doi: 10.3969/j.issn.1000-8349.2024.05.11

宽距双星的选择效应研究

刘迪¹, 张鹏^{1,2}, 田海俊³, 刘高潮^{1,2}, 杨向明¹, 熊壮¹

(1. 三峡大学 理学院, 宜昌 443002; 2. 三峡大学 天文与空间科学研究中心, 宜昌 443002; 3. 杭州电子
 科技大学 理学院, 杭州 310018)

摘要:宽距双星是由两颗相距较远且围绕公共质心作轨道运行的天体组成的系统,物理投影间距 是其最直接的观测量。长期以来,人们普遍认为双星系统投影间距的内禀分布通常遵循特定幂律 谱规律 $p(s) \propto s^{\gamma}(p)$ 为检测到双星系统的概率; s 为物理投影间距;幂律指数 $\gamma \sim -1.5$)。以太阳 邻域 1kpc 的高纯度宽距双星为测试样本,发现由选择效应导致的 γ 值异常现象 (随不同距离壳 层愈加偏离正常值 $\gamma = -1.5$)。为了解决该问题,本研究量化了各距离壳层的选择效应强度,据 此重新校验选择函数,并使用三种不同的幂律谱模型,通过贝叶斯统计和马尔科夫链蒙特卡洛方 法对其投影间距的内禀分布进行参数拟合。研究结果表明,在应用改进的选择函数后,各距离壳 层中三种数学模型的幂律指数 γ 均趋于平稳且正常。本项研究为拟合受选择效应影响的宽距双 星投影间距分布的模型参数修正提供了参考,对理解宽距双星的形成与演化以及其他相关领域具 有重要意义。

关 键 词: 双星;宽距双星;选择效应;选择函数 中图分类号: P153 ______文献标识码: A

1 引 言

双星通常被认为是同一时间诞生、具有相同的初始物质成分以及相互之间的引力使其围绕公共质心做轨道运动的两个天体组成的系统。大约一半的太阳型恒星属于双星系统^[1],轨 道周期从数十年到数亿年不等^[2](文献 [2]以下简称 El-Badry2021)。其中小部分的双星间距 很小 ($s \leq 10 \,\mathrm{AU}$)^[3],两颗子星之间可能会发生质量交换,系统演化较为复杂。而大多数双星 间距较大甚至高达 20,000 AU(~ 0.1 pc),两颗子星相互独立地演化^[4]。当两颗子星相距较远, 二者之间仅有微弱的相互作用,这样的系统称为宽距双星。

双星的形成一直是国际上讨论的热点问题,不同投影间距(两颗恒星在天球上的投影距 离)双星的形成机制有倾向性的理论模型,但至今尚无定论。小投影间距 (*s* ≤ 100 AU) 双星

收稿日期: ****_**; 修回日期: ****_** 资助项目: 国家自然科学基金 (12373033, 12373030) 通讯作者: 张鹏, zhangpeng@ctgu.edu.cn; 田海俊, hjtian@lamost.org 可能诞生于碎裂的公共星周盘 (盘碎裂机制^[5, 6])。宽距双星的形成机制较为复杂:投影间距 小于 1,000 AU 的双星可能以云核湍流碎裂机制^[7, 8] 形成,而投影间距更大时 ($s \gtrsim 1,000$ 或 10,000 AU),它们可能形成于分解星团成员星的随机配对^[9, 10]、不稳定三星系统的动力学演 化过程^[11, 12]或近邻星核的偶然相遇^[13]。

宽距双星是最简单、最小、最脆弱的天体系统之一,通过研究其投影间距分布可以探测 银河引力势的变化^[14-17]。宽距双星系统结合能很低^[18](文献 [18] 以下简称 El-Badry2018), 轨 道十分脆弱,极易受到外界引力^[19](其他天体、巨分子云和银河潮汐)或内部成员星演化过 程中的引力扰动或破坏。由于系统被破坏的可能性会随着间距的增大而增大,因此可以推断 出处于演化阶段的宽距双星族的间距分布会出现断裂现象 (对应幂律谱模型参数 sbreak,即 投影间距的断裂临界值),相反地,根据投影间距分布的断裂位置可以评估宿主星系中不同 区域的引力势差异。因此,宽距双星是小尺度上银河系引力势能的强大探针。通过分析银晕 宽距双星的间距分布,来探测并回答晕族大质量致密天体 (MACHO) 的存在与否和属性特 征等问题。如 Yoo 等人^[15]通过模拟 MACHO 存在时银晕宽距双星的演化规律,预测出角间 距幂律分布的断裂且位置由 MACHO 的质量和密度决定。Tian 等人^[20]以系统切向速度总量 $(V_{\perp,tot})$ 作为年龄和金属丰度的示踪参量,将宽距双星样本划分为年轻的类银盘双星、年老 的类银晕双星以及处于中间状态的双星子样本,发现了投影间距断裂的不同特征。在银河系 中,一旦宽距双星系统超出对银河潮汐场敏感的间距,就无法长久地保持相对稳定的引力束 缚状态^[21]。作为极弱引力束缚系统,宽距双星还可用于在极弱引力环境下检验广义相对论的 引力修正理论^[22],此外,在由暗物质占主导地位的极暗矮星系中,宽距双星为探测暗物质的 质量分布提供了一个理想窗口^[23, 24],可在较小的星系尺度上检验各种暗物质理论模型。另一 方面,宽距双星系统的破坏可能源于系统内部成员星的演化,当恒星演化至最终阶段时(如 超新星爆炸形成中子星、黑洞等),它会对其伴星施加一个"踢"(kick)的物理效应^[18, 25],导 致本就脆弱的宽距双星系统解体。

天文学者通常以特定的幂律谱模型 $p(s) \propto s^{\gamma}(\gamma \sim -1.5)$ 研究双星的投影间距分布。因为宽距双星的投影间距 (s) 与其轨道半长轴 (a) 存在 $s \approx 0.978a$ 的线性关系^[19],因此,投影间距与轨道半长轴具有相似的统计特征。如 Lépine S 等人^[4]基于依巴谷天文卫星发现宽距双星的投影间距分布遵循 $f(s)ds \sim s^{-l}(l = 1.6^{+0.1}_{-0.1}; s \gtrsim 4\ 000\ AU)$ 。Chanamé 等人^[14]通过 拟合类银盘、类银晕宽距双星的角间距分布,发现在 $3.5'' < \Delta\theta < 900''$ 范围内最佳幂律指数分别为 $-1.67^{+0.07}_{-0.07}$ 和 $-1.55^{+0.10}_{-0.10}$ 。El-Badry 等人^[18]以幂律指数 $\gamma \approx 1.6$ 较好地刻画了主序之 (MS-MS) 宽距双星投影间距分布特征。此外,Tian 等人^[20]通过平滑断裂幂律谱 模型拟合出类银盘、类银晕及介于二者之间的宽距双星样本的投影间距内京分布,其中幂律指数 γ 分别为 $-1.51^{+0.03}_{-0.03}$ 、 $-1.56^{+0.03}_{-0.06}$ 。

由于受到 Gaia 卫星角分辨率的限制和双星搜索程序等因素的影响,本文构建的宽距双 星星表并非完备。El-Badry 等人^[18]研究并发现双星样本的不完备主要是由两颗恒星的混合 (blending) 现象引起的,尤其当两颗子星亮度差异较大或角间距较小时,不完备问题会更加 严重。在本文中,利用基于 El-badry2021 双星星表构建的高纯度宽距双星样本,使用三种数 学模型,即单一幂律谱模型 (Single Power Law, SPL)、双幂律谱模型 (Double Power Law, DPL) 以及平滑断裂幂律谱模型 (Smoothly Broken Power Law, SBPL) 拟合不同距离壳层子 样本的投影间距内禀分布,发现由选择效应导致的幂律指数 γ 异常现象,这会导致推断的宽 距双星投影间距内禀分布与真实情况有所偏差。为此,在各距离壳层中重新校准选择函数并 应用于模型拟合过程,从而推断出更加准确的投影间距内禀分布。

本文第二部分描述了如何施加额外的筛选条件来构建高纯度的宽距双星样本;第三部分 介绍并讨论了双星样本的选择效应;第四部分阐述了如何对选择函数的作出改进以推断双星 投影间距内禀分布;第五部分展示了三种幂律谱模型的拟合结果,并对选择函数校准前后幂 律指数 γ (或 γ_1)值进行对比;最后一部分是对结果的总结以及对未来的展望。

2 数据及筛选过程

本文的数据集使用了由盖亚太空望远镜 (Gaia Space Telescope) 的第三期早期数据 (Gaia Early Data Release 3, Gaia EDR3)^[26]中识别的相距较远的双星所组成的星表,使用的技术首次由 El-Badry 等人^[2]中提出,最终构建了一个包含 1,817,594 对宽距双星候选体 的初始星表。该星表中双星均在太阳邻域约一千个秒差距 (1kpc) 的范围内,物理投影间距 从几十个日地距离 (AU) 到一个秒差距 (pc, 1pc \approx 206,265 AU) 不等。

事实上,宽距双星星表很大程度上由大量的虚假双星所主导,这里虚假双星是指那些在 执行双星配对程序过程中由于随机性和偶然性导致的两颗恒星强制组成一个双星系统。过去 曾融合的星系在其逐渐解体的过程中能够维持数个银河动力学时间的运动^[27, 28],通过双星配 对程序获得的初始双星样本,其中许多源可以与已知的疏散星团和移动星群相互识别配对或 者难以避免地选择了近邻星团和移动星群中的恒星作为伴星^[18]。尽管它们在形式上满足了双 星筛选条件,但大部分可能并非真正的双星,这导致了较高的样本污染率。因此,在这里采 用了类似于 El-Badry 等人^[2]和 Tian 等人^[20]的方法来排除这些污染源。为了得到更为纯净的 宽距双星样本,执行了额外的双星筛选程序。以下将简要地总结筛选步骤。

2.1 筛选条件

首先,对宽距双星系统中的两颗成员星的天体测量和测光信息进行了更为严格的参数限制,这些限制条件剔除了大量在颜色星等图上非物理区域的虚假的源,以及少量真实的源^[29]。

(1) 双星候选对的两颗恒星均具有五维参数天体测量解和色指数 $G_{BP} - G_{RP}$ 的成功 测量^[29,30],这两颗恒星都具有较低的天体测量过量噪声,即满足 $\sqrt{\chi^2/(\nu'-5)} < 1.2 \times \max(1 \exp(-0.2(G-19.5)),其中 \chi^2 和 \nu' 分别指盖亚档案 (Gaia archive) 中的参数 astrometric_chi2_al 和 astrometric_n_good_obs_al。$

(2)由于星等 G_{BP}和 G_{RP}是通过对低分辨率光谱积分计算得到的,这比 G 波段点扩展函数更分散,因此可以通过比较 BP、RP 总通量 (G_{BP}、G_{BP})及其过量因子 (phot_bp_rp_exces s_factor)来评估附近污染源的污染程度^[31],为确保光度测量相对不受附近光源的污染,两

** 卷

颗恒星均满足 $1.0 + 0.015(G_{BP} - G_{RP})^2 < phot_bp_rp_excess_factor < 1.3 + 0.06(G_{BP} - G_{RP})^2$ 。

(3) 双星系统中的两颗恒星具有高信噪比的测光信息: 主星和次星 G 波段平均通量的不确定度均小于 2%,即两颗恒星均满足 phot_g_mean_flux_over_error > 50。且主、次星 BP、 RP 平均通量的不确定度分别小于 5%、10%,即主星 (次星) 需满足 phot_bp_mean_flux_over_error>20(>10) 和 phot_rp_mean_flux_over_error > 20(> 10)。

其次,对于每一对双星候选体,把近邻双星定义为在天空中的 1° 范围内,在自行运动坐标上满足 ±3 mas·yr⁻¹,在距离 1/ ϖ 上满足 ±5 pc 的双星系统,根据这一定义,分别计算出每一个双星候选体在位置-视差-自行空间中的近邻双星数目 (N)并只接受 N < 2 的双星候选体。在此过程中,剔除了星团、移动星群和高阶聚星系统总计 565,668 个宽距双星系统。此外,为了获得更为纯净的宽距双星样本,双星筛选过程中又进一步限制了 $\Delta \mu \leq \Delta \mu_{\text{orbit}} + 1.0\sigma_{\Delta \mu}$ 和 $\sigma_{\Delta \mu} < 0.12$,其中 $\Delta \mu$ 为自行之差, $\Delta \mu_{\text{orbit}}$ 为总质量为 5 M_{\odot} 的双星圆形轨道所能承受的最大自行之差, $\sigma_{\Delta \mu}$ 为自行差异的不确定度。

最后,把满足 $M_G < 2.75(G_{BP} - G_{RP}) + 5.75$ 的成员星定义为"主序星"(main sequence star, MS star),而对于满足 $M_G < 3.25(G_{BP} - G_{RP}) + 9.63$ 的天体则被归类为"白矮星"(white dwarf, WD)。其中,绝对星等 $M_G = G + 5 \lg(\varpi/mas) - 10$ 。模型拟合时,为了消除双星系统 内部轨道演化的影响,又进一步从高纯度双星样本中剔除了包含白矮星的双星 (binary type 为 WD/MS 和 WD/WD),而选择恒星寿命更长且相对稳定的双主序双星 (binary type 为 MS/MS)。

以上的筛选程序最终构建了一个总计 144,458 对宽距双星候选体的高纯度宽距双星星 表,它不包含任何已解析的更高阶聚星系统。

2.2 宽距双星星表的概要与特性

最终总计 144,458 对宽距双星候选体通过上述筛选条件 (2.1 节),其中 MS-MS 型双星 142,995 对、WD-MS 型双星 1,412 对以及 WD-WD 型双星 51 对。然而须指出的是上述划 分宽距双星类型的依据并非严格意义上的明确定义,尤其对于 WD-MS 型双星在边界位置 附近可能存在少量样本被错误归类的情况^[2],MS 型恒星类别主要用于排除 WD,尽管前者 包含很小部分的巨星、亚巨星和主序前星。BP/RP 光谱的数据采集窗口尺寸为 2.1"×3.5",因此大多数在 2" 内且具有相对较亮伴星的源缺少 BP/RP 光谱测量数据^[32],不能仅仅根据 Gaia 数据归类为 WD 或 MS 型恒星,需要剔除包含这些恒星的双星候选体。在两颗伴星具 有相同距离的假设下,使用更为明亮的主星的视差 (通常更精确) 来计算绝对星等 M_G。对于 消光,则利用 Leike 等人^[33]构建的银河消光星表为每颗伴星分配相应的消光值。

图 1 展示了高纯度宽距双星样本在银经-银纬空间 (*l* – *b*) 中的天空分布情况, Gaia 所采 用的银河普查扫描法在图中留下了较为清晰的印记,这是因为那些天体位置和运动参数等信 息受到良好限制和精确测量的数据源通常位于频繁访问的天区,使得双星在 *l* – *b* 二维平面 上的分布并非完全均匀的。在银道面附近,双星候选体的密度也更高,在去除具有大量相空 间中近邻的源之前,这一现象会更加显著。



注: 总共 144,458 对宽距双星候选体 (包含 MS-MS 型、WD-MS 型和 WD-WD 型双星),均由品红色表示。

图 1 高纯度宽距双星样本在银经-银纬二维空间 *l* - b 的分布图

图 2 展示了高纯度宽距双星样本中主星和次星的颜色-星等图 (color-magnitude diagram, CMD)。在主、次星 CMD 中均可以明显地看到位于主序带上方的次级序列,表明 双星星表中包含在空间上未解析的密近双星所组成的等级三星系统 (hierarchical triple system)^[34]。



注: a)、b) 分别为主星、次星的 CMD 分布图,黑色虚线为划分 MS 与 WD 的拟合线,所有宽距双星候选体都 用品红色点表示。



图 3 展示了宽距双星样本的两种基本性质 (主星视星等、星等差)的分布。MS-MS 型双 星和 MS 型恒星的视星等的中位数分别为 *G* = 13.9 mag、*G* = 15.2 mag,且二者大部分视 星等的分布范围分别是 10.7–16.3 mag、11.6–17.3 mag。这主要是因为对星表中恒星的视差、 自行和测光测量等提出了较高的要求,使其主要包含相对明亮的恒星。各个距离壳层子样本 的视星等分布也有较大差异 (如图 3a))。

图 3b)展示了双星的星等差分布 ($\Delta G = |G_1 - G_2|$)。宽距双星星表中星等差的中位数为 $\Delta G = 1.70$ mag,大多数双星样本分布在 0.25–4.69 mag 范围内。各距离壳层子样本有显著差 异,这种现象对于推断双星投影间距的内禀分布是十分重要的,因为在给定角间距处,Gaia 卫星对探测伴星的灵敏度随星等差的变化而变化^[18](图 8)。由此可以看出,位于不同距离壳 层中的双星子样本在小间距处受到不同程度选择效应的影响,因此后面在 4.2 节采用不同程 度的校准方法来修正这种不完备性。



注: a)、b) 分别为宽距双星视星等 G、星等差 ΔG 的分布图。黑色、浅灰色直方图分别代表初始双星样本^[2] 和 从中通过筛选条件 (2.1 节) 出的高纯度宽距双星样本。其中各距离壳层的双星子样本分别用不同颜色表示。

图 3 宽距双星基本性质 (视星等 G、星等差 ΔG) 的分布图

图 4 展示了宽距双星样本在距离上的数密度分布情况。其中高纯度宽距双星样本(图 4b))由初始宽距双星样本(图 4a))通过第 2.1 节的筛选条件得到,其距离的中位数为 *d* = 319 pc,大多数宽距双星分布在 123 pc ≲ *d* ≲ 698 pc 范围内,且 600 pc 以内的双星占比为 ~ 83.8%。对于初始宽距双星样本和高纯度宽距双星样本,以 100 pc 的距离跨度分别统计其 各自在 10 个不同距离壳层中的距离数密度变化,而对于从高纯度宽距双星样本中提取出的 各距离壳层的双星子样本,以 10 pc 的距离跨度分别统计其距离数密度的变化。

受选择效应的影响,图 4a)、图 4b)中距离的数密度分布均随着距离壳层的增大而减小, 且各自表现出不同程度的下降趋势,而后者在各距离壳层中的降幅比前者更大,这主要是因 为本研究对高纯度宽距双星样本施加了更为严格的双星筛选条件。图 4c)~1)展示了各距离 壳层双星子样本的距离数密度分布,它们的距离数密度分布变化都不太显著,且在距离数密度的对数空间中近似各距离壳层上的均匀分布。相对来说,处于距离壳层 0 pc < *d* < 100 pc 子样本的距离数密度的数值和降幅最大。



注: a)初始双星样本^[2]; b)高纯度宽距双星样本; c) ~ l)分别对应由近及远共 10 个距离壳层的双星子样本,分别 使用不同颜色的数据点表示。

图 4 宽距双星样本的距离数密度分布图

2.3 虚假双星和双星污染率

在 Gaia 任务^[35]实施前,由于缺乏精确的天体测量数据,难以构建纯净的双星星表。首个 系统性双星星表是基于相近双星是虚假双星的假设下构建^[36],20 年后该假设被证实是错误 的^[37]。双星搜寻方法由参考恒星的位置或自行^[38]的低纬相空间搜索^[21]发展至考虑视差和视 向速度 (radial velocity, RV)等因素的高维相空间搜索^[2]。令人振奋的是,Gaia 数据^[26,39]的 释放使得构建高纯度、大样本的双星星表成为可能。由虚假双星引起的样本污染率取决于多 种因素,对于视差、自行较小的宽距双星,基本上无法彻底排除其虚假双星的可能性。随着 投影间距的增大,污染率相应提升^[4,21],尤其当s > 30,000 AU 时,虚假双星几乎占据主导 地位。El-badry 等人^[2]构造了一个包括角间距、距离、视差差异的不确定度、局部天空密度、 切向速度、视差差异的信噪比和自行差异的信噪比等七维参数空间,使用核密度估计方法计 算其污染率,即 R_chance_alignment(R),本文使用的高纯度宽距双星样本限制 R < 0.1。 此外,可以通过比较主星和次星视向速度之差的绝对值 (即 Δ RV)来间接量化双星的污 染率。其中共有 5,579 对宽距双星候选体具备测量准确的视向速度参数 ($\sigma_{\rm RV} < 3 \, {\rm km \cdot s^{-1}}$),可以有效地检查双星样本的污染率^[13]。对于一个虚假双星系统而言,通常预期其两颗子星的视向速度会有较为显著的差异,这里,将那些满足 $\Delta {\rm RV}/\sigma_{\rm RV} > 5$ 和 $\Delta {\rm RV} > 10 \, {\rm km \cdot s^{-1}}$ 的双星候选体视为潜在的污染源。

图 5 展示了宽距双星样本中主、次星视向速度对比和视向速度之差与投影间距的分布。 大多数 ΔRV 较大的双星,其 $\sigma_{\Delta \text{RV}}$ 也大于平均水平,其中仅有 16 对符合虚假双星的条件 ($\Delta \text{RV}/\sigma_{\text{RV}} > 5$ 和 $\Delta \text{RV} > 10 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$),这意味着双星样本的污染率约为 0.15%,大多数污 染源分布在 3.0 $\leq \log(s/\text{AU}) \leq 4.2$ 的范围内。然而,需要注意的是,整个宽距双星样本的真 实污染率相对来说要高得多。视向速度 RV 为那些两颗子星均较为明亮的双星系统提供了污 染率的估计。



注: a) 主次星 RV-RV 对比分布图; b) 双星候选体 lg(s/AU)- ΔRV 分布图。满足 $\sigma_{RV} < 3 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ 的样本占 高纯度双星星表的 ~ 4.0%(5,579 对)。其中仅有 16 对符合虚假双星的条件,黑色虚线表示 $\Delta RV = 10 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ 和 $10^{-1} \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ 。

图 5 双星候选体的 RV-RV 对比分布图和 lg(s/AU)- ΔRV 分布图

2.4 可观测双星的间距分布

图 6 显示了宽距双星样本角间距 θ 和物理投影间距 s 的分布。由于 Gaia 角分辨率的 限制,当 $\theta \leq 1.5$ arcsec 时,样本中没有双星^[40]。此外,当筛选条件较为宽松时,图 4 中 所有双星候选体的间距分布呈现双峰分布,分别表现为角间距分布中的 lg(θ /arcsec) ~ 0.5 和 lg(θ /arcsec) ~ 2.5 处与投影间距分布中的 lg(s/AU) ~ 3 和 lg(s/AU) ~ 5(黑色直方图)。 然而,大间距的峰值完全是由于受到虚假双星而非真实双星的影响。因此,随着更严格的筛 选条件的应用,它会向更大的间距方向移动,并最终消失。一些先前的研究工作 (Dhital 等 $\int^{[41]}$ 和 Oelkers 等 $\int^{[42]}$)发现宽距双星的投影间距分布为双峰分布,并提出更大投影间距的

双星星族存在由不同机制形成的双星。

对于初始双星样本,在大间距处 ($\theta \sim 4.2 \operatorname{arcmin}$; $s \gtrsim 0.05 \operatorname{pc}$),双星样本以污染源为主, 并且在间距分布的峰值处完全是由虚假双星的干扰现象所引起的。与 El-Badry 等人^[18]和 Tian 等人^[20]的研究结果一致,MS-MS 型双星在任意 $s \gtrsim 500 \operatorname{AU}$ 处都不遵循欧皮克定律 (Opik's law,即对数投影间距的均匀分布)。对高纯度宽距双星样本进行了均匀切分,将其分 成了 10 个距离壳层的子样本,值得注意的是,这 10 个距离壳层子样本的角间距分布在不同 θ 处表现出不同的截断现象 (截断点有随距离壳层增大而减小的趋势),而原始投影间距分布 当 $s \lesssim 10^3 \operatorname{AU}$ 时在不同投影间距处出现相应的截断现象 (截断点有随距离壳层增大而增大 的趋势)且在 $s \sim 10^5 \operatorname{AU}$ 处均有一个明显的截断。而这种显著的双峰性分布是由随机配对 的虚假双星引起的^[9]。



注: a)、b) 分别为宽距双星角间距 θ、物理投影间距 s 的分布图。黑色、浅灰色直方图分别代表初始双星样本^[2] 和 从中通过筛选条件 (2.1 节) 出的高纯度宽距双星样本。其中各距离壳层的双星子样本分别用不同颜色表示。



3 选择效应

选择效应一直是天文研究中一个普遍存在的难题,它由天文仪器设备、数据处理方式和 探测方法等因素引起,导致某类天体更易或难被发现或研究,可能造成实验结果偏差进而扭 曲对天体分布、性质和演化的理解。因此,在天文学研究中考虑和纠正选择效应至关重要。

双星领域研究中的选择效应仍然普遍和复杂。由于明亮恒星更易探测,相对暗弱的伴星 可能被忽略,导致双星样本中存在偏向亮星的倾向;角间距较大的双星更易分辨,而较小的 可能导致两颗恒星的混合 (blending),难以辨别。因此,样本还倾向于选择角间距较大的双 星。只要角间距足够大并且两颗恒星足够亮,就能分别独立地探测到它们,从而识别出一个

** 卷

完整的双星系统。然而,角间距较小时,明亮恒星的存在使得在固定角间距下探测暗弱伴星 变得困难^[43]。因此,选择效应导致双星样本的不完备性是由视星等、星等差及角间距等因素 综合作用的结果。

由于 Gaia 观测数据完备性的限制和施加双星筛选条件的影响,本文所构建的宽距双星 星表在体量上也并非完备的:即缺少空间上未解析的密近双星,以及其中一颗恒星太暗而无 法通过双星筛选条件或首先被探测到的双星。而具有较小物理投影间距双星的稀缺主要是由 小角间距情况下的不完备性所造成的 (图 7)。

选择效应的强度在不同距离壳层中有所体现,即不同距离壳层子样本的不完备度有所差 异 (图 3、图 6)。相对而言,位于较小距离壳层中样本的视星等 G、星等差 ΔG、角间距 θ 以及投影间距 s 在可观测量上比那些位于较大距离壳层中的更多。此外,不同距离壳层子样 本在小间距 (s ≤ 1,000 AU) 处出现不同程度的截断,并随着距离的增大而增大。总体而言, 选择效应导致双星样本的不完备性并以不同的方式影响宽距双星的性质分布。

图 7 展示了宽距双星样本在距离-投影间距空间 $((1/\varpi) - s)$ 中的分布, 典型的分辨率极限 ($\theta \approx 2 \operatorname{arcsec}$) 清晰可见, 进而阻止了大距离处对小投影间距双星的探测。因此, 在大距离 处样本主要由间距较大的双星所主导。另一方面, 还发现了一个有趣的事实: 按距离远近对 双星样本均匀划分为 10 个不同的距离壳层子样本,并采用 3 种幂律谱模型 (SPL、DPL 和 SBPL) 拟合其投影间距分布。结果表明, 这 3 种幂律谱模型的幂律指数 $\gamma(ext{ or } \gamma_1)$ 均偏离正 常值且总体上随距离壳层的变化而变化 (图 15)。这种由样本不完备性导致的异常现象会造 成投影间距内禀分布的严重偏差,因此校准因小间距未解析的密近双星缺失和恒星亮度差异 过大等因素而引起的不完备性至关重要。



注:鉴于施加的天体测量和测光的筛选条件 (2.1 节),宽距双星样本的角分辨率极限约为 2 arcsec,这会阻止在较远的距离上发现间距较小的双星。

图 7 高纯度宽距双星样本在距离-投影间距 ((1/\appi) - s) 二维空间的分布图

4 修正受选择效应影响的幂律指数的改进方法

在上一节中已经明确指出角间距较小时 ($\theta < 10 \operatorname{arcsec}$),宽距双星的间距分布完备性严 重不足,尤其对于相对更小的角间距 θ 而言更是如此。因此,在对双星物理投影间距的内 禀分布进行建模之前,必须考虑选择效应,以补偿间距较小时双星子样本的不完备性,以修 正受距离等因素影响的模型幂律指数 (γ 或 γ_1)。在本节中,参照了与 El-Badry 等人^[18]构 建的以数据的经验拟合为基础的选择函数相同的数学函数形式,在此基础上对选择函数作出 改进,考虑了距离的影响,即均匀切割整体距离范围 0–1 kpc 分别为 0–100 pc、100–200 pc、 200–300 pc、300–400 pc、400–500 pc、500–600 pc、600–700 pc、700–800 pc、800–900 pc 以 及 900–1000 pc 等距离壳层;并在以上 10 个不同距离壳层中分别统计不同星等差 ΔG 下角 间距 θ 与完备性之间的关系;再将其变化规律应用在拟合投影间距分布的似然函数中;最后 使用 3 种幂律谱模型对宽距双星物理投影间距的内禀分布进行建模处理。

4.1 拟合投影间距分布的数学模型

宽距双星的物理投影间距分布往往遵循某些特定的幂律谱规律,在本节中,将其物理投影间距分布分别建模为3种不同的数学模型,即 SPL、DPL 以及 SBPL。

4.1.1 SPL

该数学模型对应一个一维自由向量空间 $\vec{m} = (\gamma)$,仅包含一个自由参数 γ 。尽管一维自由向量空间有其局限性,但该模型仍能统计并计算出在给定整体或部分物理投影间距范围内的幂律指数 γ 的最佳拟合值。

$$\phi\left(s\right) = \phi_0 s^\gamma \tag{1}$$

4.1.2 DPL

该数学模型对应一个三维自由向量空间 $\vec{m} = (\gamma_1, \gamma_2, \lg(s_{\text{break}}/\text{AU})),$ 相比于上一个模型, 增加了新的幂律指数 γ_2 和宽距双星物理投影间距的断裂点 s_{break} 。其中 γ_1 、 γ_2 分别表示关 于投影间距的断裂点 s_{break} 前后,即 $s \leq s_{\text{break}}$ 端与 $s \geq s_{\text{break}}$ 端所对应的幂律指数。

$$\phi(s) = \phi_0 \begin{cases} s^{\gamma_1} & s \le s_{\text{break}} \\ s^{\gamma_1 - \gamma_2}_{\text{break}} \times s^{\gamma_2} & s > s_{\text{break}} \end{cases}$$
(2)

4.1.3 SBPL

最后,该数学模型对应一个四维自由向量空间 $\vec{m} = (\gamma_1, \gamma_2, \lg(s_{\text{break}}/\text{AU}), \Lambda)$,在 DPL 模型的基础之上进一步增加了新的自由参数即平滑因子 Λ ,使其能够在一定程度上量化两个 幂律结合的陡峭或平滑程度。

$$\phi(s) = \phi_0 \left(\frac{s}{s_{\text{break}}}\right)^{\gamma_1} \left[\frac{1}{2} \left[1 + \left(\frac{s}{s_{\text{break}}}\right)^{1/\Lambda}\right]\right]^{(\gamma_2 - \gamma_1)\Lambda} \tag{3}$$

以上公式 (1) ~ (3) 中系数 ϕ_0 均为归一化常数。

识别出宽距双星的方法要求两颗恒星在空间上均被解析,并且两颗恒星都必须满足关于 天体测量和测光的筛选条件 (第 2.1 节)。因此,是否检测到宽距双星取决于两颗恒星的角间 距和光通量比。如果通量比较大,次星就更有可能在固定的角间距下被主星的亮光所掩盖或 污染^[22],反之,则较少发生这种情况。在推断宽距双星的投影间距内禀分布时,必须考虑这 一点。此外,是否能探测到双星还取决于两颗恒星的视星等,任何一颗恒星太暗的双星系统 大概率无法被探测到。如果未探测到的双星与被探测到的双星的投影间距内禀分布一致,那 么这便对推断的投影间距分布就没有影响,这需要双星的投影间距分布与距离和绝对星等无 关,El-Badry2018 中双星的最远距离为 200 pc, $\phi(s|\vec{n})$ 不随距离发生显著变化,然而高纯度 双星样本最远距离接近 1 kpc,需要考虑距离因素所引起的幂律谱模型参数尤其是幂律指数 $\gamma(或 \gamma_1)$ 的变化。从第三节中已知样本的不完备性是由选择效应引起的,而选择效应与星等 差 ΔG 和角间距 θ 存在一定联系,为了能够定量研究这种选择效应,本文借鉴了 El-Badry 等人^[18]在 2018 年构建的选择函数形式 $f_{\Delta G}(\theta)$ 用以描述在给定角间距 θ 处探测到伴星的概 率。在下一节推导投影间距内禀分布时,可以借助该选择函数来克服这种选择效应。

$$f_{\Delta G}(\theta) = \frac{1}{1 + (\theta/\theta_0)^{-\beta}} \tag{4}$$

选择函数 (公式 4) 取决于两颗成员星之间的角间距 θ 和星等差 ΔG ,其中 ΔG 是两颗成员星在 G 波段的星等差的绝对值, θ_0 表示灵敏度降到 1 以下的角间距, β 决定了当 $\theta \ll \theta_0$ 时灵敏度下降的速度。对 10 个不同的距离壳层分别作出相应的统计结果 (图 8),再通过对 ΔG 离散值的拟合进行插值来估计给定不同 ΔG 下最佳的 θ_0 和 β 值。在这里需要指出, $f_{\Delta G}(\theta)$ 并不表示绝对的选择函数,而是在角间距 θ 处检测到的双星与任意大间距处 检测到的双星在数量上的相对比例。



注: a) ~ j) 分别为不同距离壳层中完备度的统计结果。不同颜色的曲线表示在角间距 θ 处探测到的在给定不同 ΔG 下且通过筛选条件 (2.1 节) 的双星所占的比例,虚线表示对公式 (4) 的拟合结果。



* 期

图 8 展示了在给定不同星等差 ΔG 的情况下,不同距离壳层中双星样本的完备性与角间距 θ 的关系。使用类似于 Arenou 等人^[32]中描述的方法,评估了给定角间距 θ 下 Gaia 测 光对伴星的灵敏度变化。对于每个星等差 ΔG 的区间,计算出其中每个宽度为 ~ 0.66 arcsec 的角间距 θ 区间内通过筛选条件 (第 2.1 节)的双星所占的相对比例。并通过对星等差 ΔG 的离散值 (取区间上下限的平均数)进行线性插值拟合,从而估计不同星等差 ΔG 下选择函数 $f_{\Delta G}(\theta)$ 中参数 θ_0 和 β 的最佳值。通常情况下,星等差 ΔG 越小、角间距 θ 越大,其相应的双星样本完备度越高。

4.3 拟合投影间距分布的似然函数

考虑一个函数形式为 $\phi(s|\vec{m}) = dP/ds$ 双星投影间距的内禀分布,其中 \vec{m} 是一组待拟合的模型自由参数。若给定投影间距为 s_i 的一组双星,则相应的似然函数为

$$L = p\left(\{s_i\} | \vec{m}\right) = \prod_i p\left(s_i | \vec{m}\right) \tag{5}$$

其中 *p*(*s_i*|*m*) 是在给定模型参数 *m* 的第 i 个双星的检测概率, 对于每一个双星, 该概率可以 计算为

$$p(s_i|\vec{m}) = \frac{\phi(s_i|\vec{m})}{\int_{s_{\min}}^{s_{\max}} \phi(s|\vec{m}) f_{\Delta G}(s|d_i) \,\mathrm{d}s} \tag{6}$$

其中,在以模型参数 *m* 给定物理投影间距内禀分布的情况下,概率 p_i 与距离 d_i 、星等差 ΔG 、投影间距 s_i 的双星在星表中找到的概率成正比,而 s_{min} 和 s_{max} 分别是投影 间距 s_i 分布的最小值和最大值。 $\phi(s|\vec{m})$ 是归一化的,即 $\int_{s_{min}}^{s_{max}} \phi(s|\vec{m}) ds = 1$,选择函数 $f_{\Delta G}(\theta) = f_{\Delta G}(s/d_i)$ 是关于双星角间距的函数,由公式 (1) 给出。

公式 (6) 中的分母反映了在距离 d_i 和星等差 ΔG 处可以检测到的预期的双星占比,也 定性说明了在较远距离和较大星等差之下,投影间距较大的双星相比于较小的双星更容易被 探测到。当投影间距很小时,公式 (6) 中的概率值趋于 0,此时 s_{min} 的设置对结果没有影 响,这里统一设置 $s_{min} = 10^{-2}$ AU。当投影间距 $s > 10^{5.20}$ AU 时,双星样本的污染率很高, 因此本文设置 $s_{max} = 10^{5.20}$ AU(~ 0.8 pc)。

5 拟合结果

将高纯度双星样本在整体 0-1 kpc 距离跨度内由近及远均匀划分为 10 个距离壳层的双 星子样本,使用程序库 emcee^[44]在该 10 个不同距离壳层中进行了双星物理投影间距关于三 种幂律谱模型的后验分布采样,并对所有模型参数使用宽泛的、平坦的先验分布。

本章节中展示了不同距离壳层的高纯度双星子样本投影间距内禀分布所获得的模型参数约束,使用角图 (corner)^[45]来执行相应的可视化,即不同模型参数之间的关系与其边缘 概率密度分布。在所展示的幂律指数 $\gamma(i q_1)$ 随距离的变化情况的图像中,校准前和校准后 分别指的是选择函数 $f_{\Delta G}$ 在不同星等差 ΔG 下所采用的 El-Badry2018 中所估计的 θ_0 与 β 值和采取不同距离壳层下经校正的 θ_0 与 β 值。

以下部分将分别展示三种不同的幂律谱模型 (SPL、DPL 和 SBPL) 在选择函数校正前 后模型参数的变化情况,着重关注幂律指数 $\gamma(g, \gamma_1)$ 。此外,为方便讨论,以下幂律指数 γ 取其绝对值 $|\gamma|$ 。

5.1 SPL

对于 SPL 模型,对 10 个距离壳层的双星子样本均作出投影间距上的限制,即保留全部 投影间距范围 $s \leq 10^{5.20}$ AU 和 $s \leq 10,000$ AU。并使用 SPL 模型 ($\phi(s) = \phi_0 s^{\gamma}$) 拟合这两 组双星子样本的投影间距内禀分布,得到相应的模型幂律指数 γ 值 (图 9)。



注: a) 点划线、实线和点线分别为选择函数校准前 (s < 10,000 AU)、选择函数校准后 (s < 10,000 AU) 和选择函数校准前 SPL 模型的拟合结果,不同颜色表示 10 个距离壳层双星子样本; b) 红色圆点、蓝色三角点和绿色 方点分别表示选择函数校准前、选择函数校准前 (s < 10,000 AU) 和选择函数校准后 (s < 10,000 AU) 幂律指数 γ 随距离壳层的变化,黑色虚线表示 $\gamma = 1.5$ 。

图 9 SPL 模型参数拟合结果的概率密度分布图和幂律指数 γ 随距离壳层变化的分布图

随着距离壳层的增大,幂律指数 γ 均表现出不同程度的增大,总体上表现出逐步上升的 趋势 (图 9),从最小距离壳层 0 < d_pc < 100 的 $-1.70^{+0.01}_{-0.01}(s \lesssim 10^{5.20} \text{ AU})$ 和 $-1.62^{+0.01}_{-0.01}(s < 10, 000 \text{ AU})$ 最终升至最大距离壳层 900 < d_pc < 1000 的 $-1.99^{+0.02}_{-0.03}(s \lesssim 10^{5.20} \text{ AU})$ 和 $-1.83^{+0.05}_{-0.05}(s < 10,000 \text{ AU})$ 。而在应用校准的选择函数后,幂律指数 γ 基本稳定在 $\gamma = 1.5$ 。 5.2 DPL

不同于 SPL 模型的单一自由参数 γ , DPL 模型具有 3 种自由参数,其三维参数向量空 间为 $\vec{m} = (\gamma_1 \gamma_2 \log(s_{\text{break}}/\text{AU}))$ 。因此,DPL 模型将 $s \leq s_{\text{break}}$ 端和 $s \geq s_{\text{break}}$ 端对应的宽 距双星投影间距的内禀分布特征均考虑在内。此外,由于投影间距断裂点 s_{break} 的存在,应 适当放开宽距双星样本中投影间距 s 的取值范围,然而鉴于大间距处较高的双星样本污染 率,这里保持 $s_{max} = 10^{5.20}$ AU(4.3 节)。并使用校准前和校准后的选择函数,通过 DPL 模 型拟合出宽距双星样本投影间距的内禀分布 (图 14)。



注: a)、b)分别为选择函数校准前、后 DPL 模型参数 γ_1 、 γ_2 及 s_{break} 的拟合结果。各距离壳层双星子样本的 拟合结果由不同深浅的多种颜色表示。



图 10 DPL 模型参数拟合结果的角图

注: 红色圆点和绿色方点分别表示选择函数校准前后幂律指数 γ_1 随距离壳层的变化,其误差在 1 σ 范围内。黑色 虚线表示 $\gamma_1 = 1.5$ 。

图 11 幂律指数 γ_1 随距离壳层变化的分布图

在选择函数未作参数校准的情况下,仍然发现幂律指数 γ_1 随距离壳层的增大,整体表现出逐步升高的显著趋势 (图 11)。从最小距离壳层 $0 < d_{pc} < 100$ 的 $-1.64^{+0.01}_{-0.01}$ 逐步提高至最大距离壳层 $900 < d_{pc} < 1000$ 的 $-1.87^{+0.04}_{-0.05}$ 。而在应用重新校准的选择函数后,幂律指数 γ_1 在 $\gamma_1 = 1.5$ 附近上下波动。图 10a)、b)(corner plot) 展示的分别是选择函数调整前后,对处于不同距离壳层的双星子样本执行 DPL 模型参数向量拟合后的边缘概率密度分布情况。

5.3 SBPL

与前两个幂律谱模型均有所不同,SBPL 模型具有 4 种自由参数,其四维参数向量空间为 $\vec{m} = (\gamma_1 \gamma_2 \log(s_{\text{break}}/\text{AU}) \Lambda)$ 。即在 DPL 模型的基础上,添加了自由参数平滑因子 Λ ,可以量化 $s \leq s_{\text{break}}$ 端和 $s \geq s_{\text{break}}$ 端相应的两个幂律结合的陡峭或平滑程度。这里,对投影间距的限制与 DPL 保持一致 ($s \leq 10^{5.20}$ AU),并使用校准前和校准后的选择函数,通过 SBPL 模型拟合出宽距双星样本投影间距的内禀分布 (图 14)。



注: a)、b)分别为选择函数校准前、后 SBPL 模型参数 γ_1 、 γ_2 、 s_{break} 及 Λ 的拟合结果。各距离壳层双星子样本的拟合结果由不同深浅的多种颜色表示。

图 12 SBPL 模型参数拟合结果的角图



注: 红色圆点和绿色方点分别表示选择函数校准前后幂律指数 γ_1 随距离壳层的变化,其误差在 1 σ 范围内。黑色 虚线、灰色虚线分别表示 $\gamma = 1.35$ 、 $\gamma = 1.5$ 。



当使用未经校准的选择函数时,仍观察到幂律指数 γ_1 随距离壳层的增大而表现出增大的趋势 (图 13)。从最小距离壳层 0 < d_pc < 100 的 $-1.64^{+0.01}_{-0.01}(s < 10^{5.20} \text{ AU})$ 逐步提高 至最大距离壳层 900 < d_pc < 1000 的 $-1.87^{+0.04}_{-0.05}(s < 10^{5.20} \text{ AU})$ 。而重新校准选择函数后, 幂律指数 γ_1 基本在 $\gamma_1 = 1.35$ 附近波动。图 12 a)、b)(corner plot) 展示的分别是选择函数 调整前后,对处于不同距离壳层的双星子样本执行 SBPL 模型参数向量拟合后的边缘概率密 度分布情况。



注:黑色实线为投影间距的观测值分布,黑色虚线表示 $\gamma = -1.5$,浅、深绿色区域分别为选择效应改正前后 SPL 模型的拟合结果,浅、深品红色区域分别为选择效应改正前后 DPL 模型的拟合结果,浅、深青色区域分别为选择 效应改正前后 SBPL 模型的拟合结果。

图 14 距离壳层子样本 (200 < d_pc < 300) 在不同模型下、选择效应改正前后投影间距观测值与模型拟 合结果的直接比对图

6 总结与展望

本文基于 Gaia EDR3 数据,通过严格的筛选条件构建了一个高纯度宽距双星星表。该 星表包含 144,458 对位于太阳邻域 1 kpc 范围内,投影间距 s < 1 pc 的宽距双星样本。本研 究采用 3 种幂律谱模型 SPL、DPL 和 SBPL 揭示了选择效应对宽距双星投影间距内禀分布 的影响 (尤其对幂律指数 γ)。研究发现,未经校准的选择函数会导致 γ 值偏离预期 $\gamma \sim 1.5$, 且随着距离壳层的增大而变得愈加显著。为了修正受选择效应影响的幂律指数 (γ),需要考 虑距离因素对选择函数的影响。由近及远地均匀切割整体距离范围 0–1 kpc 为 10 个不同的 距离壳层子样本,并在各个距离壳层中统计不同星等差 ΔG 下角间距 θ 与完备性之间的关 系,应用到上述三种模型的数值拟合过程中。结果表明,通过引入距离因素对选择函数进行 重新校准,最终的幂律指数 γ 趋于平稳且正常,从而为宽距双星的形成和演化提供了更加准 确的理论基础。

17

在模型中应用重新校准考虑距离因素的选择函数之后,发现 SPL 和 DPL 拟合的幂律 指数在各个距离壳层上都保持相对稳定,并在 $\gamma = 1.5$ 附近上下波动。而 SBPL 拟合得到的 幂律指数则保持在 $\gamma = 1.35$ 附近,相比于 SPL 与 DPL 略低。这主要是因为 SBPL 模型参 数中平滑因子 Λ 对 $s \leq s_{\text{break}}$ 端的影响。另一方面,基于具有 4 种自由参数的 SBPL 模型, 更加全面而准确地描述投影间距的内禀分布特征。因此,有一定理由作出大胆猜想:以往对 宽距双星投影间距分布 $p(s) \propto s^{\gamma}$ 的拟合,可能高估了其幂律指数 γ ,真实结果更加接近欧 皮克定律 (Opik's law)。

由于受到 Gaia 卫星角分辨率的限制和探测伴星时两颗恒星亮度之差等因素的不利影响, 本文所构建的宽距双星星表并不是完备的。而这种不完备性会造成宽距双星内禀投影间距分 布拟合结果的较大偏差 (尤其是幂律指数 γ),具体表现为小投影间距愈加缺失,其幂律指数 愈显著偏离 $\gamma = 1.5$,间距断裂点 s_{break} 越大。值得注意的是,在 SPL 模型中限制投影间 距由整体范围 $s < 10^{5.20}$ AU 降低至 s < 10,000 AU($\sim s_{\text{break}}$)时,幂律指数 γ 会向正常值 $\gamma = 1.5$ 方向移动,这是合理的,因为 SPL 模型没有考虑到 s_{break} 的存在,而幂律指数 γ 是 相对于 $s \leq s_{\text{break}}$ 时而言的。此外,对于同一宽距双星样本而言,模型 SPL、DPL 和 SBPL 拟合得到的最佳 γ 值通常满足 $\gamma_{\text{SBPL}} \leq \gamma_{\text{DPL}} \lesssim$

本研究侧重于修正由选择效应导致的对刻画宽距双星投影间距内禀分布特征的幂律谱 模型参数的偏差 (尤其是对幂律指数 γ 的影响),并且存在一些局限性和未来改进的空间。如 双星样本未能涵盖更小的投影间距、虚假双星的污染问题仍是宽距双星星表构建过程中的挑 战。因此,本文构建的宽距双星星表是在完备性和纯度之间做出一定妥协的结果,并没有从 根本上解决由天文观测设备特性、双星搜寻方法等因素导致的选择效应或样本不完备等问 题。

Gaia 第三批数据 (Gaia DR3) 的释放可以帮助人们获取更多选择效应的相关信息,或许通过 Gaia 数据与其他巡天数据相结合,例如 Lamost 的中低分辨率光谱数据等,可以更好地研究不同双星族群的投影间距分布特征或选择效应差异。

参考文献:

- [1] Moe M, Di Stefano R. ApJS, 2017, 230, 2: 15
- [2] El-Badry K, Rix H W, Heintz T M. MNRAS, 2021, 506, 2: 2269-2295
- $[3]\,$ Halbwachs J L, Mayor M, Udry S, et al. A&A, 2003, 397, 1: 159-175
- [4] Lépine S, Bongiorno B. AJ, 2007, 133, 3: 889
- [5] Tobin J J, Kratter K M, Persson M V, et al. Nature, 2016, 538, 7626: 483-486
- [6] Tokovinin A, Moe M. MNRAS, 2020, 491, 4: 5158-5171
- [7]~ Offner S S, Kratter K M, Matzner C D, et al. ApJ, 2010, 725, 2: 1485
- [8] Klein R L, Fisher R, Krumholz M, et al. Rev Mex Astron Astrofis, 2002, 15: 92-96
- [9] Kouwenhoven M B N, Goodwin S P, Parker R J, et al. MNRAS, 2010, 404, 4: 1835-1848
- [10] Perets H B, Kouwenhoven M B N. ApJ, 2012, 750, 1: 83
- $\left[11\right]~$ Reipurth B. Mem Soc Astron Ital, 2017, 88: 611

- [12] Reipurth B, Mikkola S. AJ, 2015 149, 4: 145
- [13] Tokovinin A. MNRAS, 2017, 468, 3: 3461-3467
- [14] Chanamé J, Gould A. ApJ, 2004, 601, 1: 289
- $\left[15\right]$ Yoo J, Chaname J, Gould A, et al. ApJ, 2004, 601, 1: 311
- [16] Quinn D P, Wilkinson M I, Irwin M J, et al. MNRAS, 2009, 396, 1: L11-L15
- $[17]\,$ Monroy-Rodríguez M A, Allen C. ApJ, 2014, 790, 2: 159
- [18] El-Badry K, Rix H W. MNRAS, 2018, 480, 4: 4884-4902
- [19] Jiang Y F, Tremaine S. MNRAS, 2010, 401, 2: 977-994
- $\left[20\right]\,$ TIAN H J, El-Badry K, Rix H W, et al. ApJS, 2019, 246, 1: 4
- $\left[21\right]$ Andrews J J, Chanamé J, Agüeros M A. MNRAS, 2017, 472, 1: 675-699
- $[22]\,$ Pittordis C, Sutherland W. MNRAS, 2018, 480, 2: 1778-1795
- [23] Livernois A R, Vesperini E, Pavlík V. MNRAS, 2023, 521, 3: 4395-4405
- [24] Peñarrubia J, Ludlow A D, Chanamé J, et al. MNRAS, 2016, 461, 1: L72-L76
- $\left[25\right]$ Fellhauer M, Lin D N C, Bolte M, et al. ApJ, 2003, 595, 1: L53
- [26] Brown A G, Vallenari A, Prusti T. A&A, 2021, 649, A1
- [27] Jiang Y F, Tremaine S. MNRAS, 2010, 401, 2: 977-994
- [28] Oh S, Price-Whelan A M, Hogg D W, et al. AJ, 2017, 153, 6: 257
- [29] Babusiaux C, Van Leeuwen F, Barstow M A, et al. A&A, 2018, 616: A10
- [30] Lindegren L, Hernández J, Bombrun A, et al. A&A, 2018, 616: A2
- [31] Evans D W, Riello M, De Angeli F, et al. A&A, 2018, 616: A4
- [32] Arenou F, Luri X, Babusiaux C, et al. A&A, 2018, 616: A17
- [33] Leike R H, Enßlin T A. A&A, 2019, 631: A32
- [34] Widmark A, Leistedt B, Hogg D W. ApJ, 2018, 857, 2: 114
- [35] Gaia Collaboration, et al. The gaia mission. 2016, arXiv preprint arXiv:1609.04153
- [36] Herschel M, Watson D. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 1782, 72: 112-162
- [37] Herschel W. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 1803, 93: 339-382
- [38] Sesar B, Ivezić Ž, Jurić M. ApJ, 2008, 689, 2: 1244
- [39] Gaia Collaboration, et al. A&A, 2018, 616, 1
- [40] Duchêne G, Kraus A. ARA&A, 2013, 51: 269-310
- [41] Dhital S, West A A, Stassun K G, et al. AJ, 2010, 139, 6: 2566
- [42] Oelkers R J, Stassun K G, Dhital S. AJ, 2017, 153, 6: 259
- [43] Ziegler C, Law N M, Baranec C, et al. AJ, 2018, 156, 6: 259
- [44] Foreman-Mackey D, Hogg D W, Lang D, et al. PASP, 2013, 125, 925: 306
- [45] Foreman-Mackey D. JOSS, 2016, 1, 2: 24

Study on selection effects of wide binary stars

LIU Di¹, ZhANG Peng^{1,2}, TIAN Hai-jun³, LIU Gao-chao^{1,2}, YANG Xiang-ming¹, XIONG Zhuang¹

(1. College of Science, China Three Gorges University, Yichang 443002, China; 2. Center for Astronomy and Space Sciences, China Three Gorges University, Yichang 443002, China; 3. College of Science, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: Wide binary systems consist of two celestial bodies that are relatively distant

from each other and orbit around their barycenter. The projected physical separation is the most direct observational quantity. Conventionally, it has been generally believed that the intrinsic distribution of projected separation of binaries typically follows specific powerlaw spectral laws($p(s) \propto s^{\gamma}$ with $\gamma \sim -1.5$). However, using the test sample of highpurity wide binaries within a 1 kpc sphere of the solar neighborhood, anomalies in the γ values attributable to selection effect has been observed, with γ deviating further from the expected value as the distance gaps vary. To address this, quantify the strength and pattern of selection effect across various distance gaps, recalibrate the selection function, utilize three different power-law spectral models, and fit parameters to the intrinsic distribution of projected separations by Bayesian statistics and Markov chain Monte Carlo methods. The findings indicate that, after applying the improved selection function, the power-law indices of the three mathematical models in each distance gap stabilize and return to normal levels. This study provides crucial insights for adjusting model parameters to fit the distribution of projected separations for wide binaries heavily affected by selection effects, thus benefiting the exploration of the formation, evolution of wide binary stars, and other related fields.

Key words: binary; wide binary; selection effect; selection function

附录

| Power Law Model Type Distance Gaps | SPL | $_{ m SPL}^{ m SPL}$ (s<10,000 AU) | DPL | SBPL |
|---------------------------------------|----------------------------------|------------------------------------|------------------------|------------------------|
| $d \in (0 \ 100)$ | $1.70^{+0.01}_{-0.01}$ | $1.62^{+0.01}_{-0.01}$ | $1.64^{+0.01}_{-0.01}$ | $1.62^{+0.01}_{-0.01}$ |
| $d \in (100\ 200)$ | $1.77 \substack{+0.01 \\ -0.01}$ | $1.71 \substack{+0.01 \\ -0.01}$ | $1.71_{-0.01}^{+0.01}$ | $1.70^{+0.01}_{-0.01}$ |
| $d \in (200\ 300)$ | $1.82^{+0.01}_{-0.01}$ | $1.75_{-0.01}^{+0.01}$ | $1.76_{-0.01}^{+0.01}$ | $1.75_{-0.01}^{+0.01}$ |
| $d \in (300 \ 400)$ | $1.84^{+0.01}_{-0.01}$ | $1.74_{-0.01}^{+0.01}$ | $1.77_{-0.01}^{+0.01}$ | $1.74^{+0.01}_{-0.02}$ |
| $d \in (400\ 500)$ | $1.89^{+0.01}_{-0.01}$ | $1.81^{+0.01}_{-0.01}$ | $1.81^{+0.01}_{-0.02}$ | $1.79^{+0.02}_{-0.02}$ |
| $d \in (500\ 600)$ | $1.92^{+0.01}_{-0.01}$ | $1.83^{+0.02}_{-0.02}$ | $1.83_{-0.03}^{+0.02}$ | $1.82^{+0.02}_{-0.04}$ |
| $d \in (600\ 700)$ | $1.94 \substack{+0.01 \\ -0.01}$ | $1.86^{+0.02}_{-0.03}$ | $1.85_{-0.02}^{+0.02}$ | $1.84^{+0.03}_{-0.05}$ |
| $d \in (700\ 800)$ | $1.97^{+0.01}_{-0.01}$ | $1.86^{+0.03}_{-0.03}$ | $1.87_{-0.04}^{+0.02}$ | $1.83^{+0.03}_{-0.05}$ |
| $d \in (800\ 900)$ | $1.97 \substack{+0.02 \\ -0.02}$ | $1.83^{+0.04}_{-0.04}$ | $1.83_{-0.03}^{+0.03}$ | $1.79^{+0.04}_{-0.08}$ |
| $d \in (900\ 1000)$ | $1.99^{+0.02}_{-0.02}$ | $1.83^{+0.05}_{-0.05}$ | $1.87^{+0.04}_{-0.05}$ | $1.82^{+0.05}_{-0.07}$ |

表1 模型幂律指数随距离壳层的变化 (选择函数校准前)

Distance Gaps: 对应 10 个不同距离壳层,其中距离 d 是以秒差距 pc 为单位的双星系统的距离 Power Law: 表示 3 种幂律谱模型中根据最佳拟合得到的幂律指数,其中 SPL 对应 γ , DPL 和 SBPL 对应

Model Type: 推断宽距双星投影间距内禀分布所需的三种幂律谱模型类别,分别为 SPL、DPL 和 SBPL

Model Type Power Law $_{\rm SPL}$ SPL DPL SBPL (s<10,000 AU) Distance Gaps $1.49^{+0.01}$ 0.0 .0 06 $d \in (0 \ 100)$ 1.70^{+} $\begin{array}{c} 1.52 \substack{+0.06\\-0.04}\\ 1.52 \substack{+0.05\\-0.04}\\ 1.52 \substack{+0.01\\-0.06}\end{array}$ 1.49^{-1} 1.36 $1.34_{-0.05}^{+0.09}$ $1.77^{+0.01}_{-0.01}$ $1.52^{+0.01}_{-0.01}$ $d \in (100\ 200)$ $1.82^{+0.01}_{-0.01}$ $1.55^{+0.01}_{-0}$ $0.07 \\ 0.07$ $d \in (200\ 300)$ 1.30^{+} $1.84^{+0.01}$ $1.52^{+0.01}_{-0.01}$ -0.01+0.02 $0.05 \\ 0.10$ $d\,\in\,(300\;400)$ 1.51^{-1} 1.30 $1.56^{+0.01}_{-0}$ $1.30^{+0.10}_{-0.10}$ $1.37^{+0.10}_{-0.10}$ $1.53 \substack{-0.03\\-0.05}$ $1.89^{+0.01}_{-0.01}$ $d \in (400\ 500)$ $1.55^{+0.05}_{-0.05}$ $\begin{array}{c} -0.01\\ 1.92 \\ -0.01 \\ -0.01 \end{array}$ ${\overset{-0.08}{_{1.40}}}_{-0}^{+0.10}$ 0.010.02 1.54^{+} $d\,\in\,(500\;600)$ 1.55 + 0.05 - 0.051.55 + 0.06 $1.94^{+0.01}$ $0.10 \\ 0.13$ $d\,\in\,(600\;700)$ $1.48^{+0.13}_{-0.10}$ 1.37^{+} $1.49^{+0.06}_{-0.07}$ $1.97^{+0.01}_{-0.01}$ $d\,\in\,(700\;800)$ $1.97^{+0.01}_{-0.02}$ $1.53^{+0.06}_{-0.07}$ $1.33^{+0.05}_{-0}$ $\begin{array}{c} -0.03 \\ 1.47 + 0.04 \end{array}$ $d \in (800\ 900)$ $1.97 + 0.02 \\ -0.02 \\ 1.99 + 0.02 \\ -0.03$ $1.47^{+0.04}_{-0.03}$ $1.47^{+0.08}_{-0.07}$ 0.06 $0.08 \\ 0.10$ $1.53^{+0.05}_{-0.07}$ $d \in (900\ 1000)$ 1.34^{+} 0.09

表 2 模型幂律指数随距离壳层的变化 (选择函数校准后)

Distance Gaps: 对应 10 个不同距离壳层, 其中距离 d 是以秒差距 pc 为单位的双星系统的距离

Power Law: 表示 3 种幂律谱模型中根据最佳拟合得到的幂律指数, 其中 SPL 对应 $\gamma,$ DPL 和 SBPL 对应 γ_1

Model Type: 推断宽距双星投影间距内禀分布所需的三种幂律谱模型类别,分别为 SPL、DPL 和 SBPL



注: 红色圆点、紫色圆点、蓝色三角点和绿色方点分别表示选择函数校准前, SPL、SPL(s < 10,000 AU)、DPL 和 SBPL 模型参数幂律指数 (γ 或 γ_1) 在各距离壳层中的拟合结果,其误差限制在 1σ 范围内。

图 15 三种模型 (SPL、DPL 和 SBPL) 幂律指数 (γ 或 γ_1) 随距离壳层变化的分布图