

文章编号: 1000-8349(2011)03-343-10

加权最小二乘法与AR组合模型在极移预测中的应用研究

张 昊, 王琪洁, 朱建军, 张晓红

(中南大学 地球科学与信息物理学院, 长沙 410083)

摘要: 分析了极移预测的重要性, 介绍了目前极移预测的主要方法。根据目前常用预测模型中周年项和钱德勒项的时变性质, 在极移预测方法上进行了一种新的尝试, 即利用加权最小二乘法与AR组合模型对极移进行预测。为进一步优选模型中的加权函数, 设计了 3 种选权方案, 并通过对比, 给出了极移 X 、 Y 序列各自合适的选权方案。通过实验最终验证了这种新方法对极移预测的精度提高有一定作用, 可作为极移预测的一种参考方法; 但该方法作为极移预测的一种新的尝试, 在选权方案优选时, 其物理激发上的理论依据仍需进一步探讨。

关键词: 极移预测; 加权最小二乘法; AR模型; 权函数

中图分类号: P183.3 **文献标识码:** A

1 引 言

极移 (Polar Motion, PM) 是表征地球自转运动的一个重要参数, 它是指地球瞬时自转轴在地球本体内运动而导致极点在地球表面上的位置发生缓慢变化的现象^[1]。极移在地球坐标系中, 又分为 X 分量和 Y 分量, 它和日长变化 (LOD) 统称为地球自转参数 (ERP)^[2]。高精度ERP的获取是地球参考框架和天球参考框架之间进行相互转换的必要条件, 因此它对于卫星导航、深空探测等应用和研究具有重要意义。现代测地技术 (甚长基线干涉测量, VLBI; 卫星激光测距, SLR; 全球定位系统, GPS; 等等) 是目前获取ERP的主要手段, 然而由于复杂的数据处理过程, ERP的结果并不能实时地获取^[3-5]。因此, 对ERP的短期预测就显得尤为必要, 而对ERP的中长期预测也具有十分重要的理论价值和实际意义^[6]。作为ERP的重要组成部分, 极移预测也就具有了十分重要的意义。

在极移预测方面, 许多学者建立了不同的预测模型对其进行研究^[4-15]。Zhu^[9, 10]指出: 可根据极移中周年项 (AW) 和钱德勒项 (CW) 具有一定的确定性 (指周年项和钱德勒项的振幅、相

收稿日期: 2011-03-08; 修回日期: 2011-05-24

资助项目: 国家自然科学基金委员会与中国科学院天文联合基金(10878026); 中南大学研究生学位论文创新基金(2011ssxt054)

位、周期虽随时间发生变化,但其变化幅度总是在一个范围内),构造一个包含线性趋势项、周年项、钱德勒项的最小二乘法(LS)谐波模型,通过对一定时间长度的极移观测序列进行最小二乘法拟合求解模型参数,从而实现极移外推预测的目的。之后的许多学者相继提出各种组合模型的方法对极移进行预测^[4-8,12,13],如Schuh^[4]提出了最小二乘法和人工神经网络组合模型(LS+ANN),Kosek^[12,13]提出了最小二乘法和自回归(LS+AR)组合模型。这些组合模型均是首先利用最小二乘法对已有序列进行拟合,建立外推模型,然后对模型残差利用随机或确定性方法进行预测,最后将模型残差预测值和最小二乘法外推值之和作为最终极移预测值。

在以上这些独立或组合模型中,LS模型的构建都是基于AW和CW确定性的基础上^[10],而实际上AW和CW也有时变的特点^[16,17]。在求解模型参数时,将长期的观测序列用于LS模型参数拟合求解,可以减小观测误差对求解的模型参数的影响,但求解的模型参数只是长期序列的最小二乘法均衡值,不能很好地体现出AW和CW的时变特点。而用短期的序列拟合,又不能很好地减小观测误差对模型参数求解的影响。为此,本文提出利用加权最小二乘和AR(WLS+AR)组合模型对极移进行预测,在预测时利用长期极移序列进行拟合,并构建一个基于时间间隔 t (拟合序列值与预测值之间的时间间隔)的权阵,对离预测值时间越近的拟合值赋权越大,利用加权最小二乘求解外推模型参数,这样解得的模型参数既能很好地体现AW和CW的时变性质,又能减小由观测误差带来的影响。通过实验对比分析,我们发现,相对于LS+AR模型,本文提出的WLS+AR对于极移预测有更好的效果。

2 方法概述

WLS+AR模型是一种组合模型,下面,将分别对WLS和AR模型的建模过程进行论述。

2.1 WLS模型建模

在本文中,对于极移 X 、 Y 分量,其加权最小二乘法外推模型包含四部分:趋势项、半年项、周年项和钱德勒项,模型的数学式表达如式(1)、(2)所示:

$$X(t) = A_x + B_x t + C_x^1 \cos\left(\frac{2\pi t}{P_{SA}}\right) + C_x^2 \sin\left(\frac{2\pi t}{P_{SA}}\right) + D_x^1 \cos\left(\frac{2\pi t}{P_A}\right) + D_x^2 \sin\left(\frac{2\pi t}{P_A}\right) + E_x^1 \cos\left(\frac{2\pi t}{P_C}\right) + E_x^2 \sin\left(\frac{2\pi t}{P_C}\right), \quad (1)$$

$$Y(t) = A_y + B_y t + C_y^1 \cos\left(\frac{2\pi t}{P_{SA}}\right) + C_y^2 \sin\left(\frac{2\pi t}{P_{SA}}\right) + D_y^1 \cos\left(\frac{2\pi t}{P_A}\right) + D_y^2 \sin\left(\frac{2\pi t}{P_A}\right) + E_y^1 \cos\left(\frac{2\pi t}{P_C}\right) + E_y^2 \sin\left(\frac{2\pi t}{P_C}\right), \quad (2)$$

式中, A_x 、 B_x 表示极移 X 序列模型中线形趋势项参数, C_x^1 和 C_x^2 、 D_x^1 和 D_x^2 、 E_x^1 和 E_x^2 分别表示极移 X 序列模型中半年项、周年项和钱德勒项参数, P_{SA} 、 P_A 、 P_C 分别表示半年项、周年项、和钱德勒项周期,在拟合中分别取0.5、1.0、1.183 a。 t 为序列的UTC时间,在进行拟合时

单位换算为 a; $X(t)$ 为 t 时刻的极移 X 分量的值^[10]。同样对于极移 Y 序列模型, 各对应参数表示含义与 X 序列模型一样。

加权最小二乘法模型与最小二乘法模型的区别是在求解参数时加了一个权矩阵 \mathbf{P} , 具体求解方法如下, 设:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} A_x & B_x & C_x^1 & C_x^2 & D_x^1 & D_x^2 & E_x^1 & E_x^2 \\ A_y & B_y & C_y^1 & C_y^2 & D_y^1 & D_y^2 & E_y^1 & E_y^2 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & t_1 & \cos\left(\frac{2\pi t_1}{P_{SA}}\right) & \sin\left(\frac{2\pi t_1}{P_{SA}}\right) & \cos\left(\frac{2\pi t_1}{P_A}\right) & \sin\left(\frac{2\pi t_1}{P_A}\right) & \cos\left(\frac{2\pi t_1}{P_C}\right) & \sin\left(\frac{2\pi t_1}{P_C}\right) \\ 1 & t_2 & \cos\left(\frac{2\pi t_2}{P_{SA}}\right) & \sin\left(\frac{2\pi t_2}{P_{SA}}\right) & \cos\left(\frac{2\pi t_2}{P_A}\right) & \sin\left(\frac{2\pi t_2}{P_A}\right) & \cos\left(\frac{2\pi t_2}{P_C}\right) & \sin\left(\frac{2\pi t_2}{P_C}\right) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & t_n & \cos\left(\frac{2\pi t_n}{P_{SA}}\right) & \sin\left(\frac{2\pi t_n}{P_{SA}}\right) & \cos\left(\frac{2\pi t_n}{P_A}\right) & \sin\left(\frac{2\pi t_n}{P_A}\right) & \cos\left(\frac{2\pi t_n}{P_C}\right) & \sin\left(\frac{2\pi t_n}{P_C}\right) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \hat{X}(t_1) & \hat{X}(t_2) & \cdots & \hat{X}(t_n) \\ \hat{Y}(t_1) & \hat{Y}(t_2) & \cdots & \hat{Y}(t_n) \end{bmatrix}, \quad (5)$$

其中 \mathbf{X} 为模型参数矩阵, \mathbf{B} 为求解模型参数时的系数矩阵, \mathbf{L} 为极移 X 、 Y 序列的观测值矩阵, 则参数矩阵 \mathbf{X} 的求解表达式为:

$$\mathbf{X} = (\mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{L}, \quad (6)$$

式中, \mathbf{P} 为权值矩阵, 且为对角方阵, 仅在主对角线上有非零元素, 表示相应拟合值的权。

2.2 权矩阵的选取

在实验中求解 WLS 模型参数时, 拟合值权值的选择以离预测值时间越近赋权越大为原则。在具体确定权函数时, 仅根据上述原则, 定权仍有很大的随意性。设:

$$f = \frac{P_{t_i}}{P_{t_j}} (t_i < t_j), \quad (7)$$

式(7)中, t_i 、 t_j 分别表示拟合序列中第 i 、 j 个拟合值距预测值的时间间隔, P_{t_i} 、 P_{t_j} 表示第 i 、 j 个拟合值的权值, 那么根据式(7)的定义, f 的含义为对离预测值近、远(即拟合序列的尾部和头部)的拟合值所赋权值的权比。在具体定权时, 只要保证 f 恒大于 1 就能满足上述的定权原则。但是定权时 f 过大, 就会使权值过分集中在离预测值近的一端, 而使离预测值远的数据在拟合求解参数时很少起作用(或者说基本上不起作用), 这样就相当于用短期数据去拟合, 求解出来的参数虽然很好地体现出拟合值的近期变化, 但却很容易受到拟合值中观测误

差(尤其是粗差)的影响(拟合数据过少,就会使数据中的误差对参数的影响得到放大,用长期的观测值去拟合就是为了避免这一影响)。若 f 越小(越接近于 1),就能越好地消除短期数据中观测误差对参数求解的影响,但求出的参数不能很好地体现出模型参数的时变性质。所以在选权时, f 值大小对模型好坏的影响是辩证的。

为选择最优的权函数,本文根据不同 f 值,设计了 3 种方案。设拟合值与预测值的时间间隔为 t 。

方案一权函数:

$$P_i = \frac{1}{t_i} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad , \quad (8)$$

方案二权函数:

$$P_i = \frac{1}{t_i^2} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad , \quad (9)$$

方案三权函数:

$$P_i = \frac{1}{t_i^3} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad , \quad (10)$$

f_1 、 f_2 、 f_3 分别表示方案一、方案二、方案三中 f 的值,比较三种方案的权函数可以看出: $f_1 < f_2 < f_3$, 即 3 种方案的权值越来越集中在拟合值序列的尾部,换句话说,3 种方案求解出的模型参数越来越能体现出拟合值序列的近期变化,但 3 种方案模型参数越来越容易受到来自拟合序列观测误差的影响。

2.3 AR 模型建模

WLS 模型残差从某种意义上说也是一个时间序列。利用 AR 模型对模型残差建模,然后进行预测,最终的极移预测值为 WLS 模型外推值与 AR 模型预测值之和。AR 的数学模型可用下式表达:

$$z_t = \sum_{j=1}^p \varphi_j z_{t-j} + a_t \quad , \quad (11)$$

式中 $z_t (t = 1, 2, 3, \dots, n)$ 表示平稳随机序列,在实际预测中代表 WLS 模型拟合残差序列。 $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_p$ 为模型参数, a_t 表示白噪声, p 为模型阶数,称上式为 p 阶自回归模型,简称 $AR(p)$ ^[18]。

要建立 AR 模型就必须先确定模型的阶 p , 然后确定模型参数。AR 模型定阶的方法主要有最终预测误差准则、信息论准则、传递函数准则。理论上这 3 个准则是等效的^[2, 19]。在实验过程中,也发现这 3 种准则确定的模型阶对最终的预测精度的影响几乎是一致的。故本文选择应用相对比较广的最终预测误差准则作为 AR 的定阶准则。

最终预测误差准则:

$$FPE(M) = \frac{N+M}{N-M} P_M \quad , \quad (12)$$

其中,

$$P_M = \frac{1}{N-M} \sum_{t=M+1}^N (z_t - \sum_{j=1}^M \varphi_j z_{t-j})^2 \quad (13)$$

在实际预测中, P_M 是用 AR(M) 模型拟合 z_t ($t = 1, 2, 3, \dots, n$) 序列的剩余均方差。当 $M = 1, 2, 3, \dots, N$ 时使 $FPE(M)$ 达到最小时的 M 取作模型的阶^[2]。本文采用李文逊 (Levinson) 递推算法求解 AR 模型参数^[19]。

2.4 精度评定标准

本文采用绝对误差 (AE) 和平均绝对误差 (MAE) 作为评定预测精度的标准, AE 、 MAE 的计算式分别为 (14)、(15)。

绝对误差 AE :

$$AE_j = |P_j - O_j| \quad (14)$$

其中 P_j 为 j 时刻的预测值, O_j 为 j 时刻的实际值, AE_j 为 j 时刻的绝对误差。

平均绝对误差 MAE :

$$MAE_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n |P_j^i - O_j^i| \quad (15)$$

其中 P_j 为 j 时刻的预测值, O_j 为 j 时刻的实际值, i 为预测跨度, MAE_i 为预报跨度为 i 的平均绝对误差。

3 实验设计与分析

3.1 实验设计

本文所用极移观测资料取自国际地球自转和参考服务组织 (IERS) 提供的 EOP 05 C04 序列, 数据间隔为每日一个值。WLS+AR 模型, 实质是在 LS+AR 模型的基础上加了一个权矩阵, 所以本文在建立 WLS+AR 模型时所用的建模数据长度, 将参考 LS+AR 模型最优的建模数据长度。如图为分别基于 8 a、10 a、12 a 建模长度的 LS+AR 模型在不同跨度的精度统计图。

从图1中可以看出, 对于分量 X 、 Y , 在对跨度为 1 ~ 30 d 的短期预测中, 基于 10 a 建模长度的模型较优 (对于 Y 来说, 10 a 和 12 a 的精度统计曲线基本重合), 而对于 1 ~ 360 d 的长跨度预报, 除了约 300 d 以后跨度上 8 a 优于 10 a, 其他的均是 10 a 最优。所以本文经综合考虑, 最终选择预测时段前 10 a 的数据作为 LS+AR 模型及基于 3 种加权方案的 WLS+AR 模型的建模数据长度。

在预报时一天预报一次, 每次预报 72 个点, 即跨度为 1, 6, 11, 16, \dots , 356 天的点 (每隔 5 d 跨度), 各种跨度的预报用的都是相同长度数据段。结果统计的日期是从 2003 年 1 月 1 日到 2010 年 10 月 31 日 (共计 2 860 d), 由于是每天均要预报, 所以每个跨度的预报均是统计 2 860 个预报值。

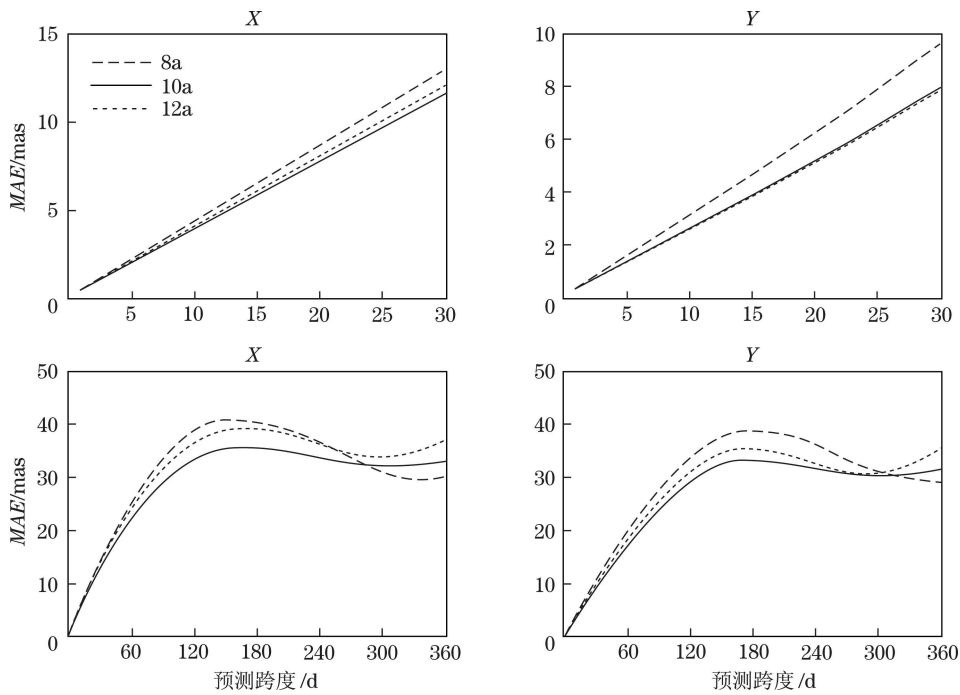


图 1 基于不同数据长度建模的 LS+AR 模型预报精度统计图

3.2 实验分析

为检验本文提出的 WLS+AR 模型，我们将其与 LS+AR 模型在相同时间段内的极移序列预测精度做统计，并加以比较分析。图 2、图 3 分别为在该时间段内极移 X、Y 序列预测绝对误差统计图。

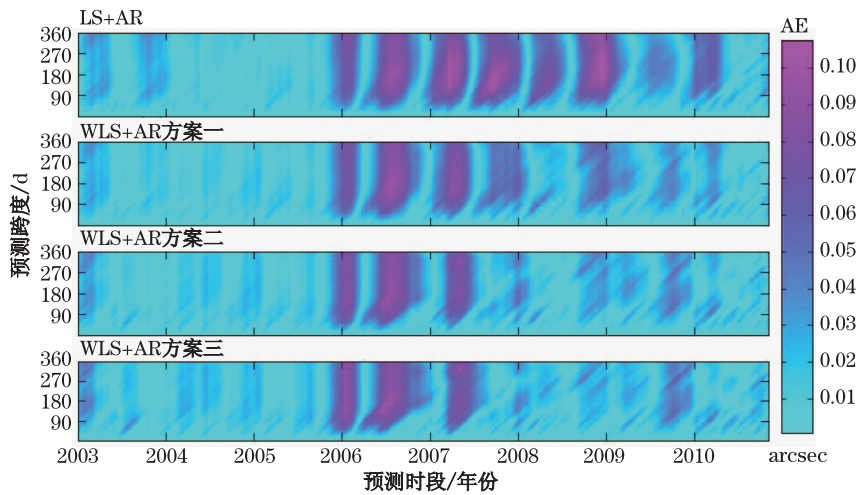


图 2 极移 X 序列预测绝对误差 (AE)

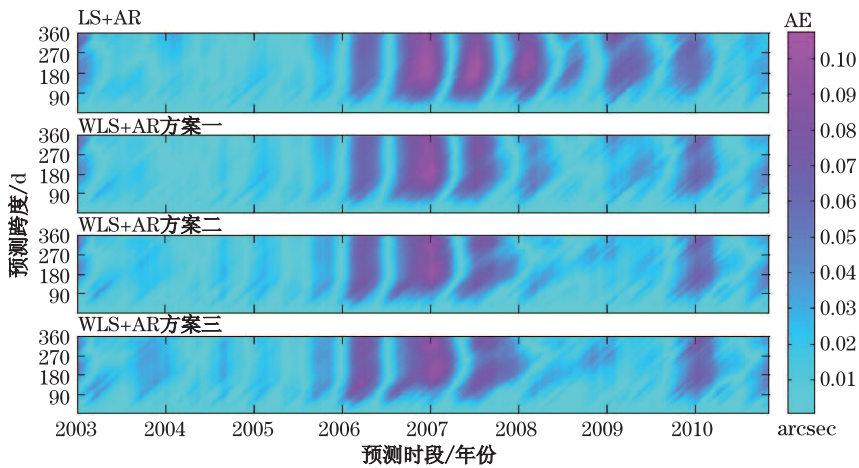


图 3 极移 Y 序列预测绝对误差 (AE)

由于 3 种方案中加权函数的 f 值不同, 其对预测精度改善的效果也不同。从图 2、图 3 可以看出, 不管对于 X 序列还是 Y 序列, 相对于 LS+AR 模型, 3 种加权方案下的 WLS+AR 模型在 2007 年下半年到 2010 年这段时间内, 精度改善作用很明显, 尤其对于方案二、三, 效果尤为突出; 而对于 2006 年上半年的预测, 方案一的预测精度改善效果不是很明显, 方案二、三, 的预测精度还略差于 LS+AR 模型, 这也说明了在确定加权方案时并不是权比 f 越大越好。为更加清晰地对比各种加权方案的优劣, 本文对 3 种加权方案在 2003 年 1 月 1 日到 2010 年 10 月 31 日内的预测平均绝对误差做统计, 图 4 为该时间段内不同跨度的平均绝对误差统计图。

在图 4 中可以看出, 对于 3 种加权方案下的 WLS+AR 模型, 不管在长跨度预测 (1 ~ 360 d) 还是在短跨度预测 (1 ~ 30 d) 中, 其预测值的 MAE 均小于 LS+AR 模型, 这也说明 WLS+AR 模型相对于 LS+AR 模型在极移预测上是有效的。从图中还可以看出, 对于 WLS+AR 模型 3 种加权方案, 其对极移 X、Y 序列预测精度的改善效果是不同的。对于 X 序列, 在 1 ~ 30 d 的短跨度预测中, 方案二和方案三都优于方案一, 而方案二和方案三在短跨度内效果几乎是一致的; 在 1 ~ 360 d 内的长跨度中, 方案二是最优的。而对于极移 Y 序列, 从图中可以看出, WLS+AR 模型对于其预测精度改善强度不及极移 X 序列; 在 1 ~ 30 d 的短跨度内, 3 种加权方案的平均误差曲线图基本重合, 即改善效果几乎是相同的; 在 1 ~ 360 d 的长跨度内, 1 ~ 150 d 的跨度 3 种加权方案改善效果相差无几, 而在 150 d 以后的跨度上, 方案一则明显优于另外两种方案。基于以上分析可以得出如下结论: 对于极移 X 序列预测, WLS+AR 模型权函数可以选方案二; 而对于极移 Y 序列, WLS+AR 模型权函数可以选方案一。

另外, 通过以上实验也印证了本文在定权时关于权比 f 选取的论证, 即: 在定权时, f 的大小对模型的好坏的影响是辩证的, 并不是 f 越大越好, f 过大使权重过多地集中在拟合序

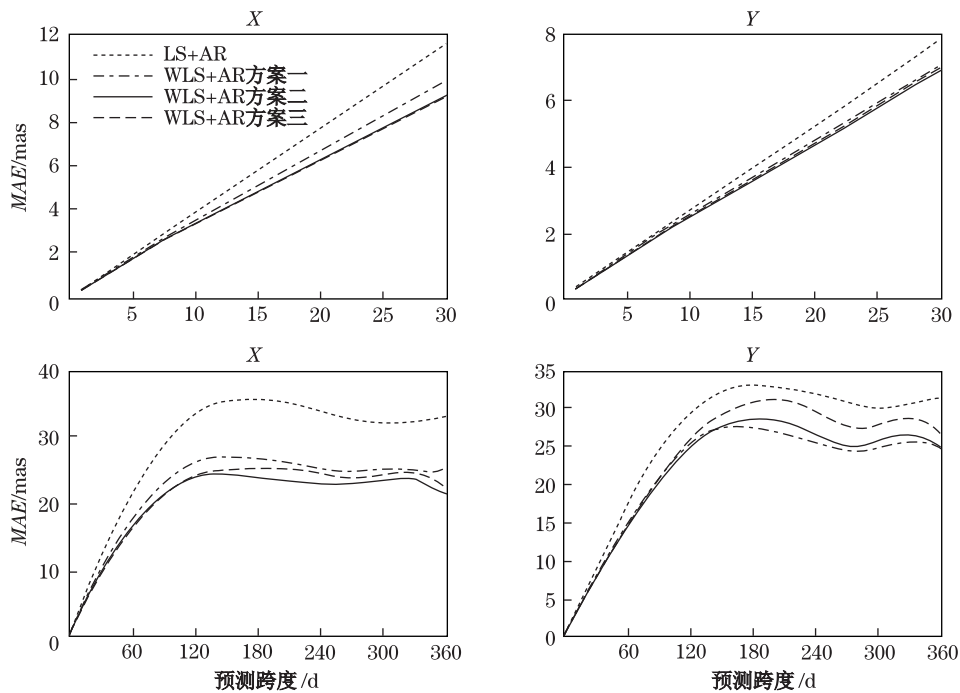


图4 极移 X 、 Y 不同跨度平均绝对误差 (MAE) 曲线图

列尾部,而使最前面的拟合序列在参数求解中起到的作用很小,导致模型参数畸变。这也可能是方案二、三对 Y 长期预报精度不如方案一的原因。

4 结论与展望

本文根据周年项、钱德勒项的时变性质提出了加权最小二乘法与 AR 组合模型,即 WLS+AR 模型对极移进行预测,通过实验分析得出 WLS+AR 模型在极移预测上优于 LS+AR 模型。WLS+AR 模型的建立关键是要选择合适的权函数,权函数的选择是以离预测值时间越近赋权越大为原则的,为优选合适的权函数,文章给出了 3 种方案,并对基于 3 种方案的 WLS+AR 模型在特定时间段内的预测精度进行比较分析,最终在 3 种方案中选出了对于极移 X 和 Y 各自适合的权函数方案。

本文中的 WLS 模型是建立在 LS 模型基础上的,在对 LS 模型参数求解时加一个合适的权矩阵得到 WLS 模型参数,经过加权求得的参数能够一定程度上体现周年项、钱德勒项的时变性质,这是本文的主要创新之处。但是,本文作为极移预测的一种新的尝试,在设计权函数方案时,只是根据权比 f 的不同,简单地选取了 3 种方案,而没有更深层次地研究加权

方案的物理激发上的理论依据以及权比 f 的变化对于极移序列预报精度的影响。所以本文中选取的对于 X 、 Y 序列各自适合的方案, 只是 3 种方案中相对较优的, 而不是最优的, 而如何根据权比 f 来确定最优的权函数将在后续的研究工作中展开。另外, 大气、海洋、地下水等是极移的主要激发源, 极移各种尺度的变化直接受这些激发因素的影响^[20,21]; 而本文在对极移进行预测时是直接利用已知极移序列建立统计模型进行预报的, 没有考虑这些激发源的影响。综合考虑大气、海洋和地下水等激发因素对极移进行联合预报, 值得今后做深入的研究和探讨。

致谢

本文的实验数据来自国际地球自转和参考系服务组织 (IERS), 在此对 IERS 提供的实验数据表示感谢。

参考文献:

- [1] 孔祥元, 郭际明, 刘宗泉. 大地测量学基础. 武汉: 武汉大学出版社. 2008: 17
- [2] 叶叔华, 黄斌. 天文地球动力学. 济南: 山东科学技术出版社. 2000, 26: 466
- [3] 金文敬. 天文学进展, 2007, 25(4): 346
- [4] Schuh H, Ulrich M, Egger D, et al. J. Geod, 2002, 76: 247
- [5] Akyilmaz O, Kutterer H J. Geod, 2004, 78: 82
- [6] 王琪洁. 博士论文. 上海: 中国科学院上海天文台, 2007: 1
- [7] 许雪晴, 周永宏. 飞行器测控学报, 2010, 29(2): 70
- [8] 王琪洁, 廖德春, 周永宏. 科学通报, 2007, 52(15): 1728
- [9] Zhu S Y. Prediction of Earth Rotation and Polar Motion. <http://adsabs.harvard.edu/abs/1981perp.rept....Z>, 1981: 2
- [10] Zhu S Y. Bull Geod, 1982, 56: 258
- [11] Chao B F. Bull Geod, 1985, 59: 81
- [12] Kosek W, McCarthy D D, Johnson T J, et al. Astrometry, geodynamics and Solar system dynamics: from milliarcseconds to microarcseconds. St. Petersburg: Inst. of Applied Astronomy of the Russian Acad. of Sciences, 2004: 164
- [13] Kosek W, Kalarus M, Niedzielski T. The Celestial Reference Frame for the Future. Paris: Observatoire de Paris Systèmes de Référence Temps-Espace UMR8630/CNRS, 2008: 155
- [14] Iz H B. J. Geod, 2008, 82: 871
- [15] Kalarus M, Schch H, Kozek W, et al. J. Geod, 2010, 84: 587
- [16] Kosek W, McCarthy D D, Luzum B J. Studia geoph. et geod, 2001, 45:347
- [17] Schuh H, Nagel S, Seitz T. J. Geod, 2001, 74: 701
- [18] 刘大杰, 陶本藻, 朱建军, 等. 实用测量数据处理方法. 北京: 测绘出版社, 2000: 83
- [19] 丁月蓉. 天文数据处理方法. 南京: 南京大学出版社, 1998: 307
- [20] 虞南华, 郑大伟. 地球物理学进展, 1996, 11: 70
- [21] 周永宏, 郑大伟, 虞南华. 科学通报, 2000, 45: 2588

Joint Model of Weighted Least-squares and AR in Prediction of Polar Motion

ZHANG Hao, WANG Qi-jie, ZHU Jian-jun, ZHANG Xiao-hong

(School of Geosciences and Info-Physics, Central South University, Changsha 4100833, China)

Abstract: Earth rotation parameters (ERPs) include length of day and polar motion. Precise transformations between the international celestial and terrestrial reference frames are needed for many advanced geodetic and astronomical tasks including positioning and navigation on Earth and in space. To perform this transformation, accurate ERPs are necessary. However, the precise measurements of ERPs by space-geodetic techniques have to be pre-processed before the ERPs are available. This causes a delay of 15 to 20 hours in case of GPS and of a few days in case of very-long-baseline interferometry (VLBI) and satellite laser ranging (SLR). Thus it's necessary to predict the ERPs over at least a few days. In addition, it might be interesting to look further into the future to estimate the Earth's rotation in the next few months. Therefore, this paper deals with short-term predictions for next 30 days, long-term predictions for 360 days.

Various prediction methods have been developed, such as the joint model of least-squares and AR, joint model of least-squares and artificial neural networks(ANN), and so on. These methods most treat the Chandler Wobble(CW) and Annual Wobble(AW) of the polar motion as constants. However, the CW and AW are of time variant characteristics as a matter of fact. This paper puts forward a new joint model of weighted least-squares(WLS) and AR, according to the time variant characteristics of CW and AW. One important issue in building the WLS+AR model is the right choice of the weight matrix P. According to the statistical properties of the polar motion series, the rule of weight choice is determined: the fitting value nearer to prediction value is given larger weight. In accordance with the rule, three kinds of weight function are built and compared in order to assess the weight function of the weighted least-squares. The more appropriate weight function for X series and Y series are suggested respectively. Finally the WLS+AR model is compared with LS+AR model and shown that the new models are effective for improving the accuracy of the PM prediction. The model is an interesting and new attempt in the PM prediction, and could be seen as an alternative prediction method. However, in the paper, the theoretical basis of the model is not analyzed in depth, and which will be further studied in the later research.

Key words: Polar Motion Prediction; Weighted Least-squares; AR Model; Weight Function