

文章编号: 1000-8349(2009)02-0167-07



ISW 效应对 Yukawa 引力势的检验

王徐伟^{1,2}

(1. 中国科学院 上海天文台, 上海 200030; 2. 中国科学院 研究生院, 北京 100039)

摘要: 该文利用 Integrated Sachs-Wolfe (ISW) 效应探测宇宙大尺度引力势随时间的变化速率, 从而能够在宇宙学尺度上检验引力的性质。以 Yukawa 引力势为例, 探讨了利用 ISW 效应检验引力性质的能力。计算表明, ISW 效应对引力的性质很敏感, 通过与宇宙微波背景辐射实验 WMAP 五年的观测结果相比较, 发现相对于牛顿常数, 等效牛顿常数在宇宙学尺度上最多只有约 2% 的改变。

关键词: 宇宙学; 宇宙微波背景辐射; 引力

中图分类号: P159 **文献标识码:** A

1 引 言

随着宇宙学研究的快速发展, 人们将能够在宇宙学尺度上检验广义相对论。目前, 宇宙学常数不为 0 的广义相对论 + 暗物质 + 粒子物理的标准模型与各种宇宙学观测结果可以符合得很好^[1]。随着宇宙学观测和理论的进一步提高, 人们将能够在更高的精度上验证广义相对论, 或许能够发现宇宙学尺度上对于广义相对论的偏离。

Integrated Sachs-Wolfe (ISW) 效应是一种宇宙微波背景辐射的二级效应。宇宙微波背景光子在传播过程中经过引力势阱时会获得或者损失能量。如果引力势阱不随时间改变, 获得和损失的能量相互抵消, 光子能量不会改变。但是, 如果引力势阱随时间改变, 获得和损失的能量无法抵消, 导致光子能量发生变化, 从而改变宇宙微波背景的温度^[2]。在广义相对论框架下, 如果宇宙是平坦的而且只有物质, 大尺度上的引力势阱不随时间改变, 从而不会产生 ISW 效应。但是, 从 2005 年开始, 通过与宇宙大尺度结构互相关的方法, 间接探测到了 ISW 效应^[3~13]。通过宇宙微波背景的观测, 人们知道宇宙是平坦的。在此前提下, 探测到的 ISW 效应必然是由两种可能机制导致的: (1) 暗能量; (2) 对于广义相对论的偏离, 即修正引力。正是因为这个原因, ISW 效应成为探索暗能量和引力性质的重要工具。

收稿日期: 2008-05-10; **修回日期:** 2008-08-09

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (10543004)

对于修正引力论, 目前人们没有统一、普适的参数化形式。本文采取了一个简化步骤, 即采用 Yukawa 引力势的形式来参数化修正引力论。给定这个参数化形式, 能够计算在修正引力的情况下的宇宙大尺度结构的线性演化和 ISW 效应。因为 Yukawa 引力不是一个广义协变的引力理论, 所以无法同时完全自洽地计算膨胀速度和结构演化速度。在这个计算过程中, 本文采用了文献中通行的假设, 即假定宇宙的膨胀速度与 Λ CDM 相同。利用 ISW 效应的计算结果, 笔者发现, 宇宙微波背景的观测数据已经排除掉了约大于 2% 的对于广义相对论的偏离, 这比其他方法得出的限制要精确。而利用大尺度巡天的数据, Sealfon 等人^[14]发现, 在 1σ 的水平上, 对于 2dFGRS, $\alpha = 0.025_{-1.7}^{+1.7}$, 对于 SDSS, $\alpha = -0.35_{-0.9}^{+0.9}$; 利用星系团和大尺度结构的互相关, Shirata 等人^[15]发现, 在 99.7% 的置信度上, $\lambda = 5 \text{ h}^{-1} \cdot \text{Mpc}$ 时, $-0.5 < \alpha < 0.6$; $\lambda = 10 \text{ h}^{-1} \cdot \text{Mpc}$ 时, $-0.8 < \alpha < 0.9$ (α 和 λ 的定义见式 (1))。

在本文的计算中, 笔者选择 $\Omega_\Lambda = 0.7444$, $\Omega_m = 0.2556$, $\Omega_b = 0.0437$, $\sigma_8 = 0.796$, $h = 0.72$ ^[1]。

2 线性增长历史

这种 Yukawa 引力势可以写成:

$$\phi(r) = -G \int d^3 r' \frac{\rho(r')}{|r - r'|} \left[1 + \alpha \left(1 - e^{-|r - r'|/\lambda} \right) \right] \quad (1)$$

$\alpha = 0$ 就回到正常的牛顿引力势, 可以看出, 在尺度相对于 λ 很小的时候, 这个模型也会退化到牛顿引力势。在本文的计算中, 选择 $\lambda = 10 \text{ h}^{-1} \cdot \text{Mpc}$ 。

在共动坐标系里笔者把方程重新写出来, 在共动坐标系里, $\mathbf{x} = [\mathbf{r}/a(t)]$, 共动引力势可以写成 $\phi(x) = -G\bar{\rho}a^2\Delta(x)$, 其中,

$$\Delta(x) = \int d^3 x' \frac{1 + \delta(x')}{|x - x'|} \left[1 + \alpha \left(1 - e^{-a|x - x'|/\lambda} \right) \right] \quad (2)$$

$\delta(x) = [\rho(x) - \bar{\rho}]/\bar{\rho}$, $\bar{\rho}$ 是宇宙的平均密度, a 是尺度因子, 取今天的 $a = 1$ 。对 Δ 进行傅里叶变换, 可以得到^[7]:

$$\hat{\Delta}(k) = \frac{4\pi\hat{\delta}(k)}{k^2} \left[1 + \alpha F_\Delta \left(\frac{a}{k\lambda} \right) \right] \quad (3)$$

其中 $F_\Delta(s) = s^2/(1 + s^2)$ 。从上式可以看出, $\alpha > 0$ 时, 引力势要大于牛顿引力势, α 越大, 引力势越大, 对于牛顿引力势的偏离也就越大。 $\alpha < 0$ 时, 引力势要小于牛顿引力势。对于相同的 α , k 越小, 在相同红移处的引力势对牛顿引力势的偏离越大; k 越大, 偏离越小。

本文考虑一个带有扰动的 RW 度规: $ds^2 = (1 + 2\psi)dt^2 - a^2(1 + 2\phi)d\mathbf{x}^2$, 它具有两个引力势 ϕ 和 ψ 。由于 Yukawa 引力不是一个广义协变的引力理论, 所以为了方便计算这两个引力势之间的关系, 本文假定和 Λ CDM 一样, 有 $\phi + \psi = 0$ 。对泊松方程做傅里叶变换后得到:

$$k^2\phi = 4\pi G\zeta\rho a^2\delta = \frac{3H_0^2\Omega_m\zeta}{2}a^{-1}\delta \quad (4)$$

其中 $\zeta = 1 + \alpha F_{\Delta}(a/k\lambda)$, 本文选取一个初始时刻, 在该时刻有 $\delta = D(k, t)\delta_i(k)$, D 是线性增长因子, δ_i 是初始时刻的密度扰动, 得到:

$$k^2\phi = \frac{3H_0^2\Omega_m\zeta}{2} \frac{D}{a} \delta_i \quad (5)$$

与 Λ CDM 不同的是, D 不仅和时间有关, 同时也和尺度有关。

由连续性方程可以得到:

$$\dot{\delta} + \theta = 0, \quad \dot{\theta} + 2H\theta + \frac{1}{a^2}\nabla^2\phi = 0 \quad (6)$$

$\theta = \nabla \cdot \mathbf{u}$ 是本动速度场的散度, \mathbf{u} 是本动速度, $H = \dot{a}/a$ 。

把式 (4) 和 (6) 联合起来, 可以得到:

$$\delta'' + \delta' \left(\frac{3}{a} + \frac{H'}{H} \right) - \zeta \frac{\delta}{a^2} \frac{3H_0^2\Omega_0}{2a^3H^2} = 0 \quad (7)$$

其中 $\delta' \equiv d\delta/da$ 。考虑 $\delta = D(k, t)\delta_i(k)$, 所以式 (7) 可以写成:

$$D'' + D' \left(\frac{3}{a} + \frac{H'}{H} \right) - \zeta \frac{D}{a^2} \frac{3H_0^2\Omega_0}{2a^3H^2} = 0 \quad (8)$$

本文对 D 进行归一化, 使得当 $a \rightarrow 0$ 时 $D \rightarrow a$ 。这样就给出了式 (7) 的两个初值条件, $D(a \rightarrow 0) = a$ 和 $D'(a \rightarrow 0) = 1$ 。对于每一个 k , 本文都可以给出式 (7) 的数值解, 从而得到在 Yukawa 引力势下线性增长因子 (见图 1)。从图 1 中可以看出, 当 $\alpha > 0$ 时, 由于引力势对牛顿引力势正向偏离, 随着 k 的变小, 物质的密度扰动会增大, 物质的成团性增强, 所以增长因子也会变大, 扰动增长的速率会变快。 $\alpha < 0$ 时, 情况正好相反。

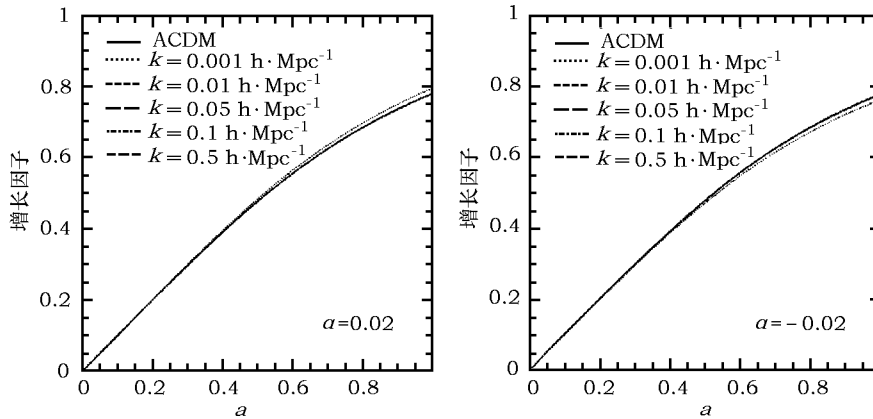


图 1 增长历史: 当 $\alpha > 0$ 时, 由于引力势变大, 物质的扰动会因此变大, 增长因子也会变大, 扰动增长的速率变快, $\alpha < 0$ 时, 这个过程相反

3 ISW 效应的功率谱

引力势的变化会导致 CMB 温度的变化, 这种变化可以用公式表示为:

$$\frac{\Delta T}{T_{\text{CMB}}} = -2 \int \dot{\phi} a \frac{d\chi}{c} \quad (9)$$

其中 χ 是共动径向坐标, $\chi = \int_a^1 da'/a'^2 H$, $\dot{\phi} = \frac{3H_0^2 \Omega_0}{2k^2} H A_{\text{ISW}}^{\text{Y-L}} \delta_i$, $A_{\text{ISW}}^{\text{Y-L}} = \zeta' D + \zeta D' - \frac{\zeta D}{a}$ 。

采用 Limber 近似, 可以得到 ISW 效应功率谱为

$$\frac{l^2}{2\pi} C_l^{\text{ISW}} = \frac{4\pi}{l} \int \Delta_\phi^2 \left(\frac{l}{\chi}, a \right) a^2 \frac{\chi d\chi}{c^2} \quad (10)$$

其中

$$\int \Delta_\phi^2 \left(\frac{l}{\chi}, a \right) = \left(\frac{3H_0^2 \Omega_0}{2c^2} \right)^2 \left(\zeta' D + \zeta D' - \frac{\zeta D}{a} \right)^2 H^2 \frac{\Delta_i^2}{k^4} \quad (11)$$

$\Delta_i^2 = k^3 P_i(k)/2\pi^2$, $P_i(k)$ 是线性物质功率谱, c 是光速。 $P_i(k)$ 可以用原初的线性物质功率谱以及 Hu 和 Eisenstein 的拟合公式得到的 transfer function^[16] 求出。这样 ISW 效应的功率谱为

$$\frac{l^2}{2\pi} C_l^{\text{ISW}} = \frac{4\pi}{l} \left(\frac{3H_0^2 \Omega_0}{2c^2} \right)^2 \int W \left(\frac{l}{\chi}, a \right) d \ln a \quad (12)$$

$$W \left(\frac{l}{\chi}, a \right) = \left(\zeta' D + \zeta D' - \frac{\zeta D}{a} \right)^2 \tilde{\chi}(a) a \frac{H}{H_0} \frac{\Delta_i^2}{k^4} \quad (13)$$

其中 $\tilde{\chi} = (H_0/c)\chi$ 。在 Yukawa 引力势下, 由于比牛顿引力势要多出 $[1 + \alpha F_\Delta(a/k\lambda)]$ 因子, 当 α 为正时, 随着 k 的变小, 引力势对牛顿引力势的正向偏离变强; α 为负时, 负向偏离变强, 但在这两种情况下, 引力势对时间的变化都增强了。从图 2 可以看出, 随着 k 的变小, 在高红移处 $\dot{\phi}$ 的两个重要元素 $\zeta' D$ 和 $\zeta(D' - D/a)$ 的绝对值都在增大。

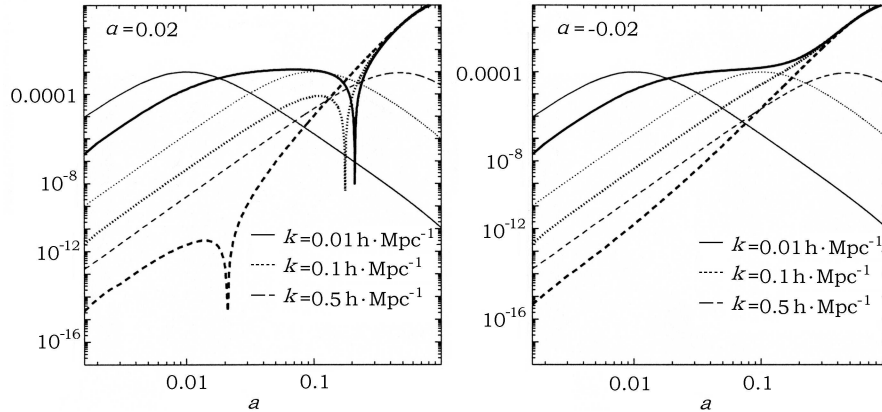


图 2 $(\zeta D' - \zeta D/a)^2$ 和 $(\zeta' D)^2$ 随尺度因子的变化

ISW 效应功率谱对 α 比较敏感, 因为它的幅度很大程度上取决于 $A_{\text{ISW}}^{\text{Y-L}} = \zeta' D + \zeta D' - \zeta D/a$ 。对于 ΛCDM , 这个量变为 $A_{\text{ISW}}^{\Lambda\text{CDM}} = D' - D/a$ 。当 a 趋向于 0 时, k 越小, $A_{\text{ISW}}^{\text{Y-L}}$ 对 $A_{\text{ISW}}^{\Lambda\text{CDM}}$ 的偏离就越大, 因为在 a 很小的时候, $|\zeta' D|$ 远远大于 $|\zeta(D' - D/a)|$ (见图 2), 而由于积分取的是 $A_{\text{ISW}}^{\text{Y-L}}$ 的平方, 所以 α 的符号是正还是负, 对积分值没有很大的影响。也就是说, 在高红移处引力势随时间的变化同样对整个功率谱的幅度有重要的贡献。而在 ΛCDM 中, 高红移处引力势的变化对 ISW 功率谱的贡献几乎可以忽略。

在图 2 中, 同时还可以看到, 在高红移处 $\zeta' D$ 占主导作用, 而在低红移处 $\zeta(D' - D/a)$ 占

主导。所以在积分函数 $W\left(\frac{l}{\chi}, a\right)$ 和尺度因子 a 的关系图中可以看出, 在高红移处积分函数出现一个波峰, 在低红移处也有一个波峰, 它们对整个积分的贡献都是不能忽略的 (见图 3)。而对于 k 来说, k 越小, 在高红移处 $\zeta'D$ 就会越大, $A_{\text{ISW}}^{\text{Y-L}}$ 也就越大, 引力势对时间的变化也就越大。因此在大角度处, 由于 $k = l/\chi$, l 越小, k 也就会越小, 随之导致引力势对时间变化的幅度也会越大, 积分之后就会使 ISW 效应功率谱的幅度变大, 因此如果选取的 α 不是足够小, 在类汤川秀树 (Yukawa-like) 引力势下计算出来的大角度处的 ISW 效应功率谱在要比在 ΛCDM 下的功率谱高很多 (见图 4)。

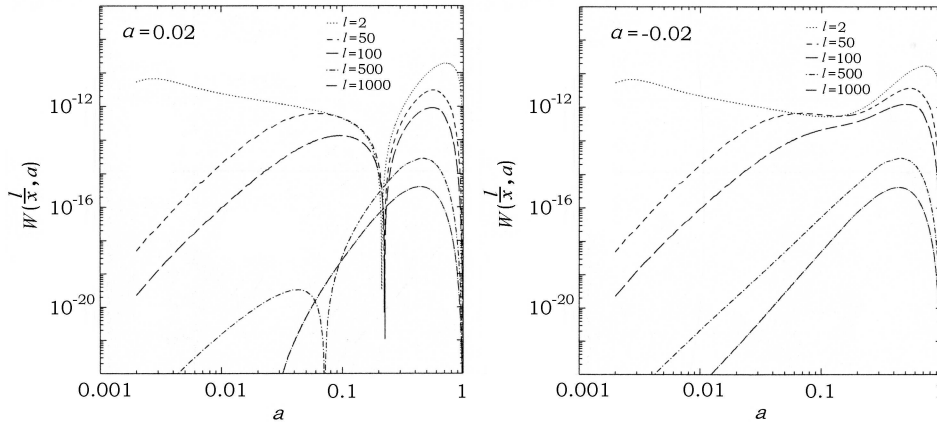


图 3 积分函数 $W\left(\frac{l}{\chi}, a\right)$ 随尺度因子的演化

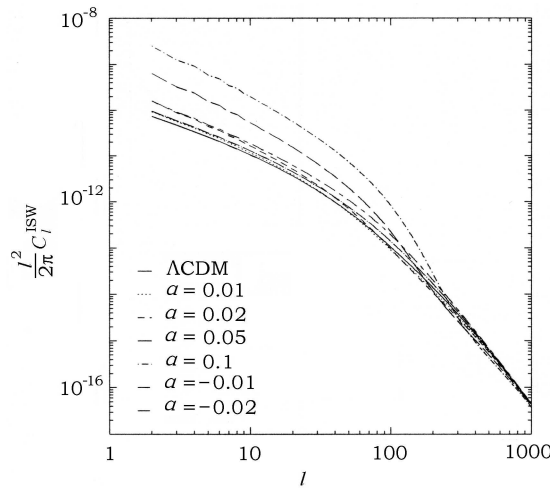


图 4 ISW 效应的功率谱

4 CMB 功率谱的限制

由于本文已经假定高红移处的引力没有变化, 所以仍然可以利用 ΛCDM 下的原初 CMB 功

率谱。Yukawa 引力势下的 CMB 功率谱可以由 Λ CDM 下理论的 CMB 功率谱再加上 ISW 效应给出。用 CMBFAST 计算 Λ CDM 下 CMB 的理论功率谱^[17]，替换上 Yukawa 引力势下的 ISW 效应的功率谱，结果如图 5 所示。从图中可以看到，观测数据对 $|\alpha|$ 会给出一个上限， $|\alpha|$ 越大，对观测数据的符合就越差，而 $|\alpha| = 0.02$ 已经接近这个上限。当 $|\alpha| \geq 0.02$ 时，理论算出的 Yukawa 引力势下 CMB 的功率谱比 Λ CDM 下 CMB 的功率谱在大角度处要高很多，基本上被观测数据排除了。

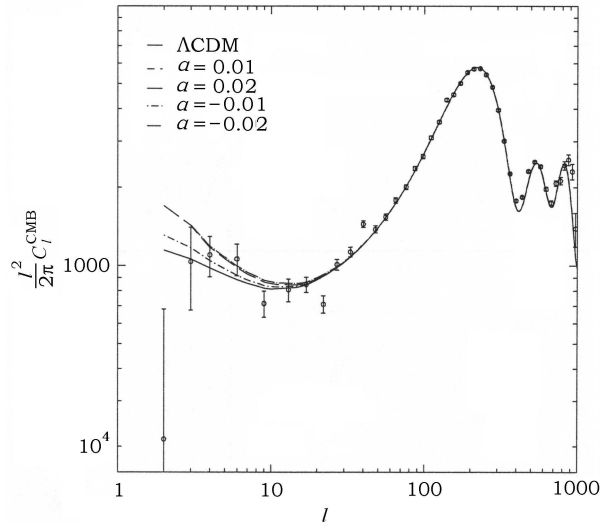


图 5 CMB 的功率谱，误差棒由 NASA 的数据给出^[18]

5 小 结

类汤川秀树引力理论对于广义相对论的偏离可以用等效牛顿常数表示，在接近大尺度极限的时候，有 $G_{\text{eff}} = G_{\text{N}}(1 + \alpha)$ ，为了计算方便，本文假设它与 Λ CDM 有相同的膨胀速度。在这个前提下，本文计算了类汤川秀树引力势下的线性增长历史，以及在这种引力势下的 ISW 效应的功率谱和 CMB 功率谱。笔者把得到的结果与 Λ CDM 模型比较，并利用观测数据，把比较大的 α 剔除出去。观测数据对 $|\alpha|$ 会给出一个上限，而从图中可以看到， $|\alpha| = 0.02$ 已经接近这个上限，超过 0.02 的 $|\alpha|$ 基本上都被排除出去了。

参考文献:

- [1] Dunkley J *et al.* <http://arxiv.org/abs/0803.0586>, 2008
- [2] Sachs R K, Wolfe A M. *ApJ*, 1967, 147: 73, 2008
- [3] Giannantonio T *et al.* <http://arxiv.org/abs/0801.4380>, 2008
- [4] Boughn S, Crittenden R. *ASP Conf. Ser.*, 1999, 181: 339
- [5] Crittenden R G, Turok N. *Phys. Rev. Lett*, 1996, 76: 4
- [6] Afshordi N, Strauss Y Loh M. *Phys. Rev. D*, 2004, 69: 083524
- [7] Scranton R *et al.* <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0307335>, 2008
- [8] Rassat A *et al.* *MNRAS*, 2007, 377: 1085
- [9] Cabre A *et al.* <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0603690>, 2008

- [10] Fosalba P *et al.* ApJ, 2003, 597: L89
- [11] Boughn S, Crittenden R. Nature, 2004, 427: 45
- [12] Nolta M *et al.* ApJ, 2004, 608: 10
- [13] Giannantonio T *et al.* Phys. Rev.D, 2006, 74: 063520
- [14] Sealfon C *et al.* Phys. Rev. D, 2005, 71: 083004
- [15] Shirata A *et al.* Phys. Rev. D, 2005, 71: 064030
- [16] Eisenstein D J, Hu W. ApJ, 1998, 496: 605
- [17] Seljak U, Zaldarriaga M. ApJ, 1996, 469: 437
- [18] http://lambda.gsfc.nasa.gov/data/map/dr3/dcp/wmap_binned_tt_spectrum_5yr_v3.txt 2008

Testing Yukawa-Like Gravitational Potential Against the ISW Effect

WANG Xu-wei^{1,2}

(1. Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China; 2. Graduate School of the Chinese Academy of Science, Beijing 100039, China)

Abstract: The late time integrated Sachs-Wolfe (ISW) effect measures the net energy gain or loss in CMB photons when passing through a time varying gravitational potential. The ISW effect has been detected through the induced correlation between the CMB and the large scale structure from the year 2003. The detection of the ISW effect has profound impact on the understanding of the dark universe. At large scales relevant to the ISW effect, if the universe is flat with only matter and if gravity is described by the general relativity (GR), the gravitational potential is non-evolving and the ISW effect vanishes. Thus the detection of the ISW effect implies three possibilities, (1)the universe is curved, (2)there is dark energy, or (3)gravity at cosmological scales deviates from GR. Current CMB observations has basically ruled out the first possibility. Thus the detection of the ISW effect leads to either the existence of dark energy or modified gravity.

In this paper we explore the potential of the ISW effect to constrain the nature of gravity. Our fiducial gravity theory is Yukawa-like, in which the effective Newton's constant deviates from the local one at scales above a transition scale. Since this modified gravity model is not general covariant, we are not able to calculate the expansion rate self-consistently. Thus we adopt a common assumption that the expansion rate in this model is the same as that in standard cosmology. Given this assumption, we are able to calculate the linear structure growth in this modified gravity model. We find that the time variation in gravitational potential, especially at redshift around 10, is strongly sensitive to the nature of gravity. As a consequence, the ISW contribution from redshifts above 10 is often non-negligible or even dominant, contrast to the case of the standard cosmology. This makes the ISW effect a sensitive indicator of gravity. We compare the model prediction against the WMAP 5 year result. We find that, for the transition scale 10 Mpc/h, the WMAP result has already ruled out any 2% or larger deviations in the effective Newton's constant from the local one. This constraint is much more stringent comparing to constraints from other observations such as galaxy clustering.

Key words: cosmology; cosmic microwave background; gravitation