

doi: 10.3969/j.issn.1000-8349.2013.02.04

小行星热模型研究现状

余亮亮^{1,2}, 季江徽¹

(1. 中国科学院 紫金山天文台, 南京 210008; 2. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘要: 从基本物理出发, 详细地介绍在小行星热环境研究中常用的几个热模型, 并结合观测论述其具体科学应用。一般来说, 小行星热模型可以分为两大类: 简化模型和热物理模型。简化模型主要用来估计小行星的反照率和直径; 热物理模型则是用详细的形状模型, 结合经典的热物理学规律来尽可能真实地模拟小行星表层的复杂热环境, 可以较真实地模拟出小行星表层各局部区域的热环境状态, 从而为研究小行星的热演化历史及与其相关的 Yarkovsky 和 YORP 效应等提供理论依据。

关键词: 小行星; 热模型; 热惯量; YORP 效应

中图分类号: P185 **文献标识码:** A

1 引言

小行星一般指的是围绕太阳运行的体积较小的岩石或金属天体。目前已发现的小行星中, 最小的直径只有几十米, 而直径大于 240 km 的只有 16 颗。小行星在太阳系中的存在区域从地球内侧轨道一直延伸到海王星轨道之外, 其中大部分小行星分布在火星和木星轨道之间, 称之为主带小行星。在主带小行星中, 最大的 3 颗小行星是智神星、婚神星和灶神星, 它们的平均直径都超过 400 km; 另外主带中还有一颗矮行星, 名为谷神星, 它于 1801 年 1 月被意大利天文学家 Piazzi 发现, 直径约有 950 km。在火星轨道以内存在 4 类小行星群, 分别为阿波罗 (Apollo) 型、阿莫尔 (Amor) 型、阿登 (Aten) 型和阿迪娜 (Atira) 型, 它们的轨道与地球轨道接近, 存在与地球相撞的危险; 这些小行星统称为近地小行星, 它们对地球和人类的安全构成了潜在的危险, 故而近地小行星的搜寻和研究显得十分重要。

目前大多数研究认为, 小行星蕴含了太阳系早期重要信息, 因此研究它们的物质成分、表面性质、形成和演化对于研究太阳系的起源与演化具有很重要的意义。通常用来研究小行星表面性质和物质成分的方法有光谱法、红外辐射法、多色测光法、偏振法和雷达探测等,

收稿日期: 2012-10-22; 修回日期: 2012-12-19

资助项目: 国家自然科学基金 (11273068, 10973044, 10833001, 10933004); 中国科学院新兴与交叉学科布局试点项目 (KJZD-EW-Z001); 江苏省自然科学基金 (BK2009341); 紫金山天文台小行星基金会资助课题

而衡量小行星表面性质的物理量主要有反照率、热惯量 (thermal inertia)、孔隙率以及风化层 (regolith) 厚度等, 而这些物理量与观测数据需要通过建立小行星热模型联系起来。建立了小行星热模型, 就有可能研究其热演化历史以及与此相关的 Yarkovsky 和 YORP 效应, 从而推进对小行星的长期演化以及形成机制的研究, 进一步为研究太阳系的起源和演化提供关键的科学依据。

小行星的大小是一个重要的参数, 最早通过辐射确定法^[1] (Radiometric method determination) 来估算。该方法的基本思想是: 小行星被太阳光照射, 部分能量被反射, 反射的能量与反照率成正比; 剩余能量被吸收, 同时自身不断向外辐射能量, 故而最终能达到热平衡。若小行星表面维持稳定的温度分布, 那么它向外的热辐射总通量就取决于其表面温度分布。如果将小行星表面划分为许多小面元, 每块面元都足够小, 以至其上的温度变化可以忽略, 故整块面元的温度可以表示为 T , 其热辐射可近似为黑体辐射或者辐射率为 ε 的灰体辐射^[2], 其单色辐射强度可用普朗克公式给出:

$$B(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) - 1}, \quad (1)$$

对一个给定观测相位角 α , 地面望远镜观测到的小行星热红外辐射通量就是每个可见面元的辐射之和。据此建立热模型得到小行星的热辐射通量与其大小、反照率等基本物理特性的关系, 再通过拟合观测数据, 就能获得小行星的大小、反照率等物理参数。另外, 小行星的绝对星等与其大小也存在密切关系, 可表示为如下经验公式^[3]:

$$D_{\text{eff}} = \frac{1329 \times 10^{-H_v/5}}{\sqrt{p_v}} \text{ (km)}, \quad (2)$$

其中, H_v 为绝对星等, p_v 为几何反照率, D_{eff} 为有效直径。几何反照率 p_v 与邦德反照率 A_B 存在关系:

$$p_v = \frac{A_B}{q}, \quad (3)$$

其中, q 为相积分^[4] (phase integral)。那么通过理论热模型与实际观测数据的拟合, 同时结合式 (2) 就可得到小行星的有效直径与反照率。因此, 建立一个简单有效的热模型, 能快速有效地估计众多小行星的大小与反照率。

为此, 1986 年 Lebofsky 等人提出了一个快速有效的模型用于估计小行星的反照率与直径, 称为标准模型 (Standard Thermal Model), 简称为 STM^[5]。在模型中, 假设小行星是无自转的球体, 表面平滑, 观测相位角 α 为 0。该模型适用于主带小行星, 得到许多小行星的直径与反照率等参数。然而, 该模型用于近地小行星误差较大。这是因为相比于主带小行星来说, 近地小行星形状更加不规则, 表面更加粗糙, 表壤岩石居多, 尘土较少, 且具有一定大小的自转速率。这些特点与 STM 模型的基本假设差距较大, 所以 STM 不适用于近地小行星。为了表征小行星表壤颗粒尺寸、孔隙率、导热率等性质对表壤温度的影响, 引入了热惯量^[6] 这个物理量, 其定义为 $\Gamma = \sqrt{\rho c \kappa}$, 其中 ρ 为表壤密度, c 为比热容, κ 为热传导率。由于很难精确地知道小行星表壤的密度、比热容及热传导率, 所以要准确计算一个小行星的热惯量比较

困难。然而, 根据对许多小行星的统计结果, 发现小行星的热惯量与其大小存在一个近似关系^[7](见图 1)。

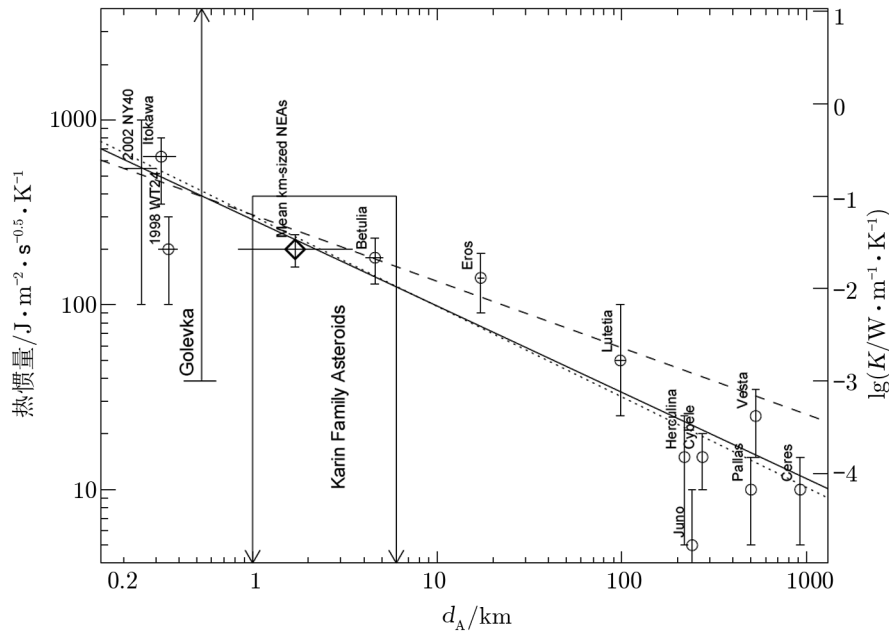


图 1 小行星热惯量与直径的近似关系^[7]

作为一种极限情形, 对于一个自转很快、热惯量很大的小行星, 可以用快速自转模型^[8](Fast Rotation Model, 简称 FRM) 来推导其有效直径与反照率。对于一般的近地小行星, Harris 建立了近地小行星热模型^[9](Near-earth asteroids thermal model, 简称 NEATM), 可推导出较准确的有效直径与反照率。

随着天文观测技术的不断发展, 红外观测已成为研究太阳系小行星的重要手段。以前的热模型已经难以解释日益精确的观测数据, 故在此背景下新的热模型应运而生, 即为所谓的热物理模型。最早的热物理模型概念是在对月壤进行研究时提出来的。20 世纪早期对月壤的观测表明, 月壤的热辐射呈现非朗伯辐射行为^[10]——其辐射行为倾向于向太阳的方向辐射更多的能量, 这种现象被命名为“热红外光束”(thermal-infrared beaming)。朗伯辐射 (Lambertian emission) 指的是, 辐射的空间角分布遵循朗伯余弦定律^[2]:

$$d^2P = B \cos \theta \cdot dAd\Omega \quad , \quad (4)$$

其中, P 为辐射功率, dA 为截面积, $d\Omega$ 为方位立体角。通过建立月壤的热物理模型, 发现月壤的这种“热红外光束”可以解释为: 由于月球表面地势起伏不规则, 各局部区域存在相互遮挡和相互红外加热效应, 使得热能量在面向太阳的区域集中, 最终产生了这种“热红外光束”效应^[11-14]。

在月壤的应用取得成功, 热物理模型很快就被应用到其他天体上。1990 年 Spencer 第

一次用热扩散结合球面坑模拟了无大气行星的热物理^[15]。而在小行星研究中,最具代表性的热物理模型是由 Lagerros 于 1996 年提出的小行星热物理模型^[16](Thermal Physical Model of asteroids, 简称为 TPM)。该模型与以往的热模型不同,其目的不是为了推导小行星的直径与反照率,而是用来研究小行星的热物理过程,例如推导小行星的热惯量,估计表面温度分布等。在该模型中,将小行星视作三轴椭球体,考虑自转、热惯量等因素对温度的影响,并且用热扩散方程求解局部热平衡方程,很好地模拟了小行星的表层热环境。TPM 科学应用很多,例如 2005 年 Müller 等人^[17]利用 TPM 结合红外观测数据,推导出小行星 (25143) Itokawa 的平均热惯量大约为 $750 \text{ J} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-0.5} \cdot \text{K}^{-1}$ 。TPM 虽然在很多应用中取得了成功,但它也存在一定的局限性,例如用于小行星的 Yarkovsky 和 YORP 效应研究时就遇到了困难,因为 TPM 假设每个小行星都是三轴椭球体。2011 年 Rozitis 和 Green 提出了更加先进的热物理模型^[18](Advanced Thermal Physical Model, 简称 ATPM)。该模型假设小行星是一个由许多三角面元构成的多面体,这样不仅可以构成任意形状,还能形成一定程度的地势。当然与 TPM 对比,ATPM 的先进之处还不仅如此。TPM 中考虑的小行星局部热平衡只有太阳入射,表层热扩散以及向外的热辐射;而 ATPM 中还考虑了太阳光的多重散射以及各面元的相互红外加热。2011 年 Wolters 等人^[19]利用 ATPM 结合 VLT 对小行星 (175706) 1996 FG3 红外观测数据推导出其热惯量约为 $(120 \pm 50) \text{ J} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-0.5} \cdot \text{K}^{-1}$ 。其后,2012 年 Rozitis 和 Green^[20]通过 ATPM 研究了小行星的形状、表面粗糙度和热参数等因素对 Yarkovsky 和 YORP 效应的影响。研究结论表明 ATPM 可以提高对 Yarkovsky 轨道漂移的预测,但是需要详细的形状模型才能对 YORP 自转加速的预测给出可靠结果。

小行星的 Yarkovsky 和 YORP 效应是由于小行星的形状与地势的不规则间接产生的。不规则的形状和地势导致太阳光的反射光和小行星自身向外的热辐射都呈现非对称性,这种非对称的辐射电磁波在小行星上分别产生了一个净力和净力矩。净力导致小行星的轨道半长轴逐渐变化,这个效应称为 Yarkovsky 轨道漂移效应;净力矩导致小行星的自转周期和自转轴指向逐渐变化,这个效应称为 YORP (Yarkovsky-O'Keefe-Radzievskii-Paddack) 效应^[21],如图 2 所示。由于 Yarkovsky 和 YORP 效应的影响是缓慢的、逐渐的,所以它们在小行星的长期演化中起着不可忽视的影响,这种影响会随着时间累加,以至于小行星轨道和自转状态在若干年之内也会发生不容忽视的变化^[22],显然小行星越小,这种差别将会越大。Yarkovsky 效应最早是在小行星 (6489)Golevka 上发现的,2003 年 Chesley 测得其 Yarkovsky 轨道漂移速率为 $(-95.6 \pm 6.6) \text{ m} \cdot \text{a}^{-1}$ ^[23];而 YORP 效应最早是在小行星 2000 PH5 上发现的,2007 年 Lowry 计算得到其 YORP 自转加速度为 $(0.47 \pm 0.05) \text{ rad} \cdot \text{a}^{-2}$ ^[24]。因为 YORP 可能会使小行星的自转不断加速,于是就可能存在这样的小行星,其自转速率由于 YORP 效应不断加速,最后增大到小行星再也无法维持原有形态的自转速度,那么它就会分裂,如果分裂的部分大小正好,就可能与剩余的母体构成双小行星系统;现今大约 15% 的近地小行星被认为是双小行星^[25],这么多的双小行星的形成机制很可能是 YORP 自转加速效应的结果^[26]。所以能否准确,甚至精确地计算小行星的 Yarkovsky 和 YORP 效应对于研究小行星的轨道、自转、长期演化历史以及形成原因都是非常重要的。

STM, FRM, NEATM 等^[27]模型中,都把小行星作为无自转的球体来考虑,而且赋予给

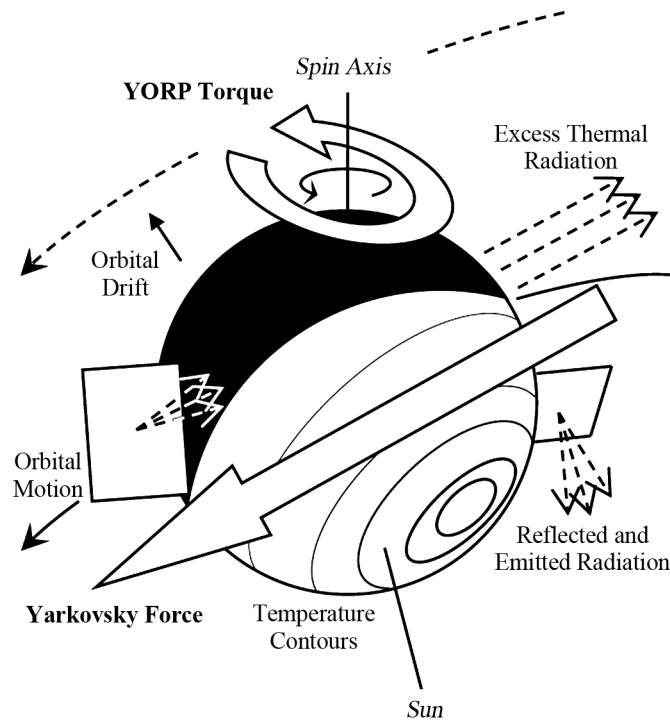


图 2 小行星轨道运动中 Yarkovsky 和 YORP 效应的物理机制^[20]

小行星的温度分布都是经验性的, 涉及的物理甚少, 这样一些模型, 我们称之为简化(热)模型。而 TPM, ATPM 不仅采用了相对详细的形状模型, 更重要的是它们都是通过热物理规律来模拟小行星上的温度分布的, 这类热模型我们称之为热物理模型。本文详细地介绍了各种典型的简化模型和热物理模型的物理原理, 以期让读者更好地熟悉并应用这些模型, 从而进一步推进热模型的发展以及对小行星的深入研究。

2 简化模型

2.1 STM

标准模型^[5](Standard Thermal Model, 简称 STM), 是利用红外观测估计小行星反照率与直径最早使用的模型。该模型假设小行星是无自转的球体, 观测时相位角 $\alpha = 0$, 阴面无热辐射, 阳面温度呈现如下分布^[8]:

$$T(\theta) = T_{\max} \cos^{1/4} \theta, \quad 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}, \quad (5)$$

其中, θ 是阳面某点距离日下点的弧度角。 T_{\max} 是日下点 (subsolar point) 的温度, 满足:

$$T_{\max} = \left[\frac{(1-A)q_s}{\eta \epsilon \sigma} \right]^{1/4}, \quad (6)$$

其中, A 为邦德反照率 (Bond albedo), ε 为热发射率, σ 为 Stefan-Boltzmann 常数, η 称为集束参数 (beaming parameter)。 q_s 为日下点处受到的太阳辐射通量, 它可以近似^[28]为:

$$q_s = \frac{F_{\odot}}{d^2}, \quad (7)$$

其中, $F_{\odot} \approx 1367.5 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$, 称为太阳常数^[29], d 为小行星距离太阳的距离 (单位为 AU)。式 (6) 中, 引入 η 因子是因为 STM 的基本假设太过粗略, 诸多影响表面温度分布的因素如: 小行星不规则的形状、凹凸不平的地势、自转状态、热惯量等都没有考虑, 当然对于一颗新观测到的小行星, 这些性质是无法立刻弄清楚的, 因此引入 η 来修正上述所有因素对小行星表面温度分布造成的影响。那么, 在 STM 下, 假设小行星距离地球为 Δ , 对小行星阳面各部分的红外辐射积分到地球方向, 就可以得到在地球上观测到的红外通量分布^[27]:

$$F_{\lambda} = \frac{\varepsilon D^2 \pi h c^2}{\Delta^2 \lambda^5} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k T(\theta)}\right) - 1} \cos \theta \sin \theta d\theta. \quad (8)$$

考虑到维恩位移定律: $\lambda_{\max} T = 2900 \mu\text{m} \cdot \text{K}$, 而小行星的表面温度一般不超过 1000 K, 所以地球上能观测的 F_{λ} 一般在中红外波段 ($4 \mu\text{m} \sim 20 \mu\text{m}$)。利用模型计算得到的 $F(\lambda)$ 曲线与实际观测得到的 $F_{\text{obs}}(\lambda)$ 曲线作对比, 可以拟合出最佳的小行星直径 D , 再结合式 (2)、(3) 就可以导出小行星的反照率。

由于 STM 假定观测相位角 $\alpha = 0$, 而实际观测到的辐射量都与相位角有关。为了使 STM 同样适用于非零相位角的情形, 1986 年 Lebofsky 等人引入经验性的相修正 (phase correction)^[5], 即:

$$F_{\lambda}(\alpha) = F_{\lambda}(0) \times 10^{(-\beta_E |\alpha|)/2.5}, \quad (9)$$

其中, $\beta_E = 0.01 \text{ mag/deg}$ (一般在 $\alpha < 30^\circ$ 为定值), 称为相系数 (phase coefficient)。

IRAS Minor Planet Survey 采用 STM 结合对主带小行星 Ceres 和 Pallas 的观测^[30], 定出 $\eta = 0.756$, 并将该值作为 STM 的经验性默认值, 进一步观测推导了 2000 多颗小行星 (大部分是主带小行星) 的直径与反照率, 使得 STM 在主带小行星的应用上取得了巨大的成功, 所以现在本文所指的 STM, 一般是 IRAS STM。

2.2 FRM

快速自转模型 (Fast Rotating Model, 简称为 FRM), 假设小行星为球体, 具有很快的自转速率 (自转轴垂直于轨道面), 且具有很高的热惯量, 以至于其表面温度分布只与纬度有关, 而在同一纬度上温度不随经度变化:

$$T(\theta) = T(0) \cos^{1/4} \theta, \quad (10)$$

其中 $T(0)$ 是小行星赤道的温度, θ 是纬度。因为小行星吸收太阳辐射, 同时向外产生热辐射,

最后达到稳定温度分布, 所以 $T(0)$ 可以由能量守恒定出:

$$\begin{aligned} (1-A)q_s \cdot \pi R^2 &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \varepsilon \sigma T^4(\theta) \cdot 2\pi R \cos \theta \cdot R d\theta \\ &= 2\pi R^2 \cdot \varepsilon \sigma T^4(0) \cdot \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^2 \theta d\theta \\ &= \pi^2 R^2 \cdot \varepsilon \sigma T^4(0) \quad , \end{aligned} \quad (11)$$

得到:

$$T(0) = \left[\frac{(1-A)q_s}{\pi \varepsilon \sigma} \right]^{1/4} = \left[\frac{(1-A)F_{\odot}}{\pi \varepsilon \sigma d^2} \right]^{1/4} . \quad (12)$$

因为该模型下, 行星表面的温度分布与经度无关, 所以理论上地球上可观测到的红外辐射通量与观测相位角无关^[27]:

$$F_{\lambda} = \frac{2\varepsilon D^2}{\Delta^2} \frac{hc^2}{\lambda^5} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT(\theta)}\right) - 1} \cos^2 \theta d\theta . \quad (13)$$

2.3 NEATM

虽然 STM 与 FRM 在主带小行星的应用上取得了一定的成功, 但是对于近地小行星, 却都不能很好地拟合观测数据。原因是相比于主带小行星, 近地小行星一般体积更小, 形貌更加不规则, 且都具有一定大小的自转速率。由于近地小行星偏小, 所以其表面一般尘粒偏少, 而岩石居多, 故一般热惯量较大, 但是其自转速率绝非 FRM 模型中那样。所以 STM 与 FRM 正是近地小行星真实物理情形的两个极端 (STM 无自转, 无热惯量; FRM 高自转, 高热惯量), 从而一般观测曲线会介于这两者的理论曲线之间。

1998 年 Harris 提出近地小行星热模型^[9], 能较精确地估算近地小行星的直径与反照率。它是对 IRAS STM 做了两处修改而提出的, 这两处修改分别是:

- (1) 不同于 IRAS STM 中将集束参数取为定值 $\eta = 0.756$, NEATM 将 η 作为一个校准参数, 可以不断变化从而最佳地拟合观测数据。这在物理上也是有依据的, 因为 η 正是小行星的自转、热惯量、表面粗糙等因素对其表面温度分布的修正因子, 而对于不同的小行星, 这些因素影响的大小自然是不同的; 但是对于近地小行星来说这些因素的影响是很显著的, 所以 η 不应当取定值。
- (2) 与 IRAS STM 中通过引入相系数来考虑相位角对可观测到辐射量的修正不同, NEATM 通过考虑在一个给定的相位角下, 对地球上可见的小行星阳面区域 (因为 NEATM 同样假设阴面无热辐射) 的热辐射做数值积分, 来求得可观测辐射量, 从而体现相位角的影响。当然这样做的前提是将小行星表面的热辐射视为朗伯辐射。

经过这两处修改后, NEATM 的完整表述如下: 假设小行星为球体, 阴面热辐射为零, 其阳面的温度分布为:

$$T(\theta, \Phi) = T_{\text{fit}} \cos^{1/4} \theta \cos^{1/4} \Phi , \quad \left(-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} , \quad -\frac{\pi}{2} < \Phi < \frac{\pi}{2} \right) , \quad (14)$$

其中,

$$T(0,0) = T_{\text{fit}} = \left[\frac{(1-A)F_{\odot}}{\eta \epsilon \sigma d^2} \right]^{1/4}, \quad (15)$$

对应日下点 (subsolar point) 的温度, η 由拟合确定最佳值。那么在给定相位角 α 时, 地球可观测到的辐射通量为:

$$F_{\lambda} = \frac{\epsilon D^2 \pi h c^2}{2 \Delta^2 \lambda^5} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} d\Phi \int_{\alpha-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1}{\exp(\frac{hc}{\lambda k T(\theta)}) - 1} \cos^2 \alpha \cos(\alpha - \theta) d\theta. \quad (16)$$

变化 η 和 D , 使得:

$$\sum \left[\frac{F_{\lambda_n}(\text{obs}) - F_{\lambda}(\text{model})}{\sigma_{\lambda_n}} \right]^2 = \min, \quad (17)$$

其中, λ_n 为某次观测的波长, σ_{λ_n} 为该次观测的误差, 从而得到最佳的 η 和 D 值。

1998 年 Harris^[9] 用 NEATM 对 (433) Eros, (1862) Apollo, (3200) Phaethon, 1986 DA, (3554) Amun, (4055) Magellan 几个近地小行星 $4 \mu\text{m} \sim 20 \mu\text{m}$ 的观测数据进行了拟合, 得到了比 STM 和 FRM 更好的结果。值得注意的是, 在用 NEATM 对上述每个目标的观测数据做拟合的时候, 需要取 $\eta \geq 1$, 才能得到更好的结果, 这比适用于主带小行星的 IRAS STM 中的 $\eta = 0.756$ 大了许多。Harris 对此的解释为, 近地小行星比主带小行星具有更大的表层热惯量, 故其表面温度分布将更加均匀, 导致其阳面温度会变低, 所以需要更大的 η 才能最佳地拟合观测曲线。Harris 进一步指出, 在 NEATM 中取 $\eta = 1.2$ 作为默认值, 可以相对可靠地适用于近地小行星。

NEATM 用于估计近地小行星的直径与反照率时, 一般来说, 与 IRAS STM 的结果相比, 得到的反照率会更低, 而直径平均来说会大 25% 左右。

3 热物理模型

3.1 TPM

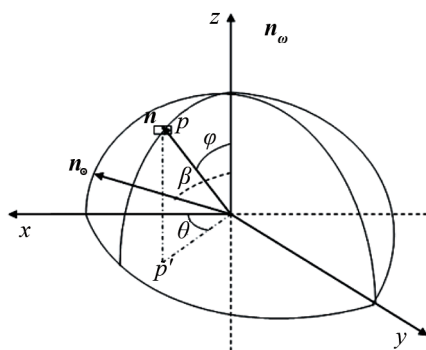


图 3 小行星几何坐标系

1996 年 Lagerros^[16] 提出了最经典的小行星热物理模型 (Thermal Physical Model, 简称为 TPM)。该模型将小行星近似为三轴椭球体, 半长轴分别为 $a, b, c (a > b > c)$; 取 c 轴为自转轴, 角速度为 ω , 记为 \mathbf{n}_{ω} , 其指向在黄道坐标系中, 表示为黄纬与黄经 (β, λ) ; 为了便于问题的讨论, 建立图 3 所示的坐标系。

该坐标系以小行星质心为原点, 自转轴为 z 轴, 取 x 轴在太阳指向 \mathbf{n}_{\odot} 和 z 轴构成的平面内并与 z 轴垂直, 方向为指向太阳的方向; y 轴取为与 x, z 轴构成右手系。在该坐标系下, 对于小行星表面任意一块面元 P ,

其法向量表示为:

$$\mathbf{n} = (\sin \varphi \cos \theta, \sin \varphi \sin \theta, \cos \varphi) \quad (18)$$

太阳指向 \mathbf{n}_\odot 与太阳光入射方向平行, 但指向相反, 而

$$\mathbf{n}_\odot = (\sin \beta, 0, \cos \beta) \quad (19)$$

故可得到面元 P 的太阳高度角余弦:

$$\mu_0 = \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}_\odot = \sin \varphi \sin \beta \cos \theta + \cos \varphi \cos \beta = m_1 + m_2 \cos \theta \quad (20)$$

其中 $m_1 = \cos \varphi \cos \beta$, $m_2 = \sin \varphi \sin \beta$ 。事实上, 当面元 P 处于阴面时, 即 $\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}_\odot < 0$, 无太阳光入射, 所以:

$$\mu_0 = \max(m_1 + m_2 \cos \theta, 0) \quad (21)$$

面元 P 吸收部分太阳光, 温度升高, 同时通过热辐射向空间散热, 通过热传导向下方土壤传热。TPM 假设任意面元向外的热辐射为朗伯辐射, 向下方的热传导近似为一维热传导。假设面元 P 下方, 深 h 处的温度可以表示为 $T(t, h)$, 那么 $T(t, h)$ 满足一维热传导方程:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial h^2} \quad (22)$$

其中 ρ 为土壤的密度, c 为其比热容, κ 为其热传导率。 $h = 0$ 处, 即表面面元 P 处, 存在即时热平衡方程:

$$\begin{aligned} (1 - A) \cdot q_s \cdot \mu_0 &= \varepsilon \sigma T^4|_{h=0} + \left(-\kappa \frac{dT}{dh} \right) \Big|_{h=0} \\ q_s &= \frac{F_\odot}{d^2} \end{aligned} \quad (23)$$

可以认为, 当达到一定深度以后, $T(t, h)$ 将不再随 h 变化, 即:

$$\frac{\partial T}{\partial h} \Big|_{h \rightarrow \infty} = 0 \quad (24)$$

于是, 小行星表层的温度分布归结于带边界条件的一维热传导方程。这是个含时演化问题, 最终能达到稳定。为了问题的求解, 先作如下的无量纲化处理^[16]:

$$\begin{cases} x = h/l_s & \left(l_s = \sqrt{\frac{\kappa}{\rho c \omega}} \right) \\ \tau = \omega t \\ u = T/T_{ss} & \left(T_{ss} = \left[\frac{(1-A)q_s}{\varepsilon \sigma} \right]^{1/4} \right) \end{cases} \quad (25)$$

其中, $l_s = \sqrt{\frac{\kappa}{\rho c \omega}}$, 称为趋肤深度 (skin depth); T_{ss} 称为日下点温度 (或者表示为 T_e , 称为有效温度)。热传导方程简化为:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (26)$$

边界条件转化为:

$$\begin{aligned} u^4|_{x=0} &= \mu_0 + \Phi \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0}, \\ u|_{x \rightarrow \infty} &= \text{const}, \end{aligned} \quad (27)$$

其中, $\Phi = \frac{\Gamma \sqrt{\omega}}{\eta \epsilon \sigma T_{ss}^3}$ 称为热参数 (thermal parameter), 热参数中的 Γ 为热惯量 (thermal inertia)。

显而易见, 上述热传导问题是个求解带非线性边界条件的含时偏微分方程问题。由于边界条件是非线性的, 所以不易得到其解析解。按照 1962 年 Sinton 给出的算法^[31], 可以得到一个级数解:

$$u(x, \tau) = U_0 + \sum_{n=1}^{\infty} U_n \cos(n\tau - \sqrt{n/2}x + \epsilon_n), \quad (28)$$

但是该解中的系数 U_n 还需通过数值方法给出。

另外, 由于上述问题是个含时问题, 考虑到其物理实际, 这个方程的解应当在随时间演化一定时间后会达到稳定状态; 所以非常适合用数值方法来求解该问题, 因为我们关心的正是达到稳定状态后的温度分布。当然, 要用数值算法, 首先就需要划分微元, 于是将小行星表面划分为 N 块面元, 得到每块面元的温度 $T_i(t)$, 显然 $T_i(t)$ 具有周期性。为了计算某时刻地球上观测到的红外辐射通量, 需要知道每块面元相对于地球的“视角因子” (view factor), 其定义为面辐射元的辐照度与出射度之比:

$$f_i = A_i \frac{\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{D}}{\pi d^2}, \quad (29)$$

其中 A_i 为面元 i 的面积, \mathbf{n}_i 为面元 i 的单位法向量, \mathbf{D} 为面元 i 指向地球的单位矢量, d 为面元 i 到地球的距离。事实上, 若面元 i 在地球上观测不到 ($\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{D} < 0$), 应该取 $f_i = 0$ 。因此,

$$f_i = \max(A_i \frac{\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{D}}{\pi d^2}, 0), \quad (30)$$

于是地球上观测到的总红外通量为:

$$F(\lambda) = \sum_{i=1}^N \epsilon f_i B(\lambda, T_i). \quad (31)$$

2005 年, Müller 等人^[17] 应用 TPM 并结合在欧洲南方天文台 (ESO) La Silla 3.6 m 望远镜的观测数据, 推导出小行星 Itokawa 的热惯量约为 $750 \text{ J} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-0.5} \cdot \text{K}^{-1}$, 如图 4 和 5 所示。图 4 给出的是在 TPM 模拟下, 小行星 Itokawa 在 $10 \mu\text{m}$ 的平均红外辐射强度随其自转时间的变化曲线; 图 5 表示的是在 TPM 模拟下得到的小行星 Itokawa 的红外辐射谱, 这是 $\Gamma = 750 \text{ J} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-0.5} \cdot \text{K}^{-1}$ 的模拟结果。图中的纵轴表示的是实际观测值与相应理论值的比, 可以看到这个比值在各个波长下都在 1 附近小幅度波动, 由此可以推断小行星 Itokawa 的平均热惯量大约为 $750 \text{ J} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-0.5} \cdot \text{K}^{-1}$ 。

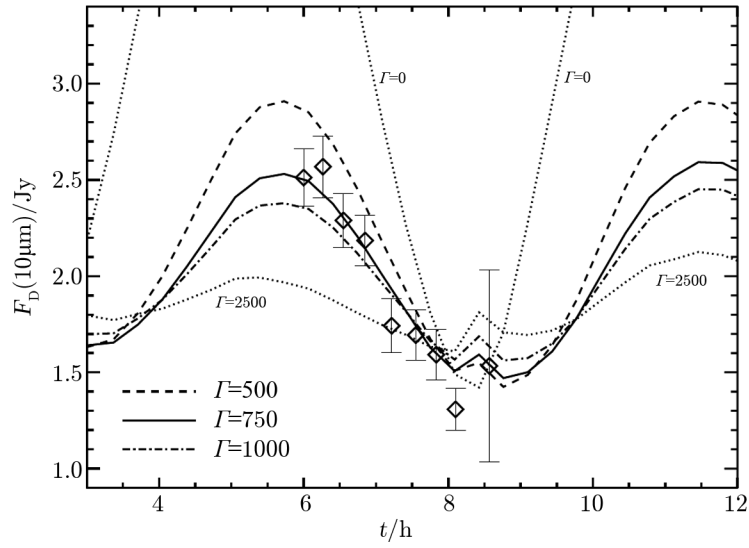


图 4 2004 年 7 月 1 日观测的波长在 $10\ \mu\text{m}$ 的红外辐射通量随 Itokawa 自转的变化^[17]

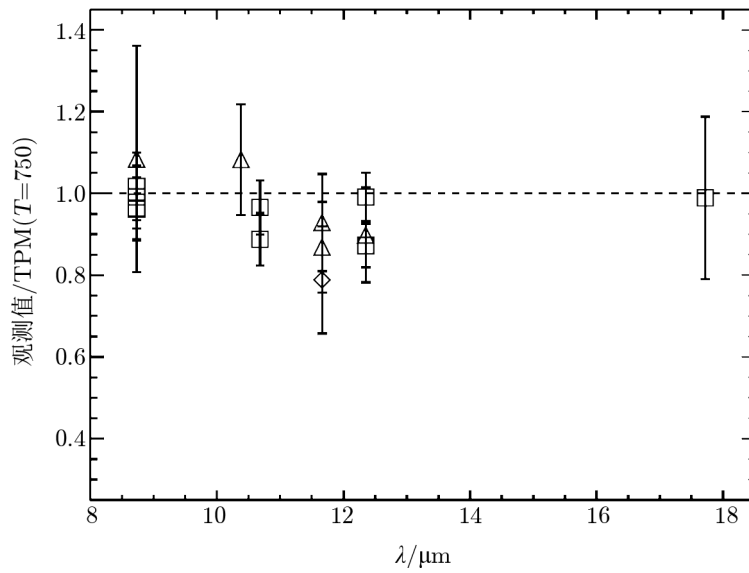


图 5 假设小行星 Itokawa 的热惯量为 $750\ \text{J} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-0.5} \cdot \text{K}^{-1}$ 时, 红外辐射通量的观测值比 TPM 理论值随波长的变化^[17]

3.2 ATPM

2011 年 Rozitis 和 Green^[18] 建立先进的热物理模型 (Advanced Thermal Physical Model, 简称 ATPM)。在 ATPM 中, 假设将小行星看作是由 N 块三角面元构成的多面体, 那么每一块面元上存在: 由太阳光 q_s , 热发射, 来自其他面元的多重太阳光散射 q_{scat} , 其他面元的热辐射 q_{red} , 以及沿着径向的一维热传导达到热平衡, 用公示表示为:

$$(1 - A)(\mu_0 \cdot q_s + q_{\text{scat}}) + (1 - A_{\text{th}})q_{\text{red}} = \varepsilon\sigma T^4|_{h=0} + \left(-\kappa \frac{dT}{dh}\right)|_{h=0}, \quad (32)$$

其中 A 为邦德反照率, A_{th} 为红外反射率, μ_0 为太阳高度角余弦。

那么将小行星表层 (即表面与次表层) 的温度简化为时间 t 与深度 h 的函数, 记作 $T(t, h)$ 。根据经典的热物理定律, $T(t, h)$ 满足如下热扩散方程:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial h^2}, \quad (33)$$

另外假定, 当深度 h 达到一定大小的时候, 温度将不随深度变化, 即:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial h} \right|_{h \rightarrow \infty} = 0. \quad (34)$$

这是个偏微分方程, 这个方程在上述边界条件下的解析解很难找到, 所以拟采用数值模拟的方法找到数值解。

首先, 仿照式 (25) 作无量化处理, 但这里用 T_e 来对温度做无量纲化。于是偏微分方程简化为:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (35)$$

边界条件转化为:

$$\begin{aligned} u^4|_{x=0} - \Phi \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=0} &= p_1 + p_2 + p_3, \\ u|_{x \rightarrow \infty} &= \text{const}, \end{aligned} \quad (36)$$

其中

$$\begin{cases} \Phi = \frac{\Gamma \sqrt{\omega}}{\varepsilon\sigma T_e^3} \\ p_1 = \mu_0 \\ p_2 = (1 - A) \frac{q_{\text{scat}}}{\varepsilon\sigma T_e^4} \\ p_3 = (1 - A_{\text{th}}) \frac{q_{\text{red}}}{\varepsilon\sigma T_e^4} \end{cases},$$

其中 Γ 是热惯量, ω 是自转角速度。 μ_0 由下式确定:

$$\mu_0(i) = \max(\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{n}_\odot, 0), \quad (37)$$

其中, \mathbf{n}_i 为面元 i 的单位法向量, \mathbf{n}_\odot 为指向太阳的单位矢量。 $q_{\text{scat}}(i)$ 代表太阳光经过多重散射后由其他所有面元入射到面元 i 的总和。于是, 假定离开面元 i 散射光为 $g_{\text{scat}}(i)$, 那么:

$$q_{\text{scat}}(i) = \frac{g_{\text{scat}}(i)}{A} . \quad (38)$$

所以确定 $g_{\text{scat}}(i)$ 就等价于确定 $q_{\text{scat}}(i)$ 。在只考虑一次散射的近似下, $g_{\text{scat}}(i)$ 可以由下式给出:

$$g_{\text{scat}}(i) = A(\mu_0(i)q_s + \sum_{j \neq i} f(i, j)g_{\text{scat}}(j)) , \quad (39)$$

其中 $f(i, j)$ 为面元 i 与面元 j 之间的视角因子。该方程通过高斯-赛德尔迭代^[32] (Gauss-Seidel iteration) 若干次:

$$g^{k+1}(i) = A(\mu_0(i)q_s + \sum_{j>i} f(i, j)g^k(j) + \sum_{j<i} f(i, j)g^{k+1}(j)) , \quad (40)$$

就可以得到最终解 $g_{\text{scat}}(i)$ 。最后通过数值计算解式 (35), 就可以得到小行星表层的温度分布。然后与 TPM 方法相同, 可以得到地球上可观测到的红外辐射通量的理论值:

$$F(\lambda) = \sum_{i=1}^N \varepsilon f_i B(\lambda, T_i) . \quad (41)$$

在具体的科学运用中, 如: 拟合小行星的平均热惯量, 一般是选取一系列的热惯量值输入 ATPM 的数值计算程序, 其他参数固定取值, 从而得到不同热惯量下的小行星中红外辐射曲线; 通过这些曲线与观测数据的对比, 可以找到与观测数据拟合得很好的几条曲线, 于是得到小行星可能的热惯量范围。

2011 年, Wolters 等人^[19] 利用 ATPM, 结合 VLT 对小行星 1996 FG3 红外观测数据, 推导出其热惯量约为 $(120 \pm 50) \text{ J} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-0.5} \cdot \text{K}^{-1}$ 。如图 6 所示, 表示的是用 ATPM 模拟的小行星 1996 FG3 理论红外辐射通量拟合观测数据的曲线, x 轴表示红外波长, y 轴表示相应波长的通量大小, 虚实不同的曲线代表用不同平均热惯量的模拟结果; 从该图可以推断 1996 FG3 的平均热惯量应当在 $(100 \sim 150) \pm 50 \text{ J} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-0.5} \cdot \text{K}^{-1}$ 之间, 最后 Wolters 等人给出的结果为 $120 \pm 50 \text{ J} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-0.5} \cdot \text{K}^{-1}$ 。

由于 ATPM 中用到了比较详细的小行星形状模型, 有了表面温度分布后, 显然可以推算小行星的 Yarkovsky 轨道漂移和 YORP 自转加速效应。2012 年 Rozitis 和 Green^[20] 通过 ATPM 详细研究了小行星 (1620) Geographos 和 (6489) Golevka 的 Yarkovsky 与 YORP 效应。Geographos 已被观测到 YORP 自转加速度, 大约为 $(1.53 \pm 0.20) \times 10^{-3} \text{ rad} \cdot \text{a}^{-2}$ ^[33], 其形状模型有雷达反演形状^[34] 和光变曲线反演形状^[33] 两种。用最佳拟合的光变曲线反演形状推算 Geographos 的 YORP 自转加速度大约为 $1.87 \times 10^{-3} \text{ rad} \cdot \text{a}^{-2}$ 。Golevka 已被观测到 Yarkovsky 半长轴漂移速度, 大约为 $(-95.6 \pm 6.6) \text{ m} \cdot \text{a}^{-1}$; 其轨道参数、形状以及自转都已通过雷达观测推导出来^[35]。Rozitis 和 Green 的研究结果显示, 对于相同大小的小行星来说, 形状不同, Yarkovsky 的轨道漂移效应变化不明显。然而在热参数 Φ 不是很大的情况下, Yarkovsky

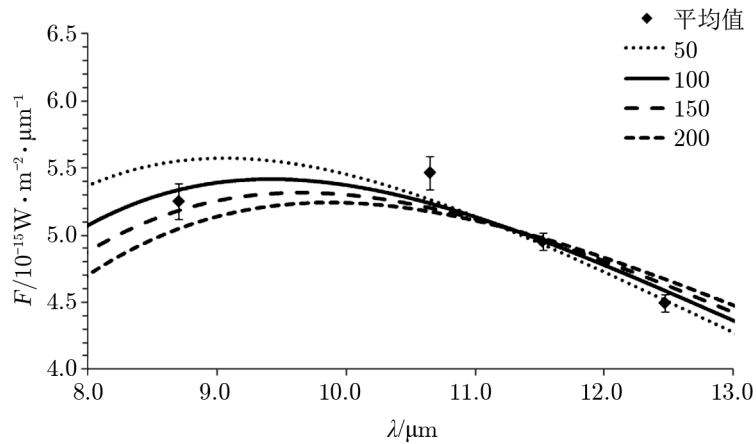


图6 ATPM 拟合小行星 (175706)1996 FG3 的红外观测数据
曲线为理论值, 离散点为观测值^[19]。

的轨道漂移效应通常会随着小行星表面粗糙度的增大而加强。此外, 热惯量减小和反照率增加都会加强 Yarkovsky 的轨道漂移效应。与 Yarkovsky 效应不同, YORP 效应对形状十分敏感, 并且会因为表面粗糙度的增加而减弱, 所以要准确推算小行星的 YORP 效应需要详细的形状模型为前提。

4 总结和展望

通过上文的论述, 相信读者已经对小行星热模型现状有了较为全面的了解。概括来说, 目前典型的热模型主要分为两大类: 第一类称为简化模型, 主要用于估算小行星的直径与反照率参数, 包含 STM, FRM, NEATM 等模型; 第二类称为热物理模型, 主要利用详细的形状模型结合热物理规律来模拟小行星的表层热环境状态, 可以很好地模拟小行星的表层温度分布, 还可以结合中红外观测数据推导小行星的平均热惯量, 此外还能推算小行星的 Yarkovsky 轨道漂移和 YORP 自转加速效应, 典型的热物理模型有 TPM, ATPM 等。在表 1 中总结了这些热模型的主要特点。

当然还有一些热模型本文并未给予描述, 如 1985 年 Green 和 Meadows 等人提出的 The Modified Projected Model (TMPM)^[36], 这是简化模型中的一种, 是对 NEATM 的修改模型, 一般用于在大相位角观测的小行星目标; 还有 2009 年 Wolters 和 Green 建立的 The Night Emission Simulated Thermal Model (NESTM)^[37], 这一模型是 NEATM, TMPM, 以及 TMP 的结合。对于一些观测相位角大于 45° 的小行星目标, 与 NEATM 相比, NESTM 可以降低估计有效直径的系统偏差; 然而, 对于大多数小行星目标, 给出的直径与反照率值与 NEATM 的结果相差不大, 再加上 NEATM 模型简单、计算方便的优势, 所以大部分研究者还是选择用 NEATM。当然也有一些学者给出了很多热物理模型的表述, 例如 2004 年 Marco Delbo^[38]和

表 1 小行星主要热模型

名称	基本假设	主要应用
STM	假设小行星为无自转球体, 表面平滑, 零相角观测, 阴面无热辐射, 温度分布为: $T(\theta) = T_{\max} \cos^{1/4} \theta, \quad 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$	估算主带小行星的直径与反照率
FRM	假设小行星为球体, 自转快, 热惯量高, 观测与相角无关, 温度分布为: $T(\theta) = T(0) \cos^{1/4} \theta, \theta \text{ 是纬度}$	估算高自转高热惯量的小行星的直径与反照率
NEATM	假设小行星为球体, 有一定大小的自转和热惯量, 表面温度分布为: $T(\theta, \Phi) = T_{\text{fit}} \cos^{1/4} \theta \cos^{1/4} \Phi$ $\left(-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2} < \Phi < \frac{\pi}{2}\right)$	估算近地小行星的直径与反照率
TPM	假设小行星为三轴椭球体, 表面存在局部热平衡: $(1 - A) \cdot q_s \cdot \mu_0 = \varepsilon \sigma T^4 \Big _{h=0} + \left(-\kappa \frac{dT}{dh}\right) \Big _{h=0}$	模拟小行星的表层温度分布
ATPM	假设小行星为 N 块三角面元构成的多面体, 表面存在局部热平衡: $(1 - A)(\mu_0 \cdot q_s + q_{\text{scat}}) + (1 - A_{\text{th}})q_{\text{red}}$ $= \varepsilon \sigma T^4 \Big _{h=0} + \left(-\kappa \frac{dT}{dh}\right) \Big _{h=0}$	模拟小行星表层温度分布, 研究 Yarkovsky 和 YORP 效应

2007 年 Michael Müller^[39] 都曾给出了他们的热物理模型。尽管相比于 Lagerros 的 TPM, 他们的模型都有相应的进步, 但是模型的框架与 TPM 大同小异, 所以本文在此只介绍了 TPM。至于 ATPM, 其进步之处显而易见。首先, 它将详细的形状模型同热物理规律很好地结合在一起; 其次, 在用热物理规律解决局部热平衡时, 它考虑了更接近实际的平衡过程。ATPM 这种理论上的先进性使得其在小行星研究中的许多领域都有重要的应用, 尤其是小行星的 Yarkovsky 和 YORP 效应研究领域。

虽然 ATPM 是目前最先进的热物理模型, 或者说是最接近真实物理的热模型, 但是它仍然存在一些尚未解决的问题, 这些问题在今后研究中会逐渐重要。例如, ATPM 用到的热惯量是平均热惯量, 然而在实际情形中, 不同局部存在不同的热惯量, 而且可能相差较大, 这就可能对模拟出来的温度分布产生一定程度的影响, 所以今后的模型应该在 ATPM 的基础上根据小行星形状模型中的地势特点给出一个可能的热惯量分布, 这样模拟出的表层温度分布将更加可靠。另外 ATPM 中仍然只考虑一维热传导, 这种简化对于低纬区域来说误差不大。然而对于高纬区域, 尤其是极区, 在这种简化下, 将无法得到可靠的温度估计; 因为极区常年无法获得太阳光能, 其热平衡主要是靠邻近区域的热扩散维持, 如若只考虑一维热传导, 这些区域在模型中将永远达不到热平衡, 故而最终的温度将取决于程序终止时的温度, 这个温度显然不是平衡温度, 所以不可靠。因此, 今后的模型应当在 ATPM 的基础上考虑对高纬区域的横向热扩散修正, 即考虑 3D 热扩散, 这样才能得到小行星可靠的全球温度分布。事实上,

已经有前人的工作考虑过小行星表层的三维热扩散效应, 如 Spitalo 和 Greenberg^[40], Breiter^[41] 及 Sekiya^[42] 等人的工作, 但是他们的模型确实没有 ATPM 中那样出色的形状模型与热平衡的结合。因此, 在这样一个小行星热模型的研究领域中尚有许多有意义工作值得学者们去完成。

参考文献:

- [1] Hansen O L. *Icarus*, 1977, 31: 4
- [2] 陈衡. 红外物理学. 北京: 国防工业出版社, 1985: 12
- [3] Fowler J W, Chillemi J R. *The IRAS Minor Planet Survey*, 1992: 17
- [4] Bowell E, Hapke B, Domingue D, et al. *Asteroids II*, 1989: 524
- [5] Lebofsky L A, Sykes M V, et al. *Icarus*, 1986, 68: 239
- [6] Mellon M T, Jakosky B M, Kieffer H H, Christensen P R. *Icarus*, 2000, 148: 437
- [7] Delbo' M, Oro A, Harris A W, Mottola S, Muller M. *Icarus*, 2007, 190: 236
- [8] Lebofsky L A, and Spencer J R. *Radiometry and thermal modeling of asteroid*, 1989. *Asteroids II*, 1989: 128
- [9] Harris A W. *Icarus*, 1998, 131: 291
- [10] Pettit E, Nicholson S B. *APJ*, 1930, 71: 102
- [11] Smith B G. J. *Geophys. Res*, 1967, 72: 4059
- [12] Buhl D, Welch W J, Rea D G. J. *Geophys. Res*, 1968, 73: 5281
- [13] Sexl R U, Sexl H, Stremnitzer H, Burkhard D G. *The Moon*, 1971, 3: 189
- [14] Winter D F, Krupp J A. *The Moon*, 1971, 2: 279
- [15] Spencer J R. *Icarus*, 1990, 83: 27
- [16] Lagerros J S V. *A&A*, 1996, 310: 1011
- [17] Müller T G, Sekiguchi T, Kaasalainen M, et al. *A&A*, 2005, 443: 347
- [18] Rozitis B, Green S F. *MNRAS*, 2011, 415: 2042
- [19] Wolters S D, Rozitis B, et al. *MNRAS*, 2011, 418: 1246
- [20] Rozitis B, Green S F. *MNRAS*, 2012, 423: 367
- [21] Bottke W F, Vokrouhlicky D, Rubincam D P, Nesvorný D. *Annual Review of earth & Planet. Sci*, 2006, 34: 157
- [22] Giorgini J D, Benner L A M, Ostro S J, Nolan M C, Busch M W. *Icarus*, 2008, 193: 1
- [23] Chesley S R, et al. *Sci*, 2003, 302: 1739
- [24] Lowry S C, et al. *Science*, 2007, 316: 272
- [25] Pravec P, Harris A W. *Icarus*, 2007, 190: 250
- [26] Walsh K J, Richardson D C, Michel P. *Nature*, 2008, 454: 188
- [27] Delbo' M, Harris A W. *Meteoritics & Planetary Science*, 2002, 37: 1929
- [28] Gilmore D G. *Spacecraft Thermal Control Handbook*. US: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2002
- [29] Pater I D, Lissauer J J. *Planetary sciences*. US: Solar heat and energy transport, 2010: 57
- [30] Tedesco EF. *The IRAS Minor Planet Survey*. MA: PhilipsLaboratory, 1992
- [31] Sinton W M. *Physics and Astronomy of the Moon*. US: Academic Press, 1962: 407
- [32] 李庆扬, 王能超, 易大义. 数值分析. 北京: 清华大学出版社, 2008: 188
- [33] Durech J, et al. *A&A*, 2008, 489: L25
- [34] Hudson R S, Ostro S J. *Icarus*, 1999, 140: 369
- [35] Hudson R S, et al. *Icarus*, 2000, 148: 37
- [36] Green S F, Meadows A J, Davies J K. *MNRAS*, 1985, 214: 29
- [37] Wolters S D, Green S F. *MNRAS*, 2009, 400:204-218
- [38] Delbo' M. PhD thesis. Berlin: Freie University, 2004
- [39] Müller M. PhD thesis. Berlin: Freie University, 2007

- [40] Spitale J, Greenberg R. *Icarus*, 2001, 149: 222
[41] Breiter S, Bartczak P, Czekaj M. *MNRAS*, 2010, 408: 1576
[42] Sekiya M, Shimoda A A, Wakita S. *Planet. Space Sci.*, 2012, 60: 304

The Review of Thermal Models for Asteroids

YU Liang-liang^{1,2}, JI Jiang-hui¹

(1. *Purple Mountain Observatory, Chinese Academy of Sciences, Nanjing 210008, China*; 2. *University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*)

Abstract: In this paper, several typical thermal models for asteroids, which are widely applied in the asteroid science in recent years, are extensively reviewed. The fundamental physics and application of these models are extensively discussed. In general, the thermal models of asteroids can be divided into two categories: the Simplified Model and Thermal-Physical Model, the former is always used to estimate the asteroid's albedo and diameter, while the latter adopts detailed shape model and classic thermal laws of physics as realistically as possible to simulate complex thermal environment of the asteroid surface. Through the numerical process of thermal model, the temperature distribution of the asteroid surface can be obtained and its thermal infrared radiation can be calculated, which can be used to fit the mid-IR observations of the asteroid so as to determine its effective diameter, albedo, and thermal inertia. Furthermore, an appropriate simulation of an asteroid's surface thermal environment from a thermal model does great benefits to study the thermal history of the asteroid and other related procedures such as Yarkovsky and YORP effects.

Key words: asteroids; thermal model; thermal inertia; YORP effect