

文章编号: 1000-8349(2008)04-0360-09



# 地球表层物质非均匀分布对 地球动力学扁率的贡献

刘 宇<sup>1,2</sup>, 黄乘利<sup>1</sup>

(1. 中国科学院 上海天文台, 上海 200030; 2. 中国科学院 研究生院, 北京 100039)

**摘要:** 全球动力学扁率 ( $H$ ) 是研究地球自转与岁差的一个重要物理量。由对岁差的观测有  $H_{\text{obs}} = 0.0032737 \approx 1/305.5$ 。该文依据内部场理论重新计算了流体静平衡态下的地球内部几何扁率剖面, 结果与 Denis(1989) 的结果相吻合。该文还推导了三阶扁率精度下  $H$  的计算式, 并计算出 PREM 地球模型的  $H$  理论值为  $H_{\text{PREM}} = 1/308.5$ , 这与其他人的结果一样, 与观测值之间存在 1% 的差别。为了研究这个差别的来源, 该文将 PREM 模型中均一的上地壳层与海洋层替换为 ECCO、GTOPO30 和 ETOPO5 等真实的地球表层数据, 结果表明替换后得到的  $H$  更加偏离观测值。此结果说明来自于地幔及更深处质量异常引起的正面影响可能要比先前预期的高, 并为地壳均衡理论提供了间接的证据。

**关键词:** 天文地球动力学; 动力学扁率; 内部场理论; 地壳均衡

中图分类号: P542

文献标识码: A

## 1 引 言

全球动力学扁率 ( $H$ ) 是研究地球旋转的 1 个重要物理量。日月岁差、主章动 (18.6 年项) 和倾斜模 (tilt-over mode) 等都和它相关。其定义如下:

$$H = \frac{C - (A + B)/2}{C},$$

收稿日期: 2008-03-06; 修回日期: 2008-03-24

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (10773025, 10633030); 上海市科委资助项目 (06DZ22101, 06ZR14165)

这里  $A$ ,  $B$  和  $C$  是地球的 3 个主轴惯量:

$$\begin{aligned} B &= \int_v (z^2 + x^2) \rho dV, \\ A &= \int_v (y^2 + z^2) \rho dV, \\ C &= \int_v (x^2 + y^2) \rho dV. \end{aligned}$$

式中,  $x$ 、 $y$ 、 $z$  为直角坐标,  $\rho$  为密度,  $\int_v dV$  为体积分。由天文岁差观测,  $H$  的值约为  $1/305.5$ , 但在一阶扁率精度下, 由 PREM 地球模型<sup>[1]</sup> 计算得到的  $H$  值约为  $1/308.8$ <sup>[2]</sup>。本文将讨论两种结果之间存在的 1% 的差别。

很多文章对 PREM 模型的动力学扁率与观测值之间 1% 的差别进行过研究。Defraigne 在 PREM 模型中引入地幔对流可能引起的大尺度质量异常, 发现这样可以得到与观测值一致的理论结果<sup>[3]</sup>。另一个得到广泛接受的观点是这个差别是由地球并不处于流体静平衡态 (hydrostatic equilibrium, 简称 HSE) 而产生的<sup>[4]</sup>。在大时间尺度上, 一个薄弹性岩石层可以对其周围部分产生一个非零的弹性力, 这可导致真实的地球偏离流体静平衡态。Mound 利用粘弹性勒夫数理论研究这个影响, 发现这个薄层可以减小平衡态时的扁率, 换句话说  $H$  与观测值之间的差距应该比原来更大<sup>[5]</sup>。

本文首先在第 2 章中, 依据内部场理论重新计算了在三阶扁率精度下流体静平衡态时地球内部几何扁率剖面。该结果与 Denis(1989)<sup>[6]</sup> 的结果相吻合。在第 3 章中, 利用该几何扁率剖面, 求得三阶扁率精度下的全球动力学扁率。结果表明, 精度的提高减小了  $H_{\text{PREM}}$  和  $H_{\text{obs}}$  之间的差异, 但这个影响是有限的, 远不足以消除所有差异。在 PREM 地球模型中, 海洋和陆地是均一分布的。而真实地球上, 这些层的分布很明显是很不均匀的。这个区别会带来什么样及多大的影响呢? 在第 4 章, 本文选取多个真实的海洋陆地分布数据替代 PREM 模型中相应的质量均匀分布地层后进行了计算, 结果表明替换后所得的所有  $H$  均更加偏离观测值。对以上所有结果, 本文在第 5 章进行了讨论, 并给出结论。

## 2 基于内部场理论计算地球内部几何扁率

流体静平衡态下稳定旋转的分层地球模型有一个很好的性质: 等密度面、等重力势面及等压力面均相互重合。对于缓慢旋转的地球, 其形状略不同于球形, 地球从地心到地表的每一点都可以归算到一个相应的等体积球上。

令  $r$  为旋转对称地球上一点到地球质心的距离,  $s$  为过该点等体积球的半径, 可得:

$$r(s, \theta) = s \left[ 1 + \sum_{n=0}^{\infty} s_{2n}(s) P_{2n}(\cos \theta) \right], \quad (1)$$

式中  $P_{2n}(\cos \theta)$  为勒让德函数,  $\theta$  为该点所处纬度。所以在该点处, 等密度面、等重力势面等

表面的几何扁率  $f$  为

$$f(s) = \frac{a-c}{a} = \frac{r(s, \frac{\pi}{2}) - r(s, 0)}{r(s, \frac{\pi}{2})} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} s_{2n}(s) [P_{2n}(0) - 1]}{1 + \sum_{n=0}^{\infty} s_{2n}(s) P_{2n}(0)} . \quad (2)$$

该点的重力势  $W$  为

$$W(r, \theta) = U(r, \theta) + Z(r, \theta) , \quad (3)$$

式中  $U(r, \theta)$  和  $Z(r, \theta)$  分别表示引力势和离心力势。

将球谐函数的性质代入式 (3) 后, 经过繁杂的推导, 可以将重力势  $W$  表示为

$$W(s, \theta) = \frac{4}{3} \pi G \bar{\rho} s^2 \sum_{n=0}^{\infty} F_{2n}(s) P_{2n}(\cos \theta) , \quad (4)$$

式中  $\bar{\rho}$  为全球平均密度,  $F_{2n}(s)$  是  $s_{2n}(s)$  的函数<sup>[6]</sup>, 例如  $n = 1, 2, 3$  时,  $F_{2n}(s)$  可表示为

$$F_2(s) = \left( -s_2 + \frac{2}{7} s_2^2 + \dots \right) S_0(s_{2n}) + \left( 1 - \frac{6}{7} s_2 + \dots \right) S_2(s_{2n}) + \dots , \quad (5)$$

$$F_4(s) = \left( -s_4 + \frac{18}{35} s_2^2 + \dots \right) S_0(s_{2n}) + \frac{6}{7} \left( -\frac{9}{5} s_2 + \dots \right) S_2(s_{2n}) + \dots , \quad (6)$$

$$F_6(s) = (-s_6 + \dots) S_0(s_{2n}) + \frac{3}{11} (-5s_4 + \dots) S_2(s_{2n}) + \dots . \quad (7)$$

因为在等势面上  $W$  是一个常数, 与  $\theta$  无关, 故:

$$F_{2n}(s) = 0 \quad (n \neq 0) . \quad (8)$$

如果上式取  $n = 1$ , 方程即为克莱劳方程 (一阶扁率精度); 如果取  $n = 2$ , 则为达尔文方程 (二阶扁率精度)。本文取  $n = 3$  即三阶扁率精度方程。将式 (2) 按同样精度截断, 如取三阶扁率精度, 得:

$$f = -\frac{3}{2} s_2 - \frac{5}{8} s_4 - \frac{3}{4} s_2^2 - \frac{21}{16} s_6 - \frac{27}{40} s_2^3 + \frac{1}{4} s_2 s_4 , \quad (9)$$

再将由式 (8) 解得的  $s_{2n}(s)$  代入便可求得相应精度的  $f(s)$ 。

本文将这种方法取三阶扁率精度用于 PREM 地球模型。PREM 模型是一个一维层状模型, 模型中任一点的密度仅与该点所处的半径有关。在地层的分界地带, 密度变化迅速。所以在本文编制的程序中设立有一个自动取计算点的子程序, 该程序确保地层的分界地带计算点分布更密且于地层分界处取双点。

图 1 是本文计算的 PREM 模型扁率剖面, 图中横坐标为平均半径  $s$ , 纵坐标为扁率  $f$  的倒数。由于本文与 Denis(1989)<sup>[6]</sup> 所选取的计算点分布不同, 将本文计算结果线性插值到文献

[6] 中取的那些计算点后, 方可比较。结果比较见图 2( $f$  为本文结果,  $f_D$  为 Denis(1989) 中结果)。图中可以看到不考虑线性插值引起的误差, 这些三阶扁率精度的结果是相互吻合的。

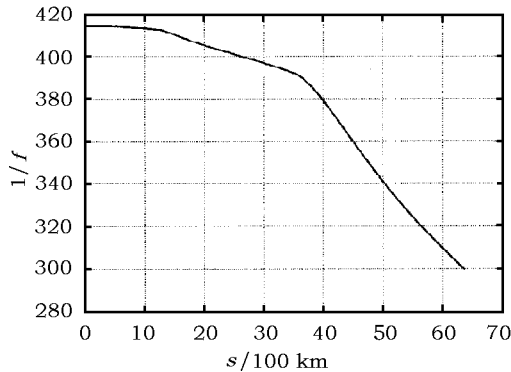


图 1 PREM 模型地球内部扁率剖面结果图

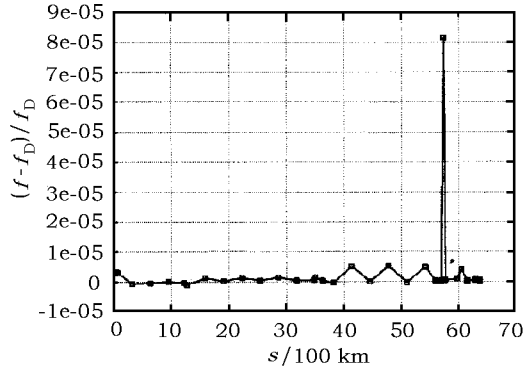


图 2 本文结果与 Denis(1989) 的比较图

### 3 计算三阶扁率精度全球动力学扁率

由主轴惯量  $C$  的定义,  $C$  可表示为

$$C = \int_M r^2 \sin^2 \theta dM = \frac{2}{3} \int_M (1 - P_2) r^2 dM. \quad (10)$$

将式 (1) 代入上式并截断至三阶扁率精度, 得:

$$\begin{aligned} C &= \frac{8}{15} \pi \bar{\rho} R^5 \int_0^1 \delta(x) \frac{d}{dx} \left[ x^5 \left( C_0 - \frac{1}{5} C_2 \right) \right] dx \\ &= \frac{8}{15} \pi \bar{\rho} R^5 \int_0^1 \delta(x) \frac{d}{dx} \left[ x^5 \left( 1 - s_2 + \frac{3}{7} s_2^2 - \frac{8}{7} s_2 s_4 + \frac{44}{105} s_2^3 \right) \right] dx, \end{aligned} \quad (11)$$

式 (11) 和式 (12) 中平均半径  $s$  由无量纲半径  $x$  替代 ( $x = s/R$ ),  $\delta(x)$  为  $x$  点处密度与  $\bar{\rho}$  的比 ( $\delta(x) = \rho(x)/\bar{\rho}$ ),  $C_0$ 、 $C_2$  分别为

$$\begin{aligned} C_0 &= 1 + s_2^2 + \frac{10}{21} s_2^3, \\ C_2 &= 5s_2 + \frac{20}{7} s_2^2 + \frac{40}{7} s_2 s_4 + \frac{2}{7} s_2^3. \end{aligned}$$

式中  $s_{2n}(s)$  可由式 (8) 解得。

同理, 主轴惯量  $A$  为

$$\begin{aligned} A &= \frac{8}{15} \pi \bar{\rho} R^5 \int_0^1 \delta(x) \frac{d}{dx} \left[ x^5 \left( C_0 + \frac{1}{10} C_2 \right) \right] dx \\ &= \frac{8}{15} \pi \bar{\rho} R^5 \int_0^1 \delta(x) \frac{d}{dx} \left[ x^5 \left( 1 + \frac{1}{2} s_2 + \frac{9}{7} s_2^2 + \frac{4}{7} s_2 s_4 + \frac{53}{105} s_2^3 \right) \right] dx, \end{aligned} \quad (12)$$

所以, 对类似 PREM 的  $L-1$  层地球模型, 三阶扁率精度全球动力学扁率可表示为

$$H = -\frac{3}{10} \frac{\sum_{i=1}^{L-1} \left[ \delta(x) C_2(x) x^5 \Big|_{x_i}^{x_{i+1}} + \int_{x_i}^{x_{i+1}} C_2(x) x^5 \frac{d\delta(x)}{dx} dx \right]}{\sum_{i=1}^{L-1} \left[ \left( C_0(x) - \frac{1}{5} C_2(x) \right) \delta(x) x^5 \Big|_{x_i}^{x_{i+1}} - \int_{x_i}^{x_{i+1}} \left( C_0(x) - \frac{1}{5} C_2(x) \right) x^5 \frac{d\delta(x)}{dx} dx \right]}, \quad (13)$$

式中  $x_i$  为第  $i$  层的起点,  $x_1$  为地心处,  $x_L$  为地表处。将 PREM 模型的密度数据和上节得到的  $s_{2n}(s)$  代入计算, 即可得到 PREM 模型的动力学扁率  $H$  为

$$\begin{aligned} C &= 8.0376 \times 10^{37} \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \\ A &= B = 8.0116 \times 10^{37} \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \\ H_{\text{PREM}} &= \frac{C - (A + B)/2}{C} = 0.0032412 \approx \frac{1}{308.53}. \end{aligned}$$

表 1 列出了其他人的结果。表中可以看到, 首先本文的结果与他人基于一阶扁率精度的结果一致; 其次, 本文选取更多的计算点及更高的计算精度, 得到了更精细的扁率剖面, 这使得本文得到的动力学扁率与其他人的有细微的优化; 最后还要看到, 这个优化是很小的, 即便选用再多的计算点和再高的精度, 与观测值 (1/305.5) 之间 1% 差距也无法消除。

表 1 其他动力学扁率结果 (一阶扁率精度)

来源	$H$	$1/H$
文献 [7]	0.0032367	308.96
文献 [8]	0.003237	308.9
文献 [2]	0.0032403	308.61

#### 4 以真实表层数据修正后地球模型的动力学扁率

PREM 模型中海洋和地壳的分布是均一的: 在半径 6356~6368 km 的地层是均一的上地壳 ( $\rho = 2.6 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ), 其上均一的海洋层 ( $\rho = 1.02 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ )。但显然, 真实地球的海洋和陆地分布是不均匀的。这会带来什么样和多大的影响呢? 下面本文首先简要介绍一下诸如 ECCO、GTOPO30、ETOPO5 和 CRUST2.0 等真实地球表层的数据模型, 然后将利用它们替换 PREM 模型中的相应层来研究这个影响。

ECCO 模型全称为 Estimating the Circulation and Climate of the Ocean, 是一组形成于国际海洋合作计划 (NOPP) 的海洋数据, 由喷气推进实验室 (JPL)、麻省理工大学 (MIT) 和史奎普斯海洋研究所 (SIO) 共同维护。ECCO 数据覆盖除纬度高于 72.5 度的所有地区。它将平均海平面至其下 5615 米深处依经度、纬度和深度划分为  $360 \times 247 \times 46$  网格。中低纬度处的网格比高纬度处要密。该数据包含每个网格的温度、压强和盐度。利用海洋学公式, 可计算出每个网格的密度。其官方网页见参考文献 [10]。

GTOPO30 是一个来自于美国地质调查局 (USGS) 的全球数字海拔模型。它覆盖全球, 并将其分为 33 个区块。每个区块又按照  $30'' \times 30''$  划分为网格。数据记录了每个格点到平均海平面的海拔高度。其官方网页见参考文献 [11]。

ETOPO5 是一个来源于 NGDC 以  $5'$  划分网格的海拔数据。与 GTOPO30 不同的是, ETOPO5 还包含水深测量的数据。更多信息请见参考文献 [12]。

CRUST2.0 是一个  $2^\circ \times 2^\circ$  的全球地壳模型 [9]。它将地壳分为冰、水、软沉积、硬沉积、上地壳、中地壳和下地壳等 7 个层面, 记录了每一层的厚度和密度。其官方网页见参考文献 [13]。

表 2 简要总结了以上各数据。

表 2 本文用到的真实模型

	PREM	ECCO	GTOPO30	ETOPO5	CRUST2.0
来源	参考文献 [1]	NOPP	USGS	NOAA	参考文献 [9]
层数	12	46	-	-	8
深度 /km	6371	5.615	0	10.376	70.137
网格大小	-	不均匀	$30'' \times 30''$	$5' \times 5'$	$2^\circ \times 2^\circ$

根据各模型的深度范围, 本文构建了下列以真实地表数据替换后的地球模型:

(1) PREM 去除 5.615 km 深表层 (PREM\_NS\_5) + 真实海洋数据 (ECCO) + 真实地形数据 (GTOPO30);

(2) PREM 去除 10.376 km 深表层 (PREM\_NS\_10) + 真实海洋及地形数据 (ETOPO5);

(3) PREM 去除 70.137 km 深表层 (PREM\_NS\_70) + 真实地壳数据 (CRUST2)。

注意, 在上述真实地表数据模型中, 部分网格的密度没有被提供。所以本文先假设海洋网格的密度为  $1.02 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , 再依据构建后的模型总质量与 PREM 模型相同来计算出非海洋网格的密度。

当然, 真实海洋与陆地产生的引力场将不再和 PREM 模型中均一层产生的引力场那样是对称的了。这使得本文构建的所有模型都不再处于流体静平衡态下, 并且 PREM\_NS\_5 及 PREM\_NS\_10 等模型中来源于 PREM 模型的部分的形状也将有所变化, 进一步导致这些部分的主轴惯量发生改变。

地球的表层是其中最轻的部分。它的质量不到整个地球的 0.1%, 但它是地球的最外层。考虑了真实地层数据后, 本文主要讨论来源于表层质量的不均匀分布的影响。至于内部引力场变化产生的影响, 在计算中没有被考虑。在今后进一步的工作中, 将考虑这些影响。所以, 本文假设构建的模型中 PREM\_NS\_5 及 PREM\_NS\_10 等部分的形状等均与 PREM 模型中的一样。在构建的三个模型中的各个部分的主轴惯量计算完成后, 将它们分别相加即可得到各模型总的主轴惯量, 最后即可得出这些模型各自的动力学扁率。

以上各模型的计算结果请见表 3。结果显示构建的各个模型的动力学扁率较纯 PREM 模型都更为偏离观测值。进一步的讨论及结论请见第 5 章。

表 3 各模型的动力学扁率  $H$  计算结果

模型	$A \times 10^{-37}$ / $\text{kg} \cdot \text{m}^2$	$B \times 10^{-37}$ / $\text{kg} \cdot \text{m}^2$	$C \times 10^{-37}$ / $\text{kg} \cdot \text{m}^2$	$1/H$
PREM(Full)	8.0115651	8.0115651	8.0376170	308.52
PREM_NS_5	7.9966287		8.0226249	
ECCO(KF049f)	0.0132681	0.0128369	0.0125290	
GTOPO30	0.0008458	0.0006980	0.0005578	
PREM+E+G	8.0107426	8.0101637	8.0357116	318.14
PREM_NS_10	7.9788034		8.0047331	
ETOPO5(海平面下)	0.0302578	0.0297138	0.0293896	
ETOPO5(海平面上)	0.0009607	0.0007909	0.0006335	
PREM+ETOPO5	8.0100220	8.0093081	8.0347563	320.22
PREM_NS_70	7.7087284		7.7336553	
CRUST2	0.3008642	0.3008114	0.3017731	
PREM+CRUST2	8.0095926	8.0095399	8.0354284	310.70

## 5 讨 论

在第 3 章, 本文发现更高精度的应用有助于取得更精细的地球内部几何扁率剖面, 并进一步取得更贴近观测值的动力学扁率计算值。但这个帮助是有限的, 远不足以解释两者之间那 1% 的差别。

为了研究真实海洋与陆地对全球动力学扁率的影响, 本文将 PREM 模型中均匀分布的海洋与陆地替换为 ECCO、GTOPO30 等真实的海洋陆地数据进行了计算。表 3 显示的计算结果表明, 地球表层的质量不到整个地球的 0.1%, 但它可令全球动力学扁率由  $1/308.53$  削减至  $1/318.14$  (大约 3%)。这是一个很大的影响, 也是很有可能的。因为动力学扁率不仅与质量的大小有关更与质量的分布有关。地球的表层虽然最轻, 但其处于最外层, 对全球动力学扁率有重大影响。

计算结果中还有一个有趣的现象: 当仅置换地表至平均海平面下 5.615 km 深的地层 (以 ECCO 替代) 时,  $H$  偏离于 PREM 模型值; 当进一步置换至 10.376 km 深 (以 ETOPO5 替代) 时,  $H$  更为偏离; 而当再进一步置换至 70.137 km 深 (以 CRUST2.0 替代) 时,  $H$  开始回升, 比上两个模型均更贴近真实值。地壳均衡学说可以解释这个现象。地壳均衡学说有多个补偿模型, 如普拉特-海福特模型及爱黎-海斯堪宁模型等, 但它们均认为大地水准面上的质量会由大地水准面下存在的某种形式的质量损失而抵消。在大多数补偿模型中都有一个补偿面, 且补偿面均位于大地水准面下。依模型的不同, 补偿面的深度在 30~100 km 不等。当仅置换至 5.615 km 深时, 由于深度未到补偿面, 大地水准面下没有相应的质量损失与其上的质量抵消, 所以真实的海陆分布令  $H$  偏离  $H_{\text{PREM}}$ ; 当置换至 10.376 km 深时, 依旧没有到补偿面,  $H$  进一步偏离; 最后当置换至 70.137 km 深时, 大地水准面下出现质量损失, 令  $H$  由  $1/320.22$  回升至  $1/310.70$ 。所有的补偿模型都是局部性或区域性的, 无法计算其产生的全球影响, 因此本文的计算结果仅为地壳均衡学说提供了间接的证据。而且本文所采用的地壳模型所涉及到的地壳深度在全球的分布并不一致, 因此目前的结果还难以分辨出对具体哪一种模型

更为支持。还要看到, 来自于真实海陆的影响是负的。尽管地壳均衡学说可以解释三个模型之间动力学扁率的差异, 但与观测值之间差异依然存在。这可能表明, 为了抵消真实海陆造成的负的影响, 如地幔对流等引起的地球更深处质量异常等正的影响<sup>[3]</sup> 要比之前预计的要大。

由 PREM 模型的对称性, 本文和文献 [6] 一样将与经度  $\phi$  相关的项省去了。这样尽管真实表层数据已经没有对称性, 但计算得到的模型内部等密度面、等重力势面等依旧是旋转对称的。这样本文的结果略显粗糙。在下一步的工作中, 与经度  $\phi$  相关的项将被考虑进来。式 (1) 被替换为

$$r(s, \theta, \phi) = s \left[ 1 + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n H_n^m(s) Y_n^m(\theta, \phi) \right] . \quad (14)$$

这样再依据广义球谐函数的性质重新推导公式后, 便得三维计算公式, 最终得到更精细的地球内部剖面及动力学扁率。这其中推导公式的过程相当繁琐, 从推导的结果多达数千页而可见一斑。目前依靠计算机的帮助, 公式推导已经完成, 计算程序尚在调试当中。详细的推导、计算及结果分析将在后续文章中一一呈现。

### 参考文献:

- [1] Dziewonski A M, Anderson D L. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 1981, 25: 297
- [2] Dehant V, Capitaine N. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 1997, 65: 439
- [3] Defraigne P. *Geophysical Journal International*, 1997, 130: 47
- [4] Denis C, Rogister Y, Amalvict M, et al. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 1997, 99: 195
- [5] Mound J E, Mitrovica J X, Forte A M. *Geophysical Journal International*, 2003, 152: 237
- [6] Denis C. *Physics and Evolution of the Earth's Interior*. Amsterdam: Warszawa and Elsevier, 1989, 111
- [7] Mathews P M, Buffett B A, Herring T A, et al. *Journal of Geophysical Research*, 1991, 96: 8219
- [8] Denis C, Rogister Y. *Proc. Journées Systemes de Reference, Observatoire de Paris, France*, 1994, 213
- [9] Chulick G S, Mooney W D, Detweiler S. 2002 American Geophysical Union, Fall Meeting, AGU, 2002: 1108
- [10] <http://www.ecco-group.org/>, 2008
- [11] <http://edc.usgs.gov/products/elevation/gtopo30/gtopo30.html>, 2008
- [12] <http://www.ngdc.noaa.gov/mgg/global/etopo5.html>, 2008
- [13] <http://mahi.ucsd.edu/Gabi/rem.dir/crust/crust2.html>, 2008

## The Contribution of the Upper Crust to Global Dynamic Flattening

LIU Yu<sup>1,2</sup>, HUANG Cheng-li<sup>1</sup>

(1. Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Science, Shanghai 200030, China; 2. Graduate University of the Chinese Academy of Science, Beijing 100039, China)

**Abstract:** Global dynamic flattening ( $H$ ) is an important parameter in the study of the Earth rotation. Precession observations give  $H_{\text{obs}} = 0.0032737 \approx 1/305.5$ . The geometrical flattening ( $f$ ) profile of the Earth interior is recalculated from potential theory in hydrostatic equilibrium (HSE) state, and the results coincide with that of Denis(1989). In this paper,  $H$  expression has



been derived to third-order accuracy, and the value of  $H$  obtained from PREM earth model is  $1/308.5$ . This coincides with other similar works, in all of which there is a difference about 1% between them and the observed value.

In order to study where the difference come from, the homogenous upper crust and oceanic layers in PREM are replaced by some real surface layers data, such as oceanic layer (ECCO model), topography data (GTOPO30 model), crust data (CRUST2.0 model) and mixed data (ETOPO5 model). According to the depth range of each model, three Earth models have been constructed with real surface data from PREM, ECCO, GTOPO30 and so on. Our attention is focused on the effect from non-uniform distribution of mass in the real surface layer, while the effect from the change of the gravitational field inside the Earth is ignored in our calculation. So, it is simply assumed that the shapes of the equipotential and equidensity surfaces in our new constructed models are as the same as in PREM.

From results of the dynamic flattening of each model, the mass of surface layers is less than 0.1% of the whole Earth, but the real surface layers can reduce the global dynamic flattening from  $1/308.53$  to  $1/318.14$  (about 3%). It is really a large effect and related to the fact that dynamic flattening is associated with not only how much the mass is but also how the mass distributed. The surface layers is the outermost layer of the Earth and plays an important role.

If the surface layers are replaced from the surface to 5.615 kilometers under the mean sea level (ECCO),  $H$  deviates from that of PREM. When the surface layers are replaced deeper till 10.376 kilometers under the mean sea level (ETOPO5),  $H$  deviates more. But when go further till 70.137 kilometers under the mean sea level, the value of  $H$  is being enlarged and deviates less than that of above two models. The isostasy theory maybe can explain why this happened. There are several compensation models in isostasy theory. All of them thinks that the mass above the geoid will be counteracted by the loss of mass under geoid with some kinds. There is a compensation level in most compensation models. The compensation level is under geoid and the depth of it is assumed from 30 kilometers to 100 kilometers for different models. When it is replaced that the volume from surface to 5.615 kilometers depth, there is no mass loss under the geoid to counteract the mass above the geoid, so the real lands distribution makes  $H$  deviate from  $H_{\text{PREM}}$ . When it goes further to 10.376 kilometers depth, there is still no mass loss under the geoid, because the depth we replaced is not reach the depth of compensation level, things become more serious. But when it reaches 70.137 kilometers depth, mass loss under the geoid and counteracting effect appear, and it drags back  $H$  from  $1/320.22$  to  $1/310.70$ . Although the theory of isostasy can explain the difference among three models, there is still a difference between the calculated value and the observed value.

**Key words:** astro-geodynamics; dynamic flattening; potential theory; isostasy