文章编号: 1000-8349(2011)02-168-07

述评

伽马射线暴的光度 – 光变复杂度关系

李兆升　陈　黎　王德华

(北京师范大学　天文系，北京　100875)

摘要: 伽马射线暴的光变复杂度是描述其光变曲线复杂程度的物理量。由已知红移的伽马射线暴，Reichart 等人发现其光变复杂度与各向同性光度之间有正相关性 ($L \propto V^{\alpha}$, α 在 1.77~3.5 之间)，即光变越复杂，光度越高。此相关性类似于造父变星的周光关系，可用来估计伽马暴的距离和红移。调研、分析了各种光变复杂度的定义、算法和光变复杂度 – 各向同性光度关系的拟合结果，最后对光变复杂度和光度之间的关系做了总结和展望。

关　键　词: 伽马射线暴; 瞬时辐射; 光变复杂度

中图分类号: P172.3　　　**文献标识码:** A

1　简　　介

伽马射线暴 (简称伽马暴) 是宇宙空间中伽马射线光子在短时间内强烈爆发的现象，其辐射能量在 0.1~1 MeV 之间，持续时间 0.1~1 000 s 。伽马暴现象最早在 1967 年由美国的 Vela 卫星发现。由于 1997 年伽马暴余辉的发现，人们能够准确地测定伽马暴的红移，寻找它们的宿主星系，从而确定伽马暴的宇宙学起源。近年来，得益于 Swift 、 Fermi 等高能卫星的成功运行，伽马暴的研究取得了显著的进展。

经过研究，人们发现了伽马暴的一些经验关系： (1) 光度与时间延迟 $\tau_{\rm lag}$ 之间的关系；(2) 光度与光变复杂度之间的关系。时间延迟是伽马暴不同能段的光子到达探测仪器的时间间隔。光度与时间延迟之间的关系是指高能光子一般早于低能光子到达。时间延迟越小，光度越高 [1]， $L \propto \tau_{\rm lag}^{-1}$ 。对这一关系的一个合理解释为： $L \propto {\rm d}E_{\rm peak}/{\rm d}t$, $E_{\rm peak}$ 是伽马暴的峰值能量。如果同一个伽马暴高、低两个能段的能量分别为 $E_{\rm high}$ 和 $E_{\rm low}$ (这两个值可以近似看做常数)，则有 ${\rm d}E_{\rm peak} = E_{\rm high} - E_{\rm low}$, ${\rm d}t \approx \tau_{\rm lag}$ ，所以有 $L \propto \tau_{\rm lag}^{-1}$(详见文献 [2]) 。光度与光变复杂

收稿日期: 2010-06-10 ；**修回日期:** 2010-08-17

资助项目: 国家自然科学基金 (10778716); 973 计划 (2009CB824800) ；北京师范大学自主科研基金；中央高校基本科研业务费专项资金

度之间的关系，是指伽马暴光变曲线越复杂，其光度就越高。这个关系可以用内激波模型解释：伽马暴以相对论速度向外释放物质并辐射能量，辐射的能量集中在角度 $\theta \propto \Gamma^{-1}$ 的区域内 (Γ 为相对论运动的洛伦兹因子) 。光度越高， Γ 值也越大，因而辐射区域越小，则伽马暴的光变曲线有较快的上升时间和较短的脉冲持续时间，因此其光变复杂度也越大 [3] 。

依照这些经验关系，伽马暴可以作为距离指示器，计算其红移。 Reichart 等人 [8] 用不同仪器观测 18 个伽马暴，发现了 $L \propto V^{\,3.3^{+1.1}_{-0.9}}$ 。随着越来越多的伽马暴红移被探测到，这个关系也多次被证实 [4−9] ，但指数因子并不一致。由于计算光变复杂度的方法不同，得到的指数因子弥散程度也有区别。

2　光变复杂度

伽马暴瞬时辐射光变曲线的结构较复杂，一般呈现出多脉冲结构。光变复杂度是描述光变曲线复杂程度的物理量。下面详细介绍现有的定义和计算方法。

2.1　Reichart 等人的平滑时标和平滑方法

光变复杂度在暴源静止系的定义为 [8]

$$V_{\mathrm{f}}^{E_{\mathrm{s}}} = \frac{\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\left[L^{E_{\mathrm{s}}}\left(t_{\mathrm{s}}\right) - \left(L^{E_{\mathrm{s}}} * S_{\mathrm{f}}\right)\left(t_{\mathrm{s}}\right)\right]^2 \mathrm{d}t_{\mathrm{s}}}{\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\left[L^{E_{\mathrm{s}}}\left(t_{\mathrm{s}}\right)\right]^2 \mathrm{d}t_{\mathrm{s}}} \quad , \tag{1}$$

其中， E_{s} 为暴源静止系的能量范围， t_{s} 为暴源静止系时间， $L^{E_{\mathrm{s}}}(t_{\mathrm{s}})$ 为 t_{s} 时刻暴源静止系中的光子计数或计数率， S_{f} 为矩形窗函数 (Boxcar Window Function) ，其面积为 1 ，宽度为平滑时标 T_{f} 。T_{f} 表示光变曲线中包含的光子计数占总计数 100 f% 的最短时间， f 为平滑因子，这里选取 $f = 0.45$ 。$(L^{E_{\mathrm{s}}} * S_{\mathrm{f}})$ 表示 $L^{E_{\mathrm{s}}}$ 与 S_{f} 的卷积，它实质上就是光子计数 (率) 以平滑窗函数为权重的加权平均，平滑时标越长，对观测的平滑效应就越强。平滑方法粗略来讲就是，以各点为中心，两边选择 $\frac{1}{2}T_{\mathrm{f}=0.45}$ 的宽度，取整个 T_{f} 内光变观测值的平均值作为该点的平滑值。

将公式 (1) 中的物理量转化为观测者系中的物理量，便得到在能段 E (E 为光变曲线在观测者系中的能量范围) 上，包含泊松噪声的光变复杂度 $V_{f,P}^{E}$ ：

$$V_{f,P}^{E} = \frac{\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\left[C^{E}\left(t_0\right) - \left(C^{E} * S_f\right)\left(t_0\right)\right]^2 \mathrm{d}t_0}{\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\left[C^{E}\left(t_0\right) - B^{E}\left(t_0\right)\right]^2 \mathrm{d}t_0} \quad . \tag{2}$$

在不致引起歧义的情况下，我们在下面的表述中略去上标 E ，所有的物理量均表示在能段 E 中的值。其中， $C(t_0)$ 为观测者系 t_0 时刻的光子计数， $B(t_0)$ 为相应的背景光子的计数，实际观测得到的光子计数为离散值。我们按有效采样时间间隔 Δt 对光子计数并道，将并道后的光子计数 $C(t_0)$ 写做 $C_i, i = 1,\ 2,\ 3\ ,\cdots,\ N$ ，相应地，式 (2) 中的积分变为从 $i = 1$ 到 N 的求和。 $C(t_0),\ B(t_0),\ (C * S_f)\,(t_0)$ 也同时用离散值 $C_i,\ B_i$ 和 $S_i\,(C_j, N_f)$ 代替。其中

$N_f = [T_f/\Delta t]$，这里方括号是取整运算，亦即 N_f 是 T_f 内包含的 Δt 的个数。为处理方便，通常取 N_f 为奇数，这时 $S_i(C_j, N_f)$ 为：

$$S_i\left(C_j, N_f\right) = \frac{1}{N_f} \sum_{j=i-\frac{N_f-1}{2}}^{j=i+\frac{N_f-1}{2}} C_j \quad . \tag{3}$$

需要注意的是，因为并道，会抹去时标比 Δt 短的光变信息，因此 Δt 的取值会影响光变复杂度的计算结果。另外，由于宇宙在膨胀，光变曲线的有效采样时间间隔 (采样时标换算到暴源系 $\Delta t^{'} = \Delta t/(1+z)$, z 为红移) 会随着红移的增大而减小，其因子为 $(1+z)$，并且光变曲线脉冲宽度会随着能量的增加而变窄，其因子约为 $(1+z)^{-0.4}$[10]，综合考虑这两个因素，红移对光变曲线的影响因子为 $(1+z)^{1-0.4} = (1+z)^{0.6}$。为了消除这两种因素的影响，应该用宽度为 $N_z = (1+z)^{\beta}$, $\beta = 0.6$ 的矩形窗函数来平滑光变曲线 C_i。记平滑后的光子计数为 $S_i\left(C_j,\ N_z\right)$，于是式 (2) 变为：

$$V_{f,P} = \frac{\sum_{i=1}^{N}\left[S_i\left(C_j, N_z\right) - S_i\left(C_j, N_f\right)\right]^2}{\sum_{i=1}^{N}\left[S_i\left(C_j, N_z\right) - B_i\right]^2} \quad . \tag{4}$$

虽然 $V_{f,P}$ 依赖于 z 和 β，根据计算可知这种依赖关系很弱，即使 z 和 β 有较大的变化，$V_{f,P}$ 的计算结果变化也很小，所以，时标小于 Δt 的光变复杂度可忽略不计。

为了便于扣除泊松噪声，可将式 (4) 改写成：

$$V_{f,P} = \frac{\sum_{i=1}^{N}\left(\sum_{j=1}^{N} a_{ij} C_j\right)^2}{\sum_{i=1}^{N}\left(\sum_{j=1}^{N} b_{ij} C_j - B_j\right)^2} \quad , \tag{5}$$

系数 a_{ij} 和 b_{ij} 可直接从式 (3)、(4) 中得到。通常认为光子的计数服从泊松分布，因此 $\sum_{j=1}^{N} a_{ij} C_j$ 和 $\sum_{j=1}^{N} b_{ij} C_j - B_j$ 的泊松涨落分别为 $\sqrt{\sum_{j=1}^{N} a_{ij}^2 C_j}$ 和 $\sqrt{\sum_{j=1}^{N} b_{ij}^2 C_j}$。用 $\left(\sum_{j=1}^{N} a_{ij} C_j\right)^2 - \sum_{j=1}^{N} a_{ij}^2 C_j$ 和 $\left(\sum_{j=1}^{N} b_{ij} C_j - B_j\right)^2 - \sum_{j=1}^{N} b_{ij}^2 C_j$ 分别替代式 (5) 中的分子和分母，以去掉泊松噪声的影响。于是，得到去除泊松噪声后的光变复杂度 V_f：

$$V_f = \frac{\sum_{i=1}^{N}\left[\left(\sum_{j=1}^{N} a_{ij} C_j\right)^2 - \sum_{j=1}^{N} a_{ij}^2 C_j\right]}{\sum_{i=1}^{N}\left[\left(\sum_{j=1}^{N} b_{ij} C_j - B_j\right)^2 - \sum_{j=1}^{N} b_{ij}^2 C_j\right]} \quad . \tag{6}$$

式 (6) 计算的是能段 E 的光变复杂度，如果一个暴有不同能段的光变曲线，其光变复杂度的计算结果取各能段的平均值。

Reichart 等人[8] 用 BATSE、Konus、Ulysses 仪器探测到的 18 个已知红移的伽马暴，拟合得到 $L \propto V^{3.3^{+1.1}_{-0.9}}$。

2.2 LP06 方法

LP06 方法 [7] 光变复杂度的定义与上一种方法的区别是： (1) 采用 Savitzky-Golay 方法平滑，即用多项式平滑光变曲线； (2) 坐标系由暴源静止系改为观测者系。

Savitzky-Golay 的平滑方法由 3 个参数确定：多项式的阶数 m ，平滑点左边点的个数 n_{L} 和平滑点右边点的个数 n_{R} 。文中选择 3 阶多项式来平滑光变曲线，即 $m = 3$ 。平滑函数的宽度为： $n_{\mathrm{P}} = [T_{f=0.5}/\Delta t]$ ，和前面一样，这里方括号是取整运算。为方便计算，取 n_{P} 为奇数，这时 $n_{\mathrm{P}} = n_{\mathrm{L}} + n_{\mathrm{R}} + 1$ ， $n_{\mathrm{R}} = n_{\mathrm{L}} = (n_{\mathrm{P}} - 1)/2$ ，平滑函数在平滑点的左右对称。

设 C_i 为并道后的第 i 个光子计数， $i = 1, 2, 3, \cdots, N$, Y_i 为用 Savitzky-Golay 方法平滑后的光子计数，平滑区间为伽马暴持续时间 T_{90} ，则扣除泊松噪声后计数的平方偏差为：

$$\Delta C^2 = W \sum_{i=1}^{N_{\mathrm{bin}}} (C_i - Y_i)^2 - N_{\mathrm{Poisson}} \quad , \tag{7}$$

其中 $W = n_{\mathrm{P}}/(n_{\mathrm{P}} - m - 1)$ 表示统计权重， N_{Poisson} 为泊松噪声。由平滑方法可知， n_{P} 个数据点中只有 $(n_{\mathrm{P}} - m - 1)$ 个是统计独立的，光变复杂度定义为：

$$V = \frac{\Delta C^2}{(N_{\mathrm{bin}} - 1)\, C_{\max}^2} \quad , \tag{8}$$

$C_{\max}$ 为平滑后的光子计数在平滑区间内的最大值。注意，此处光变复杂度为观测者系的值。

计算表明，将 Savitzky-Golay 过程重复平滑 $N_{\mathrm{iter}} = [T_{90}/T_{f=0.5}]$ 次，得到光变复杂度和光度的关系最紧密。 Li 和 Paczynski [7] 计算了 25 个已知红移 GRB 的光度和光变曲线复杂度，用最小二乘法拟合得到 1σ 区间的关系 $\lg L = (3.25 \pm 0.26) \lg V + (59.42 \pm 0.53)$ 。

2.3 Fenimore 方法

Fenimore 等人 [11] 给出的光变复杂度计算方法是：

$$V = Y^{-0.24} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{(C_i - \langle C \rangle_{0.3T_{90}})^2 - (B_i + C_i)}{C_{\max}^2} \quad , \tag{9}$$

其中， $Y = (1+z)/(1+z_b)$, $z_b = 2$, $Y^{-0.24}$ 是对不同红移和不同能段、光变曲线脉冲宽度不同的修正， B_i 为背景光子计数， C_i 为扣除背景后的光子计数， $<C>_{0.3T_{90}}$ 表示用平滑时标 0.3 T_{90} 的矩形窗对光变曲线平滑后的计数。 $(B_i + C_i)$ 服从泊松分布，求和在超过背景计数 5 σ 的时间段上进行。

2.4 Schaefer 方法

Schaefer [12,13] 对 Fenimore 的方法做了一些修正：

$$V = \left\langle \frac{(C - C_{\mathrm{smooth}})^2 - \sigma_C^2}{C_{\mathrm{smooth,max}}^2} \right\rangle \quad , \tag{10}$$

同样地， C_{smooth} 表示光变曲线平滑后的计数， $C_{\mathrm{smooth,max}}$ 表示平滑后计数的最大值， σ_C 为计数的不确定度，尖括号表示对 T_{90} 时间段求平均。这里的 V 是观测者系的光变复杂度，暴源系的光变复杂度可简单地表示为 $(1+z)V$ ，拟合结果为 $L \propto V^{1.77}$ 。

3 峰值光度的计算

伽马暴的能谱为非热连续谱，可由 Band 函数 [14] 很好地拟合：

$$N(E)=\begin{cases} A\left(\dfrac{E}{100\mathrm{keV}}\right)^{\alpha}\mathrm{e}^{-(2+\alpha)E/E_{\mathrm{P}}}, & E\leq\left(\dfrac{\alpha-\beta}{2+\alpha}\right)E_{\mathrm{P}} \\ A\left(\dfrac{E}{100\mathrm{keV}}\right)^{\beta}\left[\dfrac{(\alpha-\beta)\,E_{\mathrm{P}}}{(2+\alpha)\,100\mathrm{keV}}\right]^{\alpha-\beta}\mathrm{e}^{(\beta-\alpha)}, & E>\left(\dfrac{\alpha-\beta}{2+\alpha}\right)E_{\mathrm{P}} \end{cases}\quad, \tag{11}$$

其中 α 为低能光谱指数， β 为高能光谱指数， A 为拟合参数， E_{P} 为谱的峰值能量 [15] 。

在暴源系中，伽马光子的能量在 $E_1=100\,\mathrm{keV}$ 和 $E_2=10\,000\,\mathrm{keV}$ 之间，观测到的总流量为：

$$P_{\mathrm{obs}}=\int_{E_1/(1+z)}^{E_2/(1+z)}N(E)E\mathrm{d}E\quad, \tag{12}$$

各向同性峰值光度为：

$$L=4\pi d_L^2P_{\mathrm{obs}}\quad, \tag{13}$$

d_L 为光度距离，取值依赖于宇宙学模型和伽马暴的红移，表示为：

$$d_L=\frac{(1+z)\,c}{H_0}\int_0^z\frac{\mathrm{d}z'}{\sqrt{\Omega_{\mathrm{M}}(1+z')^3+\Omega_{\Lambda}}}\quad, \tag{14}$$

其中， H_0 为哈勃常数，宇宙学模型参数 Ω_M 和 Ω_Λ 分别表示以临界密度为单位的实物密度和等效真空能密度。各向同性光度的不确定度可以由蒙特卡洛方法计算得到。例如，根据能谱 E 的拟合值和拟合误差，模拟出 1 000 组 α, β, E_{P} 和 P_{obs} ，计算得到 1 000 个各向同性光度值，取它们的平均值为各向同性光度值，标准差为不确定度。

在计算 BAT/Swift 探测到的伽马暴时,峰值光度的计算方法可做一些简化。由于 BAT/Swift 的能段较窄，所以仅用单一的幂律函数就可以很好地拟合能谱，即 $N(E)=NE^{-\alpha}$ ，代入相应的计算公式，也可以得到各向同性光度 L 。计算表明，不管是 Band 函数拟合或单一的幂律函数拟合，对最后的计算影响较小。对 BAT/Swift 探测到的伽马暴，用幂律函数拟合，引入的参数较少，可以更方便地计算各向同性光度。

4 时间延迟

时间延迟表示伽马暴的高低能段光子达到探测器的时间间隔。绝大多数情况下，高能光子先于低能光子到达观者。简单来看，时间延迟为高低能段光变曲线峰值时间的间隔。光变曲线较复杂时，可用交叉相关函数确定能谱延迟。对于同一个暴的两个能段的光变曲线，设其光子计数（或计数率）分别为 x_i 和 y_i, $i=1,2,3,\cdots,N$ ，其交叉相关函数定义为：

$$\mathrm{CCF}\,(k;x,y)=\frac{\sum_{i=1}^{N-k}(x_i-\bar{x})\,(y_{i+k}-\bar{y})}{\sqrt{\sum_i(x_i-\bar{x})^2(y_{i+k}-\bar{y})^2}}\quad, \tag{15}$$

$\bar{x}, \bar{y}$ 分别为 x_i 和 y_i 的平均值，设 $d = \max\limits_{k}[\mathrm{CCF}(k; x, y)]$ ，则时间时延为 $\tau = d \times t_{\mathrm{b}}$ (t_{b} 为光变曲线的时间分辨) 。有时由于暴的光变结构很复杂，不易确定 CCF 的最大值，需要通过选择一定的曲线拟合后来寻求最大值。 Band [16] 采用多项式拟合。 Chen 等人 [17] 则取高斯加线性的函数来拟合。与各向同性光度的不确定性估计方法类似，能谱延迟的误差也可由蒙特卡洛方法得出。

5 总结与展望

检验光变复杂度和光度之间的关系，对于是否可用伽马暴作为距离指示器非常重要。本文详细讨论了光变复杂度 V 的定义和计算方法，这些方法的区别在于： (1) 平滑时标和平滑方法； (2) 标准化过程； (3) 时间膨胀的处理； (4) 光变曲线的峰值宽度随能量演化； (5) 泊松噪声的扣除。本文介绍了光变复杂度和各向同性光度 L 之间的经验关系，以及伽马暴光变复杂度 (V) 和时间延迟 (τ_{lag}) 的计算方法。随着伽马暴样本数目的增多，这种经验关系的研究和进一步的确认还在进行中，例如，观测表明部分伽马暴存在喷流结构，经喷流张角修正后，内禀光度 $L \approx 10^{43}\,\mathrm{J/s}$ ，此时伽马暴是否还存在 $L - V$ 关系，需要进一步的确认。这里要特别说明的是，所有经验关系的验证都是对长暴 ($T_{90} > 2\mathrm{s}$) 进行的。原因之一是早期观察的限制，很难确定短暴 ($T_{90} < 2\mathrm{s}$) 的红移；二是计算短暴的时间延迟时，相对误差较大 (大部分短暴时间延迟的计算结果为 0) 。随着探测到短暴数量的增加、部分短暴红移的确定以及短暴能谱延迟计算方法的改进，这方面的研究或许成为可能，这对于更深入地研究短暴爆发的物理机制大有裨益。

参考文献：

[1] Norris J P, Marani G F, Bonnell J T. ApJ, 2000, 534: 248
[2] Schaefer B E. ApJ, 2004, 602: 306
[3] Kobayashi S, Ryde F, Macfadyen A. ApJ, 2002, 577: 302
[4] Guidorzi C, Frontera F, Montanari E, et al. MNRAS, 2006, 371: 843
[5] Guidorzi C. MNRAS, 2005, 364: 163
[6] Guidorzi C, Frontera F, Montanari E, et al. MNRAS, 2005, 363: 315
[7] Li-Xin Li, Paczynski B. MNRAS, 2006, 366: 219
[8] Reichart D E, Lamb D Q, Fenimore E E, et al. ApJ, 2001, 552: 57
[9] Rizzuto D, Guidorzi C, Romano P, et al. MNRAS, 2007, 379: 619
[10] Fenimore E E, in't Zand J J M, Norris J P, et al. ApJ, 1995, 448: L101
[11] Fenimore E E, Ramirez-Ruiz E. arXiv: astro-ph/0004176, 2000
[12] Schaefer B E. ApJ, 2007, 660: 16
[13] Xiao L M, Schaefer B E. ApJ, 2009, 707: 387
[14] Band D, Matteson J. Ford L. ApJ, 1993, 413: 281
[15] Ukwatta T N, Stamatikos M, Dhuga K S. arXiv: 09082370v2 [astro-phHE], 2010
[16] Band D L. ApJ, 1997, 486: 928
[17] Chen L, Lou Y Q, Wu M, et al. ApJ, 2005, 619: 983
[18] Evans P A, Beardmore A P, Page K L, et al. MNRAS, 2009, 397: 1177

[19] Reichart D E, Nysewander M C. arXiv: astro-ph/0508111v1, 2005
[20] Azzam W J, Alothman M J, Guessoum N. Advances in Space Research, 2009, 44: 1354

The Correlation Between Variability and Luminosity for the Long Gamma-Ray Bursts

LI Zhao-sheng, CHEN Li, WANG De-hua

(*Department of Astronomy, Beijing Normal University, Beijing 100875, China*)

Abstract: The variability of Gamma-ray Burst is a quantitative measure of whether its light curve is spiky or smooth. From the detected spectroscopic redshift, peak fluxes, and high-resolution light curves of long Gamma-ray Burst, it was found that the isotropic peak luminosity positively correlate with the variability of light curves: the more variable bursts(with larger V) tend to have higher intrinsic isotropic luminosities L. This correlation was originally found by Reichart et al. using a sample of 18 Gamma-ray Bursts. In this paper, the definition and algorithm of variability are detailedly investigated and analyzed. The $V-L$ correlation and fitting results are also listed. If $L-V$ relation can be confirmed, it can be adopted as rough distance indicators and redshift estimators of a Gamma-ray Burst from parameters measured merely at gamma-ray prompt emission and it can be used to constrain cosmological parameters.

Key words: gamma-ray burst; prompt emission; variability