1}_{-0.1}$, $s \gtrsim 4000$ AU)。Chanamé 和 Gould^[14]通过拟合类银盘、类银晕宽距双星的角间距分布,发现在 $3.5'' < \Delta\theta < 900''$ 范围内,最佳幂律指数分别为 $-1.67^{+0.07}_{-0.07}$ 和 $-1.55^{+0.10}_{-0.10}$ 。El-Badry 和 Rix^[18]以幂律指数 $\gamma \approx -1.6$ 较好地刻画了主序-主序型 (MS-MS) 宽距双星投影间距分布特征。此外,Tian 等人^[20]利用平滑断裂幂律谱模型,拟合出类银盘、类银晕及介于二者之间的宽距双星样本的投影间距内禀分布,其中幂律指数 γ 分别为 $-1.51^{+0.03}_{-0.03}$ 、 $-1.56^{+0.03}_{-0.04}$ 和 $-1.55^{+0.05}_{-0.06}$ 。

由于受到 Gaia 卫星角分辨率的限制和双星搜索程序等因素的影响,本文构建的宽距双星星表并非完备的。El-Badry 和 Rix^[18]研究发现,双星样本的不完备性主要是由两颗恒星的混合 (blending) 现象引起的,尤其当两颗子星亮度差异较大或角间距较小时,不完备问题会更加严重。在本文中,利用基于 El-Badry2021 双星星表^[2]构建的高纯度宽距双星样本,使用三种数学模型,即单一幂律谱模型 (single power law, SPL)、双幂律谱模型 (double power law, DPL) 以及平滑断裂幂律谱模型 (smoothly broken power law, SBPL),拟合不同距离壳层子样本的投影间距内禀分布,发现由选择效应引起的幂律指数 γ 异常现象,这会导致推断的宽

距双星投影间距内禀分布与真实情况有所偏差。为此, 在各距离壳层中重新校准选择函数并应用于模型拟合过程, 从而推断出更加准确的投影间距内禀分布。

本文第 2 章描述了如何施加额外的筛选条件来构建高纯度的宽距双星样本; 第 3 章介绍并讨论了双星样本的选择效应; 第 4 章阐述了如何对选择函数做出改进以推断双星投影间距内禀分布; 第 5 章展示了三种幂律谱模型的拟合结果, 并对选择函数校准前后幂律指数 γ (或 γ_1) 值进行对比; 最后对结果进行总结以及对未来研究方向进行展望。

2 数据及筛选过程

本文的数据集使用了由盖亚望远镜 (Gaia Space Telescope) 的第三期早期数据 (Gaia Early Data Release 3, Gaia EDR3)^[26] 中识别的宽距双星所组成的星表。El-Badry 等人^[2]首次使用该星表, 最终构建了一个包含 1 817 594 对宽距双星候选体的初始星表。该星表中双星均在太阳邻域约 1 kpc 的范围内, 物理投影间距范围从几十 AU 到 1 pc。

事实上, 宽距双星星表存在大量的虚假双星, 这里虚假双星是指那些在执行双星配对程序时由于随机性和偶然性导致的两颗恒星强制组成的双星系统。过去曾融合的星系在其逐渐解体的过程中能够维持数个银河动力学时间的运动^[27, 28], 通过双星配对程序获得的初始双星样本, 其中许多源可以与已知的疏散星团和移动星群相互识别配对, 或者选择近邻星团和移动星群中的恒星作为伴星^[18]。尽管它们在形式上满足了双星筛选条件, 但大部分可能并非真正的双星, 这导致了较高的样本污染率。因此, 我们采用了类似于 El-Badry 等人^[2]和 Tian 等人^[20]的方法来排除这些污染源。为了得到更为纯净的宽距双星样本, 我们执行了额外的双星筛选程序。以下将简要地总结筛选步骤。

2.1 筛选条件

首先, 对宽距双星系统中两颗成员星的天体测量和测光信息进行了更严格的参数限制, 这些限制条件剔除了大量在颜色-星等图上非物理区域的虚假源, 以及少量真实源^[29]。

(1) 双星候选对的两颗恒星均具有五维参数天体测量解和色指数 $G_{BP}-G_{RP}$ 的成功测量^[29, 30], 这两颗恒星都具有较低的天体测量过量噪声, 即满足 $\sqrt{\chi^2/(\nu'-5)} < 1.2 \times \max(1, \exp(-0.2(G-19.5)))$, 其中 χ^2 和 ν' 分别指盖亚档案 (Gaia archive) 中的参数 `astrometric_chi2_al` 和 `astrometric_n_good_obs_al`。

(2) 由于星等 G_{BP} 和 G_{RP} 是通过低分辨率光谱积分计算得到的, 这比 G 波段点扩展函数更分散, 因此可以通过比较 BP、RP 总通量 (G_{BP} 、 G_{RP}) 及其过量因子 (`phot_bp_rp_excess_factor`) 来计算附近污染源的污染程度^[31], 为确保光度测量受附近光源的污染较小, 两颗恒星均满足 $1.0 + 0.015(G_{BP} - G_{RP})^2 < \text{phot_bp_rp_excess_factor} < 1.3 + 0.06(G_{BP} - G_{RP})^2$ 。

(3) 双星系统中的两颗恒星具有高信噪比的测光信息: 主星和次星 G 波段平均通量的不确定度均小于 2%, 即两颗恒星均满足 `phot_g_mean_flux_over_error` > 50。且主、次星 BP、RP 平均通量的不确定度分别小于 5%、10%, 即主星 (次星) 需满足 `phot_bp_mean_flux_over_error` > 20(> 10) 和 `phot_rp_mean_flux_over_error` > 20(> 10)。

其次, 把近邻双星定义为在天空中的 1° 范围内, 在自行运动坐标上满足 $\pm 3 \text{ mas} \cdot \text{a}^{-1}$, 在距离 $1/\varpi$ 上满足 $\pm 5 \text{ pc}$ 的双星系统。根据这一定义, 分别计算出每一个双星候选体在位置-视差-自行空间中的近邻双星数目 (N), 并只接受 $N < 2$ 的双星候选体。在此过程中, 剔除了星团、移动星群和高阶聚星系统总计 565 668 个宽距双星系统。此外, 为了获得更为纯净的宽距双星样本, 双星筛选过程中又进一步限制了 $\Delta\mu \leq \Delta\mu_{\text{or}} + 1.0\sigma_{\Delta\mu}$ 和 $\sigma_{\Delta\mu} < 0.12$, 其中 $\Delta\mu$ 为自行之差, $\Delta\mu_{\text{or}}$ 为总质量为 $5 M_\odot$ 的双星圆形轨道所能承受的最大自行之差, $\sigma_{\Delta\mu}$ 为自行差异的不确定度。

最后, 把满足 $M_G < 2.75(G_{\text{BP}} - G_{\text{RP}}) + 5.75$ 的成员星定义为“主序 (main sequence, MS) 星”, 而对于满足 $M_G < 3.25(G_{\text{BP}} - G_{\text{RP}}) + 9.63$ 的天体则被归类为“白矮星” (white dwarf, WD)。其中, 绝对星等 $M_G = G + 5 \lg(\varpi/\text{mas}) - 10$ 。模型拟合时, 为了消除双星系统内部轨道演化的影响, 又进一步从高纯度双星样本中剔除了包含白矮星的双星 (WD-MS 和 WD-WD), 而选择恒星寿命更长且相对稳定的双主序双星 (MS-MS)。

以上的筛选程序最终构建了一个总计 144 458 对宽距双星候选体的高纯度宽距双星星表, 它不包含任何已解析的更高阶聚星系统。

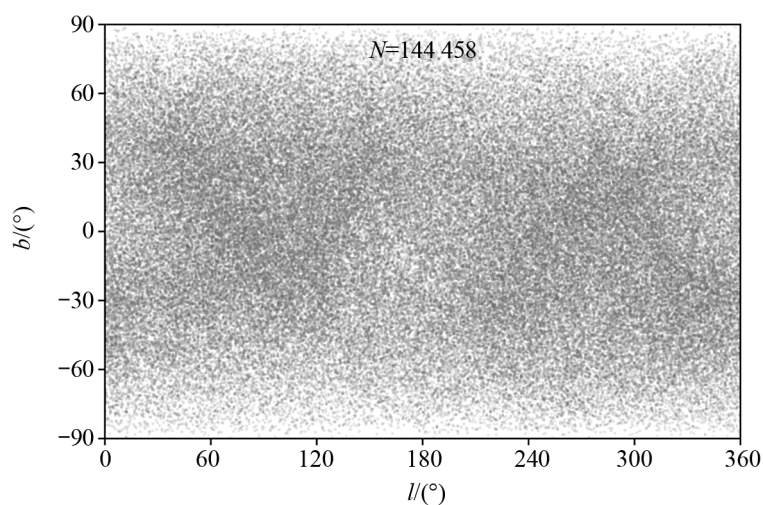
2.2 宽距双星星表的概要与特性

最终, 总计 144 458 对宽距双星候选体通过了上述筛选条件 (见 2.1 节), 其中 MS-MS 型双星 142 995 对、WD-MS 型双星 1 412 对以及 WD-WD 型双星 51 对。然而, 需指出的是上述划分宽距双星类型的依据并非严格意义上的明确定义, 尤其对于 WD-MS 型双星在边界位置附近可能存在少量样本被错误归类的情况^[2], MS 型恒星类别主要用于排除 WD, 尽管前者包含很小部分的巨星、亚巨星和主序前星。BP/RP 光谱的数据采集窗口尺寸为 $2.1'' \times 3.5''$, 因此大多数在 $2''$ 内且具有相对较亮伴星的源缺少 BP/RP 光谱测量数据^[32], 不能仅仅根据 Gaia 数据归类为 WD 或 MS 型恒星, 需要剔除包含这些恒星的双星候选体。在两颗伴星具有相同距离的假设下, 使用更为明亮的主星的视差 (通常更精确) 来计算绝对星等 M_G 。对于消光, 则利用 Leike 和 Enßlin^[33] 构建的银河消光星表为每颗伴星分配相应的消光值。

图 1 展示了高纯度宽距双星样本在银经-银纬空间 (l - b) 中的天空分布情况, Gaia 所采用的银河普查扫描法在图中留下了较为清晰的印记; 这是因为那些天体位置和运动参数等信息受到良好限制和精确测量的数据源通常位于频繁访问的天区, 使得双星在 l - b 二维平面上的分布并非完全均匀。在银道面附近, 双星候选体的密度也更高, 在剔除具有大量相空间中近邻的源之前, 这一现象会更加显著。

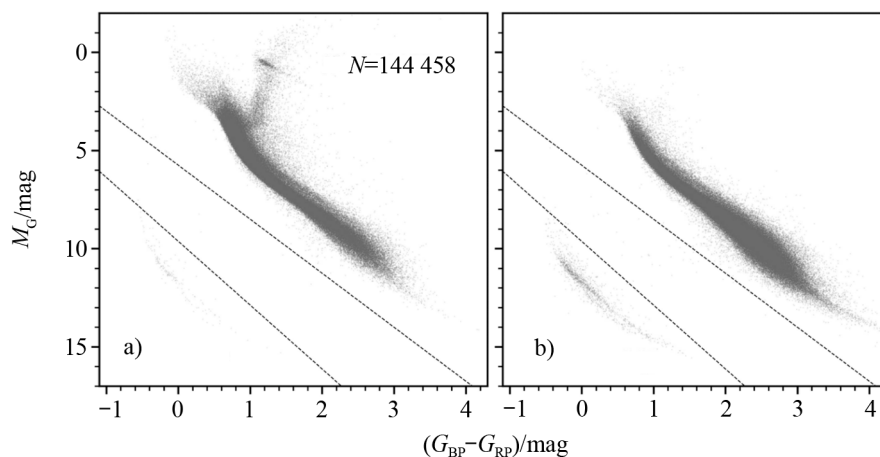
图 2 展示了高纯度宽距双星样本中主星与次星的颜色-星等图 (color-magnitude diagram, CMD)。在主、次星 CMD 中均可以明显地看到位于主序带上方的次级序列, 表明双星星表中包含在空间上未解析的密近双星所组成的等级三星系统^[34]。

图 3 展示了宽距双星样本的两个基本参数 (主星视星等、星等差) 的分布。MS-MS 型双星和 MS 型恒星的视星等的中位数分别为 $G = 13.9 \text{ mag}$ 、 $G = 15.2 \text{ mag}$, 且二者 67.4%、67.8% 视星等的分布范围分别是 $11.5 \sim 15.9 \text{ mag}$ 、 $12.5 \sim 16.9 \text{ mag}$ 。这主要是因为对星表中恒星的视差、自行和测光测量等提出了较高的要求, 使其主要包含相对明亮的恒星。各个



注: 总共 144 458 对宽距双星候选体 (包含 MS-MS 型、WD-MS 型和 WD-WD 型双星), 均由灰点表示。

图 1 高纯度宽距双星样本在 l - b 二维空间的分布图

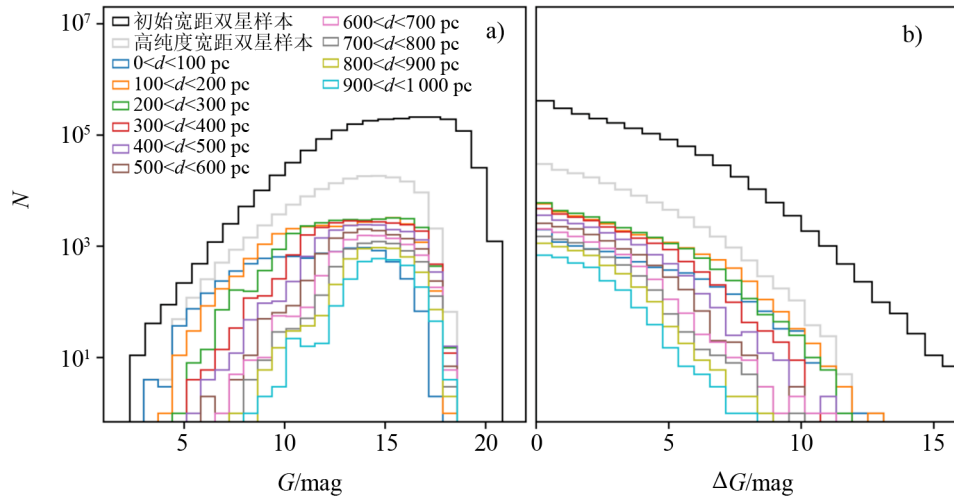


注: a) 表示主星的 CMD 分布; b) 表示次星的 CMD 分布。黑色虚线为划分 MS 与 WD 的拟合线, 所有宽距双星候选体都用灰点表示。

图 2 高纯度宽距双星样本主星与次星的 CMD 图像

距离壳层子样本的视星等分布也有较大差异 (如图 3a) 所示)。

图 3b) 展示了双星的星等差分布 ($\Delta G = |G_1 - G_2|$)。宽距双星星表中星等差的中位数为 $\Delta G = 1.71 \text{ mag}$, 67.4% 双星分布在 $11.5 \sim 15.9 \text{ mag}$ 范围内。各距离壳层子样本有显著差异, 这种现象对于推断双星投影间距的内禀分布十分重要, 因为在给定角间距处, Gaia 卫星对探测伴星的灵敏度随星等差的变化而变化^[18] (见 4.2 节)。由此可以看出, 位于不同距离壳层中的双星子样本在小间距处受到选择效应的不同程度影响, 因此本文 4.2 节采用不同程度的



注: a) 为宽距双星视星等 G 的分布; b) 为星等差 ΔG 的分布。黑色、浅灰色直方图分别代表初始双星样本^[2]和从中通过筛选 (2.1 节) 得到的高纯度宽距双星样本。其中各距离壳层的双星子样本分别用不同颜色表示。

图 3 宽距双星基本参数 (视星等 G 、星等差 ΔG) 的分布

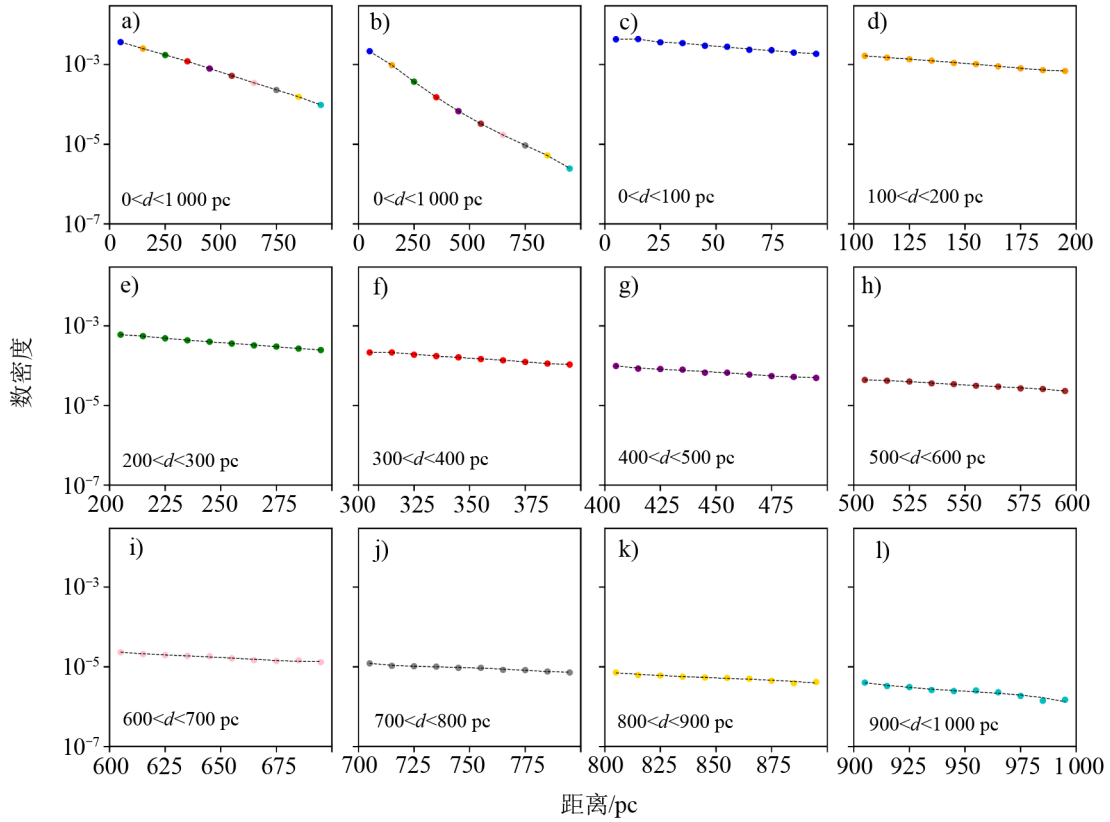
校准方法来修正这种不完备性。

图 4 展示了宽距双星样本在距离上的数密度分布情况。其中高纯度宽距双星样本 (图 4b)) 由初始宽距双星样本 (图 4a)) 通过第 2.1 节的筛选条件得到, 其距离的中位数为 $d = 316.3 \text{ pc}$, 67.8% 的宽距双星分布在 $151.6 \lesssim d \lesssim 599.7 \text{ pc}$ 范围内, 且 600 pc 以内的双星占比约为 83.8%。对于初始宽距双星样本和高纯度宽距双星样本, 以 100 pc 的距离跨度分别统计其各自在 10 个不同距离壳层中的距离-数密度变化; 而对于从高纯度宽距双星样本中提取出的各距离壳层的双星子样本, 再以 10 pc 的距离跨度统计其距离-数密度的变化。

受选择效应的影响, 图 4a)、b) 中距离的数密度分布均随着距离壳层的增大而减小, 且各自表现出不同程度的下降趋势, 而后者降幅比前者更大, 这主要是因为本研究对高纯度宽距双星样本限制了更严格的双星筛选条件。图 4c)–l) 展示了各距离壳层高纯度宽距双星子样本的距离-数密度分布, 它们的距离-数密度分布几乎没有变化, 且在距离-数密度的对数空间中近似为各距离壳层上的均匀分布。相对来说, 处于距离壳层 $0 < d < 100 \text{ pc}$ 子样本的距离-数密度的数值和降幅最大。

2.3 虚假双星和双星污染率

在 Gaia 任务^[35]实施前, 由于缺乏精确的天体测量数据, 难以构建纯净的双星星表。首个系统性双星星表是基于相近双星是虚假双星的假设下构建^[36], 20 年后该假设被证实是错误的^[37]。双星搜寻方法最初参考恒星的位置或自行^[38]的低维相空间搜索^[21], 现已发展至考虑视差和视向速度 (radial velocity, RV) 等因素的高维相空间搜索^[2]。令人振奋的是, Gaia 数据^[26, 39]的释放使得构建高纯度、大样本的双星星表成为可能。由虚假双星引起的样本污染率取决于多种因素, 对于视差、自行较小的宽距双星, 基本上无法彻底排除其虚假双星的可



注: a) 初始宽距双星样本^[2]; b) 高纯度宽距双星样本; c) – l) 分别对应由近及远共 10 个距离壳层的高纯度宽距双星样本, 分别使用不同颜色的数据点表示。

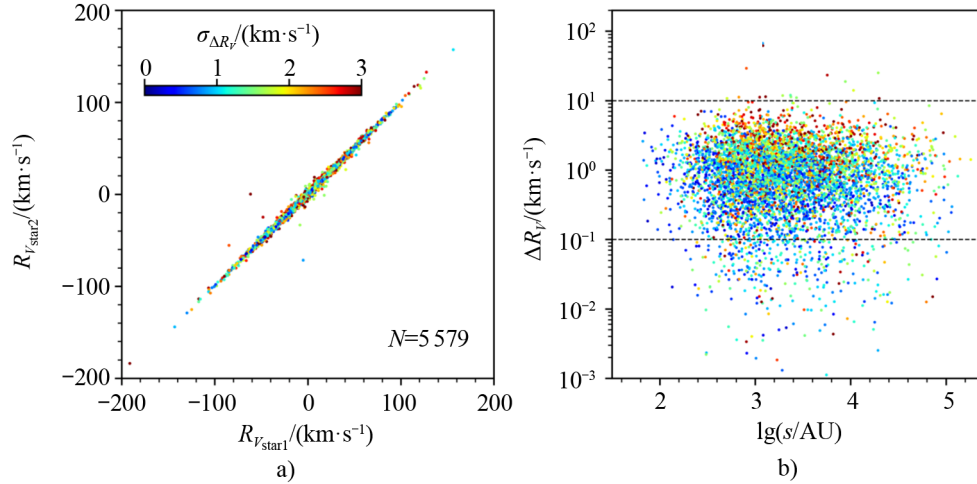
图 4 宽距双星样本距离的数密度分布

能性。随着投影间距的增大, 污染率相应提升^[4, 21], 尤其当 $s > 30\,000$ AU 时, 虚假双星几乎占据主导地位。El-badry 等人^[2]构造了一个七维参数空间, 包括角间距、距离、视差差异的不确定度、局部天空密度、切向速度、视差差异的信噪比和自行差异的信噪比; 使用核密度估计方法计算其污染率, 即 R 。本文所使用的高纯度宽距双星样本限制污染率 $R < 0.1$ 。

此外, 可以通过比较主星与次星视向速度之差的绝对值 (即 ΔR_V) 来间接量化双星的污染率。其中共有 5579 对宽距双星候选体具备测量准确的视向速度参数 ($\sigma_{R_V} < 3 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$), 可以有效地检查双星样本的污染率^[13]。对于一个虚假双星系统而言, 通常其两颗子星的视向速度会有较为显著的差异, 这里, 将那些满足 $\Delta R_V / \sigma_{R_V} > 5$ 和 $\Delta R_V > 10 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ 的双星候选体视为潜在的污染源。

图 5 展示了宽距双星样本中主、次星视向速度对比和视向速度之差与投影间距的分布。大多数 ΔR_V 较大的双星, 其 $\sigma_{\Delta R_V}$ 也大于平均水平, 其中仅有 16 对符合虚假双星的条件 ($\Delta R_V / \sigma_{R_V} > 5$ 和 $\Delta R_V > 10 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$), 这意味着双星样本的污染率约为 0.15%, 大多数污染源分布在 $3.0 \lesssim \lg(s/\text{AU}) \lesssim 4.2$ 的范围内。然而, 整个宽距双星样本的真实污染率相对更

高。视向速度 R_V 为那些两颗子星均较为明亮的双星系统提供了污染率的估计。



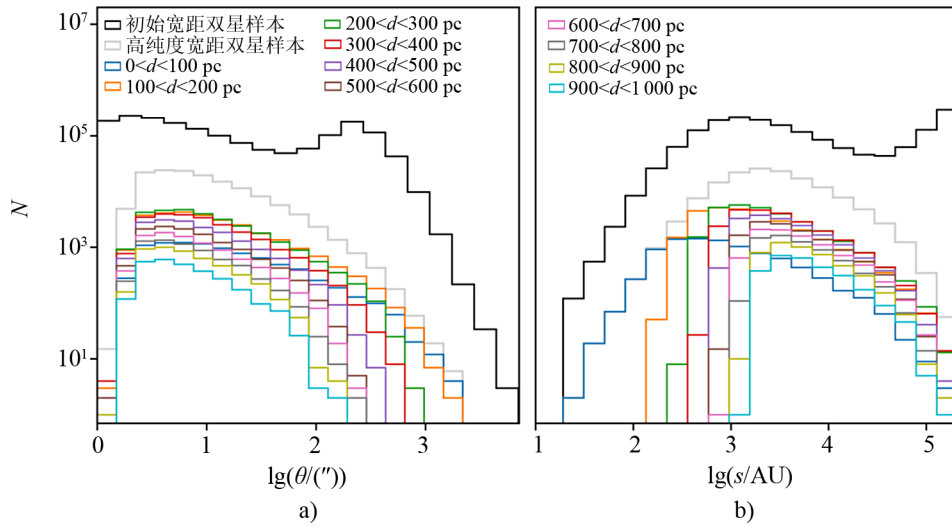
注: a) 主星 R_V - R_V 对比分布图; b) 双星候选体 $\lg(s)$ - ΔR_V 分布图。满足 $\sigma_{R_V} < 3 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ 的样本约占高纯度双星星表的 4.0% (5 579 对)。其中仅有 16 对符合虚假双星的条件, 黑色虚线表示 $\Delta R_V = 10 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ 和 $10^{-1} \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ 。

图 5 双星候选体的 R_V - R_V 对比分布和 $\lg(s)$ - ΔR_V 分布

2.4 可观测双星的间距分布

图 6 显示了宽距双星样本角间距 θ 和物理投影间距 s 的分布。由于 Gaia 角分辨率的限制, 当 $\theta \lesssim 1.5''$ 时, 样本中没有双星^[40]。此外, 当筛选条件较为宽松时, 所有双星候选体的间距分布呈现双峰分布, 分别表现为角间距分布中的 $\lg(\theta) \approx 0.5$ 和 $\lg(\theta) \approx 2.5$ 处与投影间距分布中的 $\lg(s) \approx 3$ 和 $\lg(s) \approx 5$ (黑色直方图)。然而, 大间距的峰值完全是由于受到虚假双星而非真实双星的影响。因此, 随着更严格的筛选条件的应用, 它会向更大的间距方向移动, 并最终消失。Dhital 等人^[41]和 Oelkers 等人^[42]发现宽距双星的投影间距分布为双峰分布, 并提出更大投影间距的双星星族包含由不同机制形成的双星。

对于初始宽距双星样本, 在大间距处 ($\theta \approx 4.2''$, $s \gtrsim 0.05 \text{ pc}$), 双星样本以污染源为主, 并且间距分布的峰值完全是由虚假双星的干扰所引起的。与 El-Badry 和 Rix^[18]以及 Tian 等人^[20]的研究结果一致, MS-MS 型双星在任意 $s \gtrsim 500 \text{ AU}$ 处都不遵循欧皮克定律 (Opik's law, 即对数投影间距的均匀分布)。我们对高纯度宽距双星样本进行了均匀切分, 将其分成 10 个距离壳层的子样本。值得注意的是, 这 10 个距离壳层子样本的角间距分布在不同 θ 处, 表现出不同的截断现象 (截断点随距离壳层增大而减小), 而原始投影间距分布当 $s \lesssim 10^3 \text{ AU}$ 时在不同投影间距处出现相应的截断现象 (截断点随距离壳层增大而增大), 且在 $s \approx 10^5 \text{ AU}$ 处均有一个明显的截断。而这种显著的双峰性分布由随机配对的虚假双星引起^[9]。



注: a)、b) 分别为宽距双星角间距 θ 、物理投影间距 s 的分布。黑色、浅灰色直方图分别代表初始宽距双星样本^[4]和从中通过筛选条件 (2.1 节) 的高纯度宽距双星样本。其中各距离壳层的双星子样本分别用不同颜色表示。

图 6 可观测的宽距双星样本角间距 θ 和物理投影间距 s 分布

3 选择效应

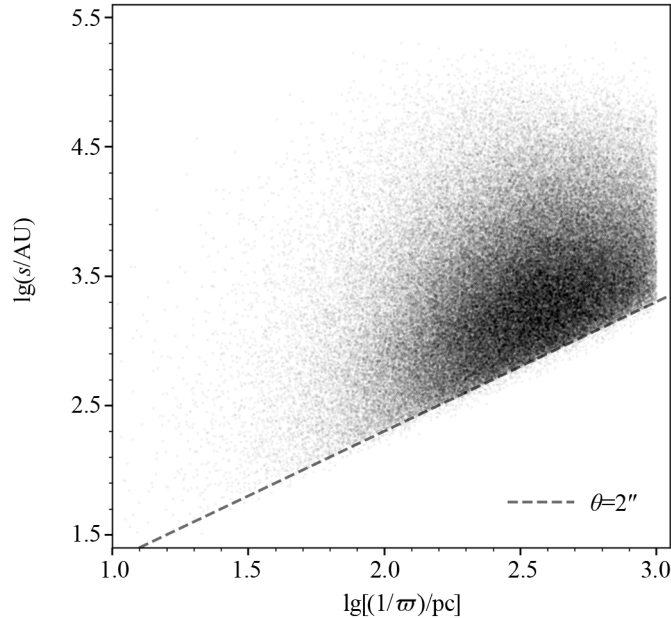
选择效应一直是天文研究中普遍存在的难题, 它由天文仪器设备、数据处理方式和探测方法等因素引起, 导致某类天体更易或难被发现或研究, 可能造成实验结果偏差进而扭曲对天体分布、性质和演化的理解。因此, 在天文学研究中考虑和校准选择效应至关重要。

双星领域研究中的选择效应仍然普遍存在, 且具有复杂性。由于明亮恒星更易被探测, 相对暗弱的伴星可能被忽略, 导致双星样本中存在偏向亮星的倾向; 角间距较大的双星更易分辨, 而较小的可能导致两颗恒星的混合, 难以辨别, 因此, 样本还倾向于选择角间距较大的双星。只要角间距足够大并且两颗恒星足够亮, 就能分别独立地探测到它们, 从而识别出一个完整的双星系统。然而, 角间距较小时, 明亮恒星的存在使得在固定角间距下探测暗弱伴星变得困难^[43]。因此, 选择效应导致双星样本的不完备性是由视星等、星等差及角间距等因素综合作用的结果。

由于 Gaia 观测数据的限制和双星筛选条件的影响, 本文所构建的宽距双星表不具有完备性: 缺少空间上未解析的密近双星, 以及其中一颗恒星太暗而无法通过双星筛选条件或首先被探测到的双星。缺少具有较小物理投影间距双星, 主要是由小角间距情况下的不完备性所造成 (见图 7)。

选择效应的强度在不同距离壳层中有所体现, 即不同距离壳层子样本的不完备性有所差异 (见图 3 和图 6)。相对而言, 位于较小距离壳层中样本的视星等 G 、星等差 ΔG 、角间距 θ 以及投影间距 s 在可观测量上比那些位于较大距离壳层中的更多。此外, 不同距离壳层子样本在小间距 ($s \lesssim 10^3$ AU) 处出现不同程度的截断, 并随着距离的增大而增大。总之,

选择效应导致双星样本的不完备性,并以不同的方式影响宽距双星的性质分布。



注:在施加天体测量和测光的筛选条件(2.1节)的情况下,宽距双星样本的角分辨率极限约为 $2''$,这不利于在较远的距离上发现间距较小的双星。

图7 高纯度宽距双星样本在距离-投影间距 $((1/\sigma)-s)$ 二维空间的分布

图7展示了宽距双星样本在距离-投影间距空间 $((1/\sigma)-s)$ 中的分布,典型的分辨率极限 $(\theta \approx 2'')$ 清晰可见,进而阻止了大距离处对小投影间距双星的探测。因此,在大距离处样本主要由间距较大的双星所主导。另一方面,我们还发现了一个有趣的现象:按距离远近对双星样本均匀划分为10个不同的距离壳层子样本,并采用三种幂律谱模型(SPL、DPL和SBPL)拟合其投影间距分布。结果表明,这三种幂律谱模型的幂律指数 γ (或 γ_1)均偏离正常值,且总体上随距离壳层的变化而变化(见表1)。这种由样本不完备性导致的异常现象会造成投影间距内禀分布的严重偏差,因此校准因小间距未解析的密近双星缺失和恒星亮度差异过大等因素而引起的不完备性至关重要。

4 修正受选择效应影响的幂律指数的改进方法

第3章已经明确指出角间距较小时 $(\theta < 10'')$,宽距双星的间距分布完备性严重不足,尤其相对更小的角间距 θ 更是如此。因此,在对双星物理投影间距的内禀分布进行建模之前,必须考虑选择效应,以补偿间距较小时双星子样本的不完备性,以修正受距离等因素影响的模型幂律指数 $(\gamma$ 或 $\gamma_1)$ 。在本章中,参照了与El-Badry和Rix^[18]构建的以数据的经验拟合为基础的选择函数相同的数学函数形式,在此基础上对选择函数作出改进,考虑了距离的

影响, 即均匀切割整体距离范围 $0 \sim 1 \text{ kpc}$ 分别为 $0 \sim 100 \text{ pc}$ 、 $100 \sim 200 \text{ pc}$ 、 $200 \sim 300 \text{ pc}$ 、 $300 \sim 400 \text{ pc}$ 、 $400 \sim 500 \text{ pc}$ 、 $500 \sim 600 \text{ pc}$ 、 $600 \sim 700 \text{ pc}$ 、 $700 \sim 800 \text{ pc}$ 、 $800 \sim 900 \text{ pc}$ 以及 $900 \sim 1000 \text{ pc}$ 等距离壳层; 并在以上 10 个不同距离壳层中, 分别统计不同星等差 ΔG 下角间距 θ 与完备性之间的关系; 再将其变化规律应用在拟合投影间距分布的似然函数中; 最后使用三种幂律谱模型对宽距双星物理投影间距的内禀分布进行建模处理。

4.1 拟合投影间距分布的数学模型

宽距双星的物理投影间距分布往往遵循某些特定的幂律谱规律, 在本节中, 将其物理投影间距分布分别建模为三种不同的数学模型, 即 SPL、DPL 以及 SBPL。

4.1.1 SPL

该数学模型对应一维自由向量空间 $\mathbf{m} = (\gamma)$, 仅包含一个自由参数 γ 。尽管一维自由向量空间有其局限性, 但该模型仍能计算出在给定物理投影间距范围 (整体或部分) 内的幂律指数 γ 的最佳拟合值, 表示为:

$$\phi(s) = \phi_0 s^\gamma \quad (1)$$

4.1.2 DPL

该数学模型对应一个三维自由向量空间 $\mathbf{m} = (\gamma_1, \gamma_2, \lg(s_{\text{br}}/\text{AU}))$, 相比于上一个模型, 增加了新的幂律指数 γ_2 和宽距双星物理投影间距的断裂点 s_{br} 。 γ_1 、 γ_2 分别表示关于投影间距的断裂点 s_{br} 前后, 即 $s \lesssim s_{\text{br}}$ 端与 $s \gtrsim s_{\text{br}}$ 端所对应的幂律指数。该模型表示为:

$$\phi(s) = \phi_0 \begin{cases} s^{\gamma_1}, & s \leq s_{\text{br}} \\ s_{\text{br}}^{\gamma_1 - \gamma_2} \times s^{\gamma_2}, & s > s_{\text{br}} \end{cases} \quad (2)$$

4.1.3 SBPL

该数学模型对应一个四维自由向量空间 $\mathbf{m} = (\gamma_1, \gamma_2, \lg(s_{\text{br}}/\text{AU}), \Lambda)$ 。在 DPL 模型的基础之上, 进一步增加了新的自由参数 (即平滑因子 Λ), 使其能够在一定程度上量化两个幂律结合的陡峭或平滑程度。该模型表示为:

$$\phi(s) = \phi_0 \left(\frac{s}{s_{\text{br}}} \right)^{\gamma_1} \left[\frac{1}{2} \left[1 + \left(\frac{s}{s_{\text{br}}} \right)^{1/\Lambda} \right] \right]^{(\gamma_2 - \gamma_1)\Lambda} \quad (3)$$

以上公式 (1) – (3) 中, 系数 ϕ_0 均为归一化常数。

4.2 选择函数

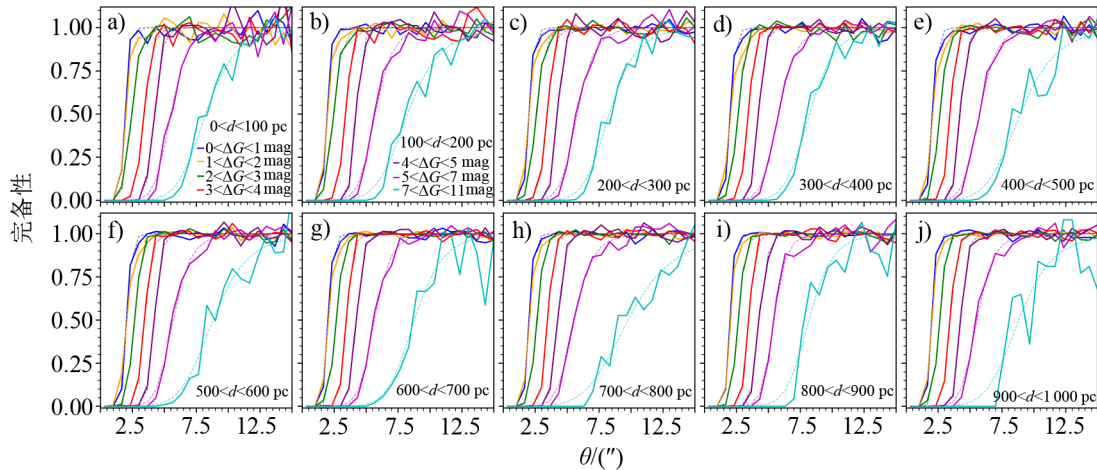
识别宽距双星的方法要求: 两颗恒星在空间上均能被独立分辨, 且都必须满足天体测量和测光的筛选条件 (见第 2.1 节)。因此, 是否检测到宽距双星, 取决于两颗恒星的角间距和光通量比。如果光通量比较大, 次星在固定的角间距下更有可能被主星的亮光所掩盖或污染^[22]; 反之, 则较少发生这种情况。在推断宽距双星的投影间距内禀分布时, 这一效应必须考虑。

此外, 是否能探测到双星还取决于两颗恒星的视星等: 任何一颗恒星太暗, 则双星系统很难被探测到。如果未探测到的双星与被探测到的双星的投影间距内禀分布一致, 那么就对推

断的结果没有影响, 这需要双星的投影间距分布与距离和绝对星等无关。El-Badry2018^[18]中双星的最远距离为 200 pc, $\phi(s|m)$ 不随距离发生显著变化, 然而当高纯度双星样本最远距离接近 1 kpc 时, 需要考虑距离因素所引起的幂律谱模型参数, 尤其是幂律指数 γ (或 γ_1) 的变化。在第 3 章已知, 样本的不完备性是由选择效应引起的, 而选择效应与星等差 ΔG 和角间距 θ 存在一定联系。为了能够定量研究这种选择效应, 本文采用 El-Badry 和 Rix^[18] 构建的选择函数 $f_{\Delta G}(\theta)$, 用以描述在给定角间距 θ 时探测到伴星的概率。在 4.3 节推导投影间距内禀分布时, 可以利用该选择函数来校正选择效应, 即

$$f_{\Delta G}(\theta) = \frac{1}{1 + (\theta/\theta_0)^{-\beta}} \quad (4)$$

选择函数 $f_{\Delta G}(\theta)$ 取决于两颗成员星之间的角间距 θ 和星等差 ΔG , 其中 ΔG 是两颗成员星在 G 波段的星等差的绝对值, θ_0 表示灵敏度降到 1 以下的角间距, β 决定了当 $\theta \ll \theta_0$ 时灵敏度下降的速度。首先对 10 个不同的距离壳层分别进行统计分析 (见图 8), 再通过 ΔG 离散值的拟合进行插值来估计不同 ΔG 下最优的 θ_0 和 β 值。需要注意的是, $f_{\Delta G}(\theta)$ 并不表示绝对的选择函数, 而是在角间距 θ 处检测到的双星与任意大间距处检测到的双星数量的相对比值。



注: a)–j) 分别为不同距离壳层中完备度的统计结果。不同颜色的曲线表示在角间距 θ 处探测到的不同 ΔG 下且通过筛选条件 (2.1 节) 的双星所占的比例, 虚线表示对式 (4) 的拟合结果。

图 8 不同距离壳层中不同星等差的双星子样本的完备性与角间距的分布

图 8 展示了在星等差 ΔG 不同的情况下, 不同距离壳层中双星样本的完备性与角间距 θ 的关系。使用类似于 Arenou 等人^[32] 描述的方法, 我们评估了给定角间距 θ 下 Gaia 测光对伴星的灵敏度变化。对于每个星等差 ΔG 的区间, 计算出其中每个宽度约 0.66'' 的角间距 θ 区间内通过筛选条件 (见 2.1 节) 的双星所占的相对比例。并通过对星等差 ΔG 的离散值 (取区间上下限的平均数) 进行线性插值拟合, 从而估计不同星等差 ΔG 下选择函数 $f_{\Delta G}(\theta)$ 中参数 θ_0 和 β 的最佳值。通常情况下, 星等差 ΔG 越小, 角间距 θ 越大, 其相应的双星样本

完备度越高。

4.3 拟合投影间距分布的似然函数

考虑一个函数形式为 $\phi(s|\mathbf{m}) = dP/ds$ 的双星投影间距的内禀分布, 其中 $\mathbf{m}$ 是一组待拟合的模型自由参数 (即 4.1 节中的自由向量空间)。若给定一组投影间距为 s_i 的双星, 则相应的似然函数为:

$$L = p(\{s_i\}|\mathbf{m}) = \prod_i p(s_i|\mathbf{m}) \quad , \quad (5)$$

其中, $p(s_i|\mathbf{m})$ 是在给定模型参数 $\mathbf{m}$ 的第 i 个双星的检测概率, 对于每一个双星, 该概率可以计算为:

$$p(s_i|\mathbf{m}) = \frac{\phi(s_i|\mathbf{m})}{\int_{s_{\min}}^{s_{\max}} \phi(s|\mathbf{m}) f_{\Delta G}(s|d_i) ds} \quad . \quad (6)$$

其中, 在以模型参数 $\mathbf{m}$ 给定物理投影间距内禀分布的情况下, 概率 p_i 与距离 d_i 、星等差 ΔG 、投影间距 s_i 的双星在星表中找到的概率成正比, 而 $s_{\min}$ 和 $s_{\max}$ 分别是投影间距 s_i 分布的最小值和最大值。 $\phi(s|\mathbf{m})$ 是归一化的, 即 $\int_{s_{\min}}^{s_{\max}} \phi(s|\mathbf{m}) ds = 1$, 选择函数 $f_{\Delta G}(\theta) = f_{\Delta G}(s|d_i)$ 是关于双星角间距的函数, 由式 (1) 给出。

式 (6) 中的分母反映了在距离 d_i 和星等差 ΔG 处可以检测到的双星占比, 也定性说明了在较远距离和较大星等差之下, 投影间距较大的双星比较小的双星更容易被探测到。当投影间距很小时, 式 (6) 中的概率值趋于 0, 此时 $s_{\min}$ 的取值对结果没有影响, 故本文统一设定 $s_{\min} = 10^{-2}$ AU; 当投影间距 $s > 10^{5.20}$ AU 时, 双星样本的污染率很高, 因此设定 $s_{\max} = 10^{5.20}$ AU (约 0.8 pc)。

5 拟合结果

在 0 ~ 1 kpc 距离范围内, 将高纯度双星样本均匀划分为 10 个距离壳层的双星子样本; 然后在该 10 个距离壳层中, 使用程序库 `emcee`^[44] 进行双星物理投影间距的三种幂律谱模型的后验分布采样, 所有模型参数均采用宽泛的、平坦的先验分布。

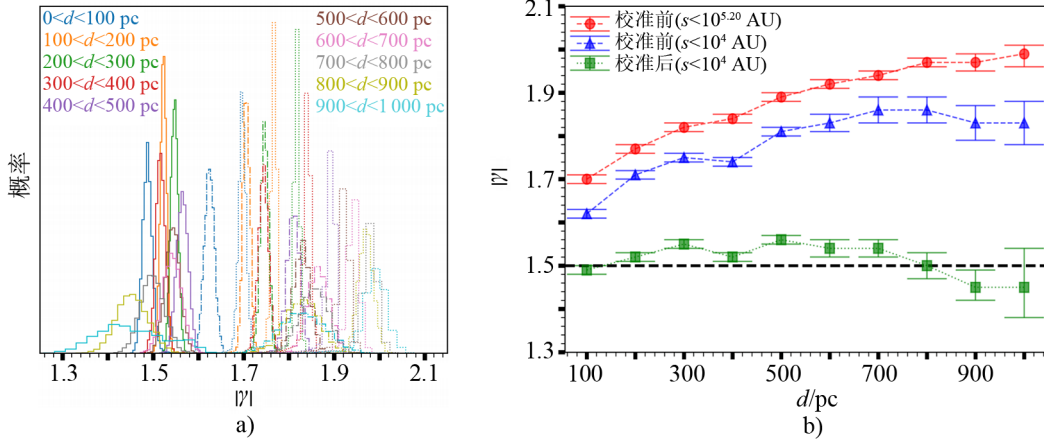
本章介绍不同距离壳层的高纯度双星子样本投影间距内禀分布所获得的模型参数约束, 使用角图 (`corner`)^[45] 来执行相应的可视化, 即不同模型参数之间的关系与其边缘概率密度分布。在所展示的幂律指数 γ (或 γ_1) 随距离的变化情况的图像中, 校准前和校准后分别指选择函数 $f_{\Delta G}$ 在不同星等差 ΔG 下所采用的 El-Badry2018^[18] 中所估计的 θ_0 与 β 值, 及采取不同距离壳层经校正的 θ_0 与 β 值。

下文将分别展示三种不同的幂律谱模型 (SPL、DPL 和 SBPL) 在选择函数校准前后模型参数的变化情况以及结果对比, 着重关注幂律指数 γ (或 γ_1)。此外, 为更直观地可视化展示, 下文中部分幂律指数 γ 取其绝对值 $|\gamma|$ 。

5.1 SPL

对 10 个距离壳层的双星子样本均作出投影间距上的限制, 即保留全部投影间距范围 $s \lesssim 10^{5.20}$ AU 和 $s \gtrsim 10^4$ AU。并使用 SPL 模型 ($\phi(s) = \phi_0 s^\gamma$) 拟合这两组双星子样本的投影

间距内禀分布, 得到相应的模型幂律指数 $|\gamma|$ 值 (见图 9a)。



注: a) 点划线、实线和点线分别为选择函数校准前 ($s < 10^4$ AU)、选择函数校准后 ($s < 10^4$ AU) 和选择函数校准前 ($s < 10^{5.20}$ AU) SPL 模型的拟合结果, 不同颜色表示各距离壳层双星子样本; b) 红色圆点、蓝色三角点和绿色方点分别表示选择函数校准前 ($s < 10^{5.20}$ AU)、选择函数校准前 ($s < 10^4$ AU) 和选择函数校准后 ($s < 10^4$ AU) 幂律指数 $|\gamma|$ 随距离壳层的变化, 黑色虚线表示 $|\gamma| = 1.5$ 。

图 9 SPL 模型参数拟合结果的概率-幂律指数分布和幂律指数 $|\gamma|$ 随距离壳层变化的分布

随着距离壳层的增大, 幂律指数 $|\gamma|$ 均表现出不同程度的增大, 总体上表现出逐步上升的趋势 (见图 9b)), 从最小距离壳层 $0 < d < 100$ pc 的 $1.70^{+0.01}_{-0.01}$ ($s \lesssim 10^{5.20}$ AU) 和 $1.62^{+0.01}_{-0.01}$ ($s < 10^4$ AU) 最终升至最大距离壳层 $900 < d < 1000$ pc 的 $1.99^{+0.02}_{-0.03}$ ($s \lesssim 10^{5.20}$ AU) 和 $1.83^{+0.05}_{-0.05}$ ($s < 10^4$ AU)。而在应用校准的选择函数后, 幂律指数 $|\gamma|$ 基本稳定在 $|\gamma| = 1.5$ 。

5.2 DPL

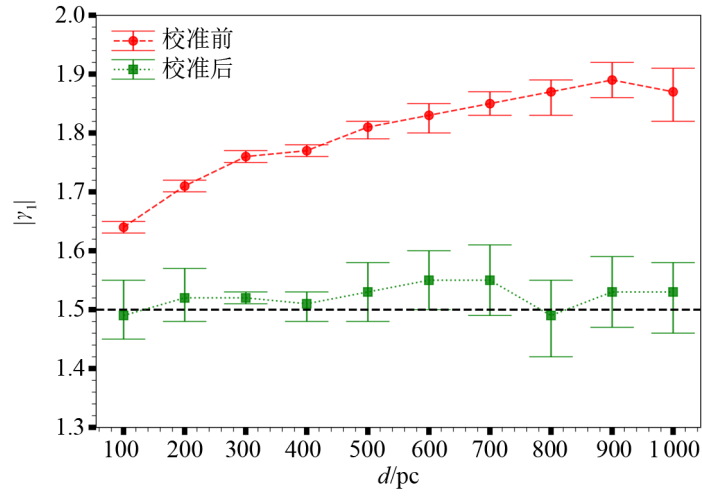
不同于 SPL 模型的单一自由参数 γ , DPL 模型具有三种自由参数, 其三维参数向量空间为 $\mathbf{m} = (\gamma_1, \gamma_2, \lg(s_{br}/\text{AU}))$ 。

在选择函数未作参数校准的情况下, 仍然发现幂律指数 $|\gamma_1|$ 随距离壳层的增大, 整体表现出逐步升高的显著趋势 (见图 10)。从最小距离壳层 $0 < d < 100$ pc 的 $1.64^{+0.01}_{-0.01}$ 逐步提高至最大距离壳层 $900 < d < 1000$ pc 的 $1.87^{+0.04}_{-0.05}$ 。而在应用重新校准的选择函数后, 幂律指数 $|\gamma_1|$ 在 1.5 附近上下波动。

此外, 由于投影间距断裂点 s_{br} 的存在, 应适当放开宽距双星样本中投影间距 s 的取值范围, 然而鉴于大间距处较高的双星样本污染率, 设定 $s_{max} = 10^{5.20}$ AU (见 4.3 节)。并使用校准前和校准后的选择函数, 通过 DPL 模型拟合出宽距双星样本投影间距的内禀分布 (见图 11)。图 11 a)、b) 展示的分别是选择函数校准前后, 对处于不同距离壳层的双星子样本执行 DPL 模型参数向量拟合后的边缘概率密度分布情况。

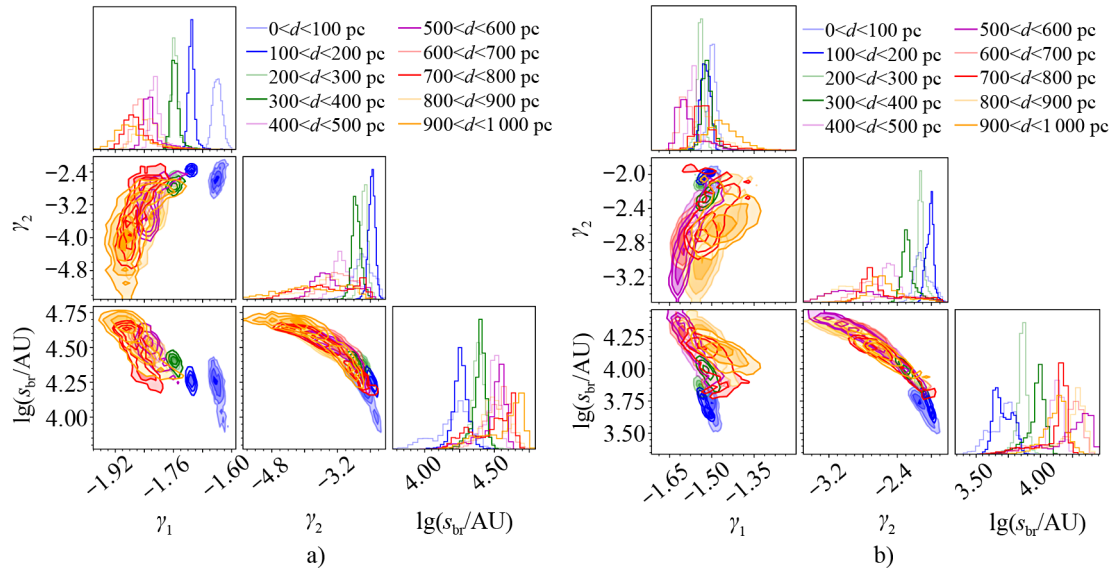
5.3 SBPL

与前两个幂律谱模型均有所不同, SBPL 模型具有四种自由参数, 其四维参数向量空间为 $\mathbf{m} = (\gamma_1, \gamma_2, \lg(s_{br}/\text{AU}), \Lambda)$ 。即在 DPL 模型的基础上, 添加了自由参数平滑因子 Λ , 可以



注: 红色圆点和绿色方点分别表示选择函数校准前后幂律指数 $|\gamma_1|$ 随距离壳层的变化, 其误差在 1σ 范围内。黑色虚线表示 $|\gamma_1| = 1.5$ 。

图 10 幂律指数 $|\gamma_1|$ 随距离壳层变化的分布

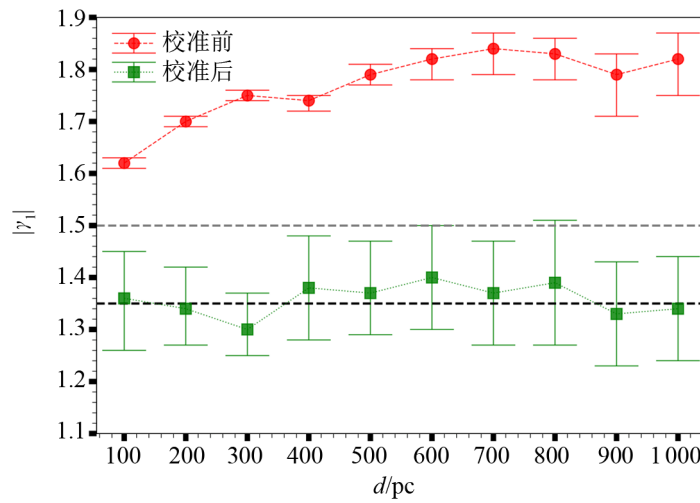


注: a)、b) 分别为选择函数校准前、后 DPL 模型参数 γ_1 、 γ_2 及 s_{br} 的拟合结果。各距离壳层双星子样本的拟合结果由不同颜色表示。

图 11 DPL 模型参数拟合结果

量化 $s \lesssim s_{\text{br}}$ 端和 $s \gtrsim s_{\text{br}}$ 端相应的两个幂律结合的陡峭或平滑程度。这里, 对投影间距的限制与 DPL 保持一致 ($s \lesssim 10^{5.20}$ AU), 并使用校准前和校准后的选择函数, 通过 SBPL 模型拟合出宽距双星样本投影间距的内禀分布。

当使用未经校准的选择函数时, 仍观测到幂律指数 $|\gamma_1|$ 随距离壳层的增大而增大 (见图 12)。从最小距离壳层 $0 < d < 100$ pc 的 $1.64^{+0.01}_{-0.01}$ ($s < 10^{5.20}$ AU) 逐步提高至最大距离壳层 $900 < d < 1000$ pc 的 $1.87^{+0.04}_{-0.05}$ ($s < 10^{5.20}$ AU)。而重新校准选择函数后, 幂律指数 $|\gamma_1|$ 在 1.35 附近波动。图 13 a)、b) 展示了选择函数校准前后, 对处于不同距离壳层的双星子样本执行 SBPL 模型参数向量拟合后的边缘概率密度分布情况。



注: 红色圆点和绿色方点分别表示选择函数校准前后幂律指数 $|\gamma_1|$ 随距离壳层的变化, 其误差在 1σ 范围内。黑色虚线、灰色虚线分别表示 $|\gamma_1| = 1.35$ 、 $|\gamma_1| = 1.5$ 。

图 12 幂律指数 $|\gamma_1|$ 随距离壳层变化的分布

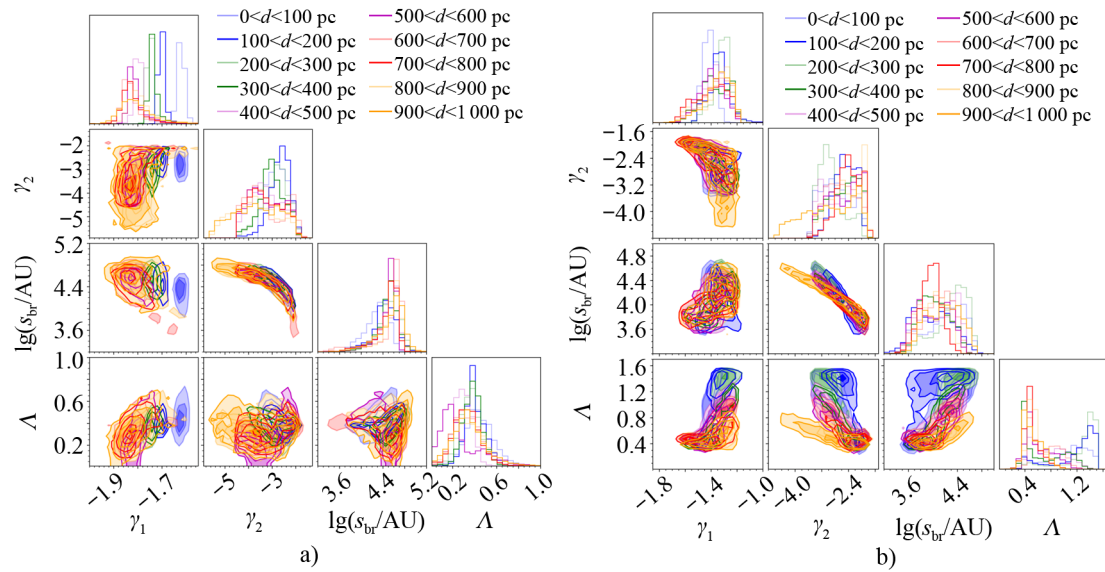
5.4 校准前后结果对比

在各幂律谱模型参数的拟合过程中, 我们记录下各距离壳层在不同模型下幂律指数 (γ) 的最佳拟合值。模型包括 SPL、DPL 和 SBPL, 默认保留全部投影间距范围 $s \lesssim 10^{5.20}$ AU; 此外, 限制 SPL 模型的投影间距 $s \lesssim 10^4$ AU。

表 1、表 2 从数值上分别展示了选择函数校准前、后模型幂律指数随距离壳层的变化。经校准后, 采用同一模型在同一距离壳层的幂律指数 (γ) 显著降低。且在同等条件下, 幂律指数符合: $\gamma_{\text{SBPL}} \lesssim \gamma_{\text{DPL}} \lesssim \gamma_{\text{SPL}}$ 。

我们选取距离壳层 ($200 < d < 300$ pc) 作为校准后的宽距双星测试样本, 通过三种数学模型 (SPL、DPL 和 SBPL) 拟合得到相应参数的边缘概率密度分布, 并利用各模型参数的最佳拟合值可视化该测试样本投影间距的内禀分布。

图 14 展示了宽距双星测试样本在三种不同幂律谱模型下, 选择函数校准前后投影间距观测值与模型拟合值的内禀分布结果对比情况。其中, 黑色虚线 (SPL($\gamma = -1.5$)) 表示 SPL



注: a)、b) 分别为选择函数校准前、后 SBPL 模型参数 γ_1 、 γ_2 、 s_{br} 及 Λ 的拟合结果。各距离壳层双星子样本的拟合结果由不同颜色表示。

图 13 SBPL 模型参数拟合结果

表 1 模型幂律指数随距离壳层的变化 (选择函数校准前)

距离壳层 d/pc	模型幂律指数绝对值			
	SPL ($s < 10^{5.20}$ AU)	SPL ($s < 10^4$ AU)	DPL	SBPL
0 ~ 100	$1.70^{+0.01}_{-0.01}$	$1.62^{+0.01}_{-0.01}$	$1.64^{+0.01}_{-0.01}$	$1.62^{+0.01}_{-0.01}$
100 ~ 200	$1.77^{+0.01}_{-0.01}$	$1.71^{+0.01}_{-0.01}$	$1.71^{+0.01}_{-0.01}$	$1.70^{+0.01}_{-0.01}$
200 ~ 300	$1.82^{+0.01}_{-0.01}$	$1.75^{+0.01}_{-0.01}$	$1.76^{+0.01}_{-0.01}$	$1.75^{+0.01}_{-0.01}$
300 ~ 400	$1.84^{+0.01}_{-0.01}$	$1.74^{+0.01}_{-0.01}$	$1.77^{+0.01}_{-0.01}$	$1.74^{+0.01}_{-0.02}$
400 ~ 500	$1.89^{+0.01}_{-0.01}$	$1.81^{+0.01}_{-0.01}$	$1.81^{+0.01}_{-0.02}$	$1.79^{+0.02}_{-0.02}$
500 ~ 600	$1.92^{+0.01}_{-0.01}$	$1.83^{+0.02}_{-0.02}$	$1.83^{+0.02}_{-0.03}$	$1.82^{+0.02}_{-0.04}$
600 ~ 700	$1.94^{+0.01}_{-0.01}$	$1.86^{+0.02}_{-0.03}$	$1.85^{+0.02}_{-0.02}$	$1.84^{+0.03}_{-0.05}$
700 ~ 800	$1.97^{+0.01}_{-0.01}$	$1.86^{+0.03}_{-0.03}$	$1.87^{+0.02}_{-0.04}$	$1.83^{+0.03}_{-0.05}$
800 ~ 900	$1.97^{+0.02}_{-0.02}$	$1.83^{+0.04}_{-0.04}$	$1.83^{+0.03}_{-0.03}$	$1.79^{+0.04}_{-0.08}$
900 ~ 1000	$1.99^{+0.02}_{-0.03}$	$1.83^{+0.05}_{-0.05}$	$1.87^{+0.04}_{-0.05}$	$1.82^{+0.05}_{-0.07}$

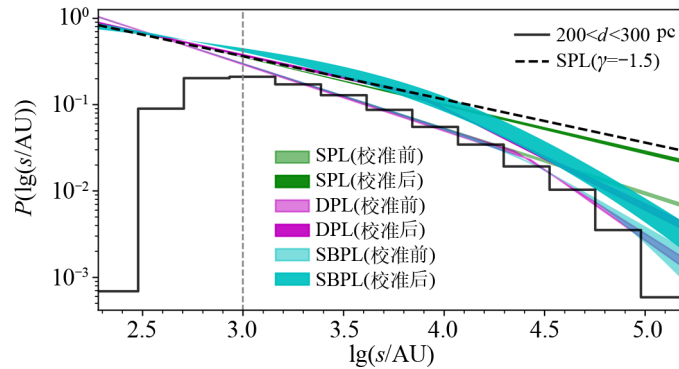
注: 对应 10 个不同距离壳层。幂律指数表示三种幂律谱模型中, 根据最佳拟合得到的幂律指数, 其中 SPL 对应 $|\gamma|$, DPL 和 SBPL 对应 $|\gamma_1|$ 。SPL、DPL 和 SBPL 为推断宽距双星投影间距内禀分布所需的三种幂律谱模型类别。

表 2 模型幂律指数随距离壳层的变化 (选择函数校准后)

距离壳层 d/pc	模型幂律指数绝对值			
	SPL ($s < 10^{5.20}$ AU)	SPL ($s < 10^4$ AU)	DPL	SBPL
0 ~ 100	$1.70^{+0.01}_{-0.01}$	$1.49^{+0.01}_{-0.01}$	$1.49^{+0.06}_{-0.04}$	$1.36^{+0.10}_{-0.09}$
100 ~ 200	$1.77^{+0.01}_{-0.01}$	$1.52^{+0.01}_{-0.01}$	$1.52^{+0.05}_{-0.04}$	$1.34^{+0.08}_{-0.07}$
200 ~ 300	$1.82^{+0.01}_{-0.01}$	$1.55^{+0.01}_{-0.01}$	$1.52^{+0.01}_{-0.01}$	$1.30^{+0.07}_{-0.05}$
300 ~ 400	$1.84^{+0.01}_{-0.01}$	$1.52^{+0.01}_{-0.01}$	$1.51^{+0.02}_{-0.03}$	$1.30^{+0.10}_{-0.10}$
400 ~ 500	$1.89^{+0.01}_{-0.01}$	$1.56^{+0.01}_{-0.01}$	$1.53^{+0.05}_{-0.05}$	$1.37^{+0.10}_{-0.08}$
500 ~ 600	$1.92^{+0.01}_{-0.01}$	$1.54^{+0.02}_{-0.02}$	$1.55^{+0.05}_{-0.05}$	$1.40^{+0.10}_{-0.10}$
600 ~ 700	$1.94^{+0.01}_{-0.01}$	$1.54^{+0.02}_{-0.02}$	$1.55^{+0.06}_{-0.06}$	$1.37^{+0.13}_{-0.10}$
700 ~ 800	$1.97^{+0.01}_{-0.01}$	$1.50^{+0.03}_{-0.03}$	$1.49^{+0.06}_{-0.07}$	$1.48^{+0.13}_{-0.13}$
800 ~ 900	$1.97^{+0.02}_{-0.02}$	$1.47^{+0.04}_{-0.03}$	$1.53^{+0.06}_{-0.06}$	$1.33^{+0.05}_{-0.08}$
900 ~ 1000	$1.99^{+0.02}_{-0.03}$	$1.47^{+0.08}_{-0.07}$	$1.53^{+0.05}_{-0.07}$	$1.34^{+0.10}_{-0.09}$

注：对应 10 个不同距离壳层。幂律指数表示三种幂律谱模型中，根据最佳拟合得到的幂律指数，其中 SPL 对应 $|\gamma|$ ，DPL 和 SBPL 对应 $|\gamma_1|$ 。SPL、DPL 和 SBPL 为推断宽距双星投影间距内禀分布所需的三种幂律谱模型类别。

模型下幂律指数采取合理值 ($\gamma = -1.5$) 的分布；黑色实线表示投影间距的观测值分布。从图中可以看出，同模型下 (DOL、SBPL) 校准前相比校准后的投影间距断裂点 s_{br} 更大；校准后各模型在 $s \lesssim s_{\text{br}}$ 端均更接近合理值分布。



注：黑色实线为投影间距的观测值分布，黑色虚线表示 $\gamma = -1.5$ ，浅、深绿色区域分别为选择效应校准前后 SPL 模型的拟合结果，浅、深品红色区域分别为选择效应校准前后 DPL 模型的拟合结果，浅、深青色区域分别为选择效应校准前后 SBPL 模型的拟合结果。竖虚线表示双星间距 $s = 10^3$ AU 时的分界线，在该界限以下，双星样本不完备性较为显著。

图 14 距离壳层子样本 ($200 < d < 300$ pc) 在不同模型下、选择效应校准前后投影间距观测值与模型拟合结果的对比

6 总结与展望

本文基于 Gaia EDR3 数据, 通过严格的筛选条件构建了一个高纯度宽距双星星表, 包含 144 458 对宽距双星, 位于太阳邻域 1 kpc 范围内且投影间距 $s < 1$ pc。我们采用三种幂律谱模型 (SPL、DPL 和 SBPL), 研究了选择效应对宽距双星投影间距内禀分布 (尤其对幂律指数 γ) 的影响。研究发现, 未经校准的选择函数会导致 γ 值偏离预期 ($\gamma \approx -1.5$), 且偏差随着距离壳层的增加而变大。为了修正受选择效应影响的幂律指数 (γ), 我们提出按照距离对选择函数进行校准。由近及远按径向均匀切割距离范围 $0 \sim 1$ kpc 为 10 个不同的距离壳层子样本, 并在各个距离壳层中统计不同星等差 ΔG 下角间距 θ 与完备性之间的关系, 应用到上述三种模型的数值拟合过程中。结果表明, 通过引入距离因素对选择函数进行重新校准, 最终幂律指数 γ 趋于平稳, 从而为宽距双星的形成和演化提供了更加可靠的理论依据。

在模型中应用距离因素校准的选择函数之后, 发现 SPL 和 DPL 拟合的幂律指数 γ 在各个距离壳层上都保持相对稳定, 并在 -1.5 附近上下波动。而 SBPL 拟合得到的幂律指数 γ 则保持在 -1.35 附近, 比 SPL 与 DPL 略低; 这主要是因为 SBPL 模型参数中平滑因子 Λ 对 $s \lesssim s_{\text{br}}$ 端的影响。另一方面, 基于四种自由参数的 SBPL 模型, 更加全面而准确地描述投影间距的内禀分布特征。因此, 我们大胆猜想: 以往对宽距双星投影间距分布 $p(s) \propto s^\gamma$ 的拟合, 可能高估了其幂律指数 γ , 真实结果更加接近欧皮克定律 (Opik's law)。

由于受到 Gaia 卫星角分辨率的限制, 及探测伴星时两颗恒星亮度之差等因素的不利影响, 本文所构建的宽距双星星表不具有完备性。而这种不完备性会造成宽距双星内禀投影间距分布拟合结果的偏差较大 (尤其是幂律指数 γ), 具体表现为小投影间距愈加缺失, 其幂律指数 γ 显著偏离 -1.5 , 且间距断裂点 s_{br} 增大。值得注意的是, 在 SPL 模型中限制投影间距由整体范围 $s < 10^{5.20}$ AU 降低至 $s < 1 \times 10^4$ AU ($\approx s_{\text{br}}$) 时, 幂律指数 γ 会向正常值 -1.5 移动; 这是合理的, 因为 SPL 模型没有考虑 s_{br} 的存在, 而幂律指数 γ 是针对 $s \lesssim s_{\text{br}}$ 的区域所定义。此外, 对于同一宽距双星样本而言, 模型 SPL、DPL 和 SBPL 拟合得到的最佳 γ 值通常满足 $\gamma_{\text{SBPL}} \lesssim \gamma_{\text{DPL}} \lesssim \gamma_{\text{SPL}}$ 。

本研究校准了由选择效应导致的对表征宽距双星投影间距内禀分布的幂律谱模型参数的偏差 (尤其是对幂律指数 γ 的影响), 但仍存在一些局限性, 如双星样本未能涵盖更小的投影间距, 虚假双星的污染问题仍影响着宽距双星星表的构建。因此, 本文构建的宽距双星星表是在完备性与纯度之间权衡的结果, 并没有从根本上解决由天文观测设备特性和双星搜寻方法等因素导致的选择效应或样本不完备性等问题。

Gaia 第三批数据 (Gaia DR3) 的释放可以帮助天文学家获取更多选择效应的相关信息。将 Gaia 数据与其他巡天数据相结合, 例如 Lamost 的中低分辨率光谱数据等, 可以更好地研究不同双星族群的投影间距分布特征或选择效应差异。

参考文献:

- [1] Moe M, Di Stefano R. *ApJS*, 2017, 230(2): 15
- [2] El-Badry K, Rix H W, Heintz T M. *MNRAS*, 2021, 506(2): 2269
- [3] Halbwachs J L, Mayor M, Udry S, et al. *A&A*, 2003, 397(1): 159
- [4] Lépine S, Bongiorno B. *AJ*, 2007, 133(3): 889
- [5] Tobin J J, Kratter K M, Persson M V, et al. *Nature*, 2016, 538(7626): 483
- [6] Tokovinin A, Moe M. *MNRAS*, 2020, 491(4): 5158
- [7] Offner S S, Kratter K M, Matzner C D, et al. *ApJ*, 2010, 725(2): 1485
- [8] Klein R L, Fisher R, Krumholz M, et al. *Rev Mex Astron Astrofis*, 2002, 15: 92
- [9] Kouwenhoven M B N, Goodwin S P, Parker R J, et al. *MNRAS*, 2010, 404(4): 1835
- [10] Perets H B, Kouwenhoven M B N. *ApJ*, 2012, 750(1): 83
- [11] Reipurth B. *Mem Soc Astron Ital*, 2017, 88: 611
- [12] Reipurth B, Mikkola S. *AJ*, 2015, 149(4): 145
- [13] Tokovinin A. *MNRAS*, 2017, 468(3): 3461
- [14] Chanamé J, Gould A. *ApJ*, 2004, 601(1): 289
- [15] Yoo J, Chaname J, Gould A, et al. *ApJ*, 2004, 601(1): 311
- [16] Quinn D P, Wilkinson M I, Irwin M J, et al. *MNRAS*, 2009, 396(1): L11
- [17] Monroy-Rodríguez M A, Allen C. *ApJ*, 2014, 790(2): 159
- [18] El-Badry K, Rix H W. *MNRAS*, 2018, 480(4): 4884
- [19] Jiang Y F, Tremaine S. *MNRAS*, 2010, 401(2): 977
- [20] TIAN H J, El-Badry K, Rix H W, et al. *ApJS*, 2019, 246(1): 4
- [21] Andrews J J, Chanamé J, Agüeros M A. *MNRAS*, 2017, 472(1): 675
- [22] Pittordis C, Sutherland W. *MNRAS*, 2018, 480(2): 1778
- [23] Livernois A R, Vesperini E, Pavlík V. *MNRAS*, 2023, 521(3): 4395
- [24] Peñarrubia J, Ludlow A D, Chanamé J, et al. *MNRAS*, 2016, 461(1): L72
- [25] Fellhauer M, Lin D N C, Bolte M, et al. *ApJ*, 2003, 595(1): L53
- [26] Brown A G, Vallenari A, Prusti T. *A&A*, 2021, 649: A1
- [27] Jiang Y F, Tremaine S. *MNRAS*, 2010, 401(2): 977
- [28] Oh S, Price-Whelan A M, Hogg D W, et al. *AJ*, 2017, 153(6): 257
- [29] Babusiaux C, Van Leeuwen F, Barstow M A, et al. *A&A*, 2018, 616: A10
- [30] Lindegren L, Hernández J, Bombrun A, et al. *A&A*, 2018, 616: A2
- [31] Evans D W, Riello M, De Angeli F, et al. *A&A*, 2018, 616: A4
- [32] Arenou F, Luri X, Babusiaux C, et al. *A&A*, 2018, 616: A17
- [33] Leike R H, Enßlin T A. *A&A*, 2019, 631: A32
- [34] Widmark A, Leistedt B, Hogg D W. *ApJ*, 2018, 857(2): 114
- [35] Gaia Collaboration, et al. The Gaia Mission. <https://arxiv.org/pdf/1609.04153>, 2016
- [36] Herschel M, Watson D. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 1782, 72: 112
- [37] Herschel W. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 1803, 93: 339
- [38] Sesar B, Ivezić Ž, Jurić M. *ApJ*, 2008, 689(2): 1244
- [39] Lindegren L, Hernández J, Bombrun A, et al. *A&A*, 2018, 616: A2
- [40] Duchêne G, Kraus A. *ARA&A*, 2013, 51: 269
- [41] Dhital S, West A A, Stassun K G, et al. *AJ*, 2010, 139(6): 2566
- [42] Oelkers R J, Stassun K G, Dhital S. *AJ*, 2017, 153(6): 259
- [43] Ziegler C, Law N M, Baranec C, et al. *AJ*, 2018, 156(6): 259
- [44] Foreman-Mackey D, Hogg D W, Lang D, et al. *PASP*, 2013, 125(925): 306
- [45] Foreman-Mackey D. *JOSS*, 2016, 1(2): 24

Study on Selection Effects of Wide Binary Stars

LIU Di¹, ZHANG Peng^{1,2}, TIAN Haijun³,
LIU Gaochao^{1,2}, YANG Xiangming¹, XIONG Zhuang¹

(1. College of Science, China Three Gorges University, Yichang 443002, China; 2. Center for Astronomy and Space Sciences, China Three Gorges University, Yichang 443002, China; 3. College of Science, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: Wide binary systems are composed of two distant celestial bodies orbiting around a common barycenter. The projected physical separation is the most direct observational quantity. Conventionally, it has been widely believed that the intrinsic distribution of projected separation in binary systems typically follows specific power-law spectrum($p(s) \propto s^\gamma$ with $\gamma \approx -1.5$). However, using the test sample of high-purity wide binary systems within a 1 kpc sphere of the solar neighborhood, anomalies in the γ values attributable to selection effect has been observed, with γ deviating further from the expected value as the distance gaps vary. To address this, quantify the strength and pattern of selection effect across various distance gaps, recalibrate the selection function, utilize three different power-law spectral models, and fit parameters to the intrinsic distribution of projected separations by Bayesian statistics and Markov chain Monte Carlo methods. The findings indicate that, after applying the improved selection function, the power-law indices of the three mathematical models in each distance gap stabilize and return to normal levels. This study provides crucial insights for adjusting model parameters to fit the distribution of projected separations for wide binary systems heavily affected by selection effects, thus benefiting the exploration of the formation, evolution of wide binary systems, and related fields.

Key words: binary; wide binary systems; selection effect; selection function