

文章编号: 1000-8349(2008)03-0288-08



高精度守时对原子钟性能的要求

王正明

(中国科学院 国家授时中心, 西安 710600)

摘要: 该文根据 NTSC 20 多台原子钟的 $ADEV$ 和 $HDEV$ 的分析、BIPM 发表的 TAI 系统中原子钟的速率公报和权重报告, 讨论了在高精度守时系统中对原子钟频率稳定度的要求。建议用 $\tau \approx 30$ d 铯钟的 $ADEV$ 和氢钟的 $HDEV$ 至少达到 $1E-14$ 来作为一个钟能否用于高精度守时的判断标准。

关键词: 原子钟; 守时; Allan 偏差; Hadamard 偏差

中图分类号: P111.44, TN965 **文献标识码:** A

1 前 言

随着我国航天事业及相关领域科学技术的日益发展, 对标准时间服务的要求越来越高, 对国产原子钟的要求也越来越高。目前中国科学院上海天文台 (SHAO) 是国内唯一实现高精度原子钟商品化生产的单位, 他们研制的几十台氢原子钟已经装备到国内的计量、科研和罗兰-C 导航等部门, 发挥了相当重要的作用。近几年来, SHAO 正在不断改进技术和工艺, 希望能早日研制出能用于高精度守时的氢原子钟, 相关的用户也对 SHAO 提出了相应的要求。

原子钟生产厂家给出的技术指标一般是采样间隔 (τ) 为秒级到 1 d 的频率稳定度, 几乎没有给出采样间隔 $\tau \geq 2$ 天的频率稳定度指标。目前国外生产的高性能铯钟 (例如 Agilen 5071A) 的秒稳一般为 10^{-12} 量级、天稳为 $(2\sim 3)\times 10^{-14}$, 高性能氢钟 (例如 Symmetricom 公司的产品) 的秒稳一般为 10^{-13} 量级、天稳为 $(2\sim 3)\times 10^{-15}$ 。2004 年末 SHAO 为中国科学院国家授时中心 (NTSC) 研制的 2 台氢原子钟在出厂前的测试阶段秒稳和天稳也能接近上述指标, 这样的氢钟是否能用于守时? 原子钟究竟达到什么样性能才能满足高精度守时的需求呢? 本文拟在分析 NTSC 现有的 19 台 Agilen 5071A 铯原子钟、2 台 Symmetricom 的氢原子钟和 SHAO 研制的 3 台氢原子钟的性能的基础上, 结合国际原子时 TAI 系统中原子钟的权重和 NTSC 地方原子时计算的实践, 提出一些初步意见, 希望能就此引起讨论, 为提出我国高精度守时型原子钟的指标要求提供一些依据。

收稿日期: 2007-10-06; 修回日期: 2008-02-26

2 高精度守时

任何一个钟都会受到各种各样的误差因素的影响而不可能是绝对准确的。自从国际通用的时间系统从天文时改变为原子时以来, 作为时间服务的各地时间实验室的守时任务也就成为把一组原子钟所产生的时间信号通过各种技术和手段 (包括硬件和软件) 综合起来, 产生并保持一个具有高准确度的时间尺度。一个时间尺度的准确度总是相对于某个标准时间尺度而言的。各地的时间实验室 (代码为 k) 也就必须产生和保持 UTC 在本实验室的物理实现 $UTC(k)$, 实时地为用户提供接近于 UTC 的标准时间信号。众所周知, TAI 或者 UTC 都不是实时的、物理实现的时间信号, 而是事后的以 $TAI - TA(k)$ 、 $UTC - UTC(k)$ 的形式发表的时间尺度, 为了保证实时的 $UTC(k)$ 尽可能接近 UTC , 必须由实验室的原子钟组自行产生一个稳定度较高的时间尺度 $TA(k)$ 作为 $UTC(k)$ 控制的参考, 所以钟组中原子钟的性能是守时工作质量的关键因素之一。

我们根据实践得出的经验是, 高精度守时通常更多的考虑原子钟频率的中长期稳定度 ($\tau > 1$ d), 而不太考虑其秒级稳定度或 $\tau \leq 1$ d 采样间隔的频率稳定度。对于由一批原子钟形成的原子时尺度 $TA(k)$ 而言, 单个钟的短期频率噪声在很大程度上互相抵消了, 人们更多地考虑 $TA(k)$ 的 $\tau \geq 5$ d 的频率稳定度; 对于 $UTC(k)$ 的频率驾驭来说, 我们通常每天根据 $UTC(k)$ 的频率源相对于 $TA(k)$ 的频率变化的分析, 通过主钟系统中的相位微调仪对 $UTC(k)$ 的频率作相应的调整。因此一般会着重考虑 $UTC(k)$ 的频率源 $\tau \geq 1$ d 的频率稳定度。

3 振荡器频率稳定度的在时域中的描述

在时间频率专业术语中, 人们熟知用 Allan 方差 (包括修正的 Allan 方差) 在时域中衡量振荡器的频率稳定度。在讨论高精度守时问题时, 我们同样关心原子钟的 Allan 方差, 但因为我们着重考虑 $\tau \geq 1$ d, 因此不必多考虑修正的 Allan 方差。另外对于像大多数氢原子钟那样有明显的频率长期漂移的振荡器, 能否用作为守时钟呢? 回答这个问题, 我们就应该考虑 Hadamard 方差。这里我们给出了 Allan 方差和 Hadamard 方差的计算公式。

Allan 方差:

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2(M-1)} \sum_{i=1}^{M-1} [y_{i+1} - y_i]^2, \quad (1)$$

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2(N-2)\tau^2} \sum_{i=1}^{N-2} [x_{i+2} - 2x_{i+1} + x_i]^2. \quad (2)$$

Hadamard 方差:

$$H\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{6(M-2)} \sum_{i=1}^{M-1} [y_{i+2} - 2y_{i+1} + y_i]^2, \quad (3)$$

$$H\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{6\tau^2(N-3)} \sum_{i=1}^{N-3} [x_{i+3} - 3x_{i+2} + 3x_{i+1} - x_i]^2. \quad (4)$$

从公式可以看出, Allan 方差涉及的是振荡器相对频率的一阶差, 而 Hadamard 方差涉及的是振荡器相对频率的二阶差。Hadamard 方差对于 Flicker Walk FM 和 Random Run FM 噪声是收敛的^[1]。式中的 x_i 和 y_i 分别表示振荡器的相位时间和相对频率值 (相位时间的一阶差), 第 i 个数据点和第 $i+1$ 个数据点之间的间隔为采样间隔 τ 。 M 为 y_i 的数据点个数, $N = M + 1$ 。通常用平方来表示方差, 而 Allan 偏差和 Hadamard 偏差则分别用 $ADEV$ (或 $\sigma_y(\tau)$) 和 $HDEV$ (或 $H\sigma_y(\tau)$) 表示。

4 BIPM 计算 TAI 的计权方法^[2]

目前国际上尚未有统一的评论一个原子钟是否能用于守时的标准, 而且能否守时取决于人们对于一组钟所产生的时间尺度 $TA(k)$ 的稳定性要求。为了讨论这个问题, 本文以 TAI 作为一个统一的参考时间尺度, 以一个原子钟在 TAI 系统中能够获得多大的权重来进行分析。BIPM 在计算 TAI 时对参加计算的原子钟计权是取各钟连续 12 个月每月相对于 TAI 的月速率的标准方差的倒数, 公式如下:

$$\sigma_k^2 = \frac{M}{12} \frac{\sum_{i=1}^M (y_i - y_a)^2}{M-1}, \quad (5)$$

$$W_k = \frac{\frac{1}{\sigma_k^2}}{\sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{\sigma_k^2}\right)}. \quad (6)$$

σ_k 为钟 k 月速率的标准方差, 计算标准方差采用包括当月 (第 M 月) 和相邻的前面连续 11 个月的速率, y_i 是第 i 月的速率, y_a 是 M 个月的速率平均。当一个新启用的钟连续数据不到 12 个月时, 至少要有 5 个月的连续数据, 因此 (5) 式中的 M 为钟 k 连续数据的月数, 且 $M \geq 5$ 、 $M \leq 12$ 。 TAI 计算中采用相对权, (6) 式给出了钟 k 在第 M 个月在 TAI 权系统中的相对权重值。在 TAI 的实际计算中还具体考虑许多细节问题, 在此不一一详述。

从上面的介绍中可以看出, TAI 目前的计权方法存在一个问题, 即对于那些有相当稳定的速率漂移 (包括很有规律的速率一次项及二次项) 的钟, 它们所获得的权重是很低的。从图 1 可以清晰地看到这一点。HM##### 12 个月的 y_a 约为 1.5 ns/d, 第一个月和第 M 个月的 $(y_i - y_a)$ 绝对值可达 7 ns/d, 但 y_i 呈现非常好的线性变化, 月速率相对于拟合直线之差的最大绝对值约为 1 ns/d。虽然 Cs##### 的速率没有明显的长期漂移, 但月与月之间变化较大, 12 个月的 y_a 约为 0.5 ns/d, $(y_i - y_a)$ 最大绝对值约为 3 ns/d。按 (5) 式计算 HM##### 的 σ_k 显然会比 Cs##### 的 σ_k 大得多。因此这样的取权原则一方面会影响 TAI 的稳定度, 同时没有充分利用氢原子钟, 实际上这些氢钟中多数具有相当有规律的速率漂移。这种情况可以从 BIPM 发表的公报中清楚地看到, 我们统计了 2007 年 6 月参加 TAI 计算的 71 台氢钟和 218 台 HP5071A 铯钟的取权情况, 列于表 1。另外我们以同期的 4 个钟的情况为例来说明这样取权的不合理性, 见表 2, 表中 2 台氢钟的 σ_k 是扣除了 2006 年 7 月 ~ 2007 年 6 月共 12 个月

的速率线性漂移后计算得到的。因此我们在下面有关对守时钟性能要求的讨论中,一方面考虑钟在 *TAI* 系统中所获得的权重,另一方面也顾及钟的速率呈有规律的稳定的长期漂移。

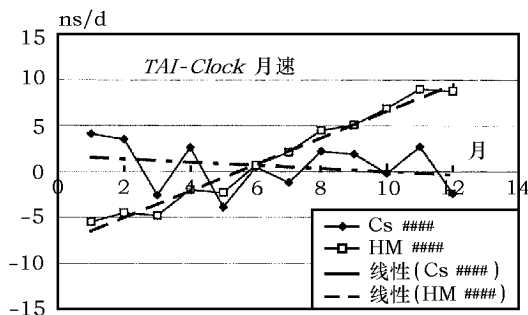


图 1 有线性频率漂移的钟和频率短期波动明显但没有长期漂移的钟的速率比较

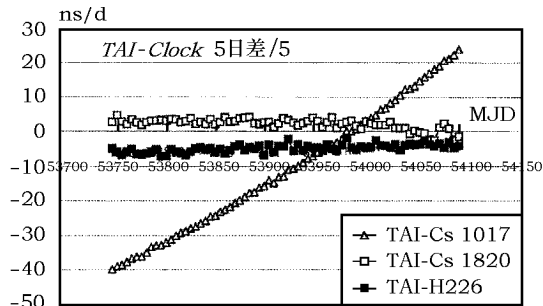


图 2 3 个钟相对于 *TAI* 每 5 d 的速率变化曲线

表 1 2007 年 6 月参加 *TAI* 计算的原子钟不同取权范围内钟的个数统计

	权重 $\leq 0.05\%$	$0.05\% < \text{权重} \leq 0.2\%$	$0.2\% < \text{权重} \leq 0.5\%$	$0.5\% < \text{权重}$
氢钟	44	13	4	10
5071A 铯钟	48	44	49	77

表 2 以 2007 年 6 月参加 *TAI* 计算的 4 台原子钟为例说明氢钟和铯钟不同的获权情况

实验室	钟类型	钟号	$\sigma_k / \text{ns} \cdot \text{d}^{-1}$	所获权重 /%
NIST	氢	203	0.146	0.011
NIST	铯	408	0.537	0.551
NTSC	氢	227	0.557	0.000
NTSC	铯	2144	0.687	0.449

5 满足高精度守时要求的原子钟

我们采用 NTSC 19 个 5071A 铯钟 (Cs)、2 个 Symmetricom 氢钟 (HM) 及 3 个上海天文台研制的氢钟 (HM)2006 年全年相对于 *UTC*(NTSC) 的相位差, 换算到每个钟相对于 *TAI* 每 5d 的相位差数据序列, 即 *TAI-Clock*, 再计算每个数据序列相邻 5 d 的差 (称为 5 日差) 除以 5, 即得到每个钟相对于 *TAI* 的每 5d 的速率变化曲线, 其中 3 个钟的速率变化曲线见图 2。

5.1 典型铯钟和氢钟的 ADEV 和 HDEV 曲线

我们用每个钟相对于 *TAI* 每 5 d 的相位差数据序列分别计算各个钟的 ADEV 和 HDEV, 采样间隔 τ 为 5~60 d, 步进 5 d。与图 2 相应的 3 个钟的 ADEV 曲线和 HDEV 曲线分别见图 3 和图 4。

由图 2、图 3 可以明显看出 HM226 速率短期波动很小, 因此在 $\tau = 5\text{d}$ 的采样间隔上的 ADEV 小于 2 个 Cs 钟, 但有明显的频率漂移, $\tau \geq 10\text{d}$ 时 ADEV 明显大于 Cs。图 3 中 2 个

铯钟的 $ADEV$ 曲线是典型的铯钟 Allan 偏差曲线, 在 $20 < \tau < 70$ d, 铯钟表现出以 random walk frequency modulation 为主导的噪声类型^[3], 从图中看出 $\tau \approx 35$ d 时 $ADEV$ 达到曲线的平坦底部 (flat floor)。过去在时间传递技术精度较低、Cs 原子钟为 HP5061 为主的情况下, BIPM 采用 60 d 作为一个计算间隔, 以一年 6 个 $TAI-Clock$ 的速率 (每 2 个月一个值) 计算钟的权重, 以上一个 $TAI-Clock$ 的速率作为当月的速率预报值。从 1996 年开始改为每月计算一次, 以前个月 $TAI-Clock$ 的速率作为当月的速率预报值。这和 $\tau \approx 35$ d 时 $ADEV$ 达到曲线的平坦底部是相应的。对于任何一个时间实验室, 计算 $TA(k)$ 也需要考虑同样的问题。因此从获得高稳定度的原子时尺度的角度出发, 我们应该着重考虑原子钟的月稳定度。

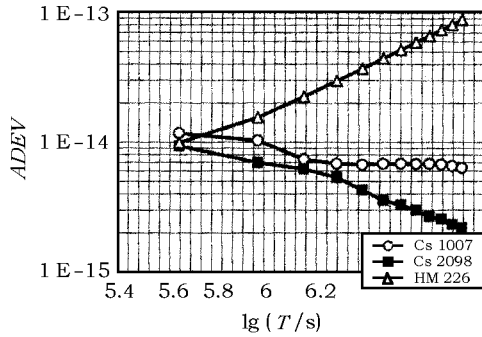


图 3 3 个钟相对于 TAI 的 $ADEV$ 曲线

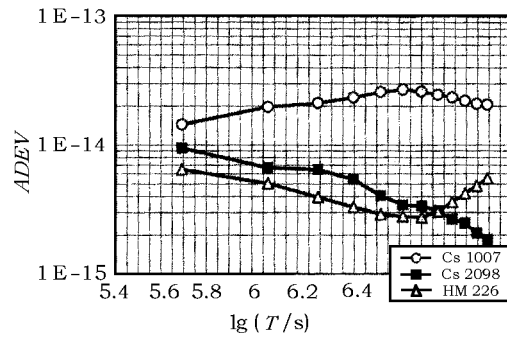


图 4 3 个钟相对于 TAI 的 $HDEV$ 曲线

由图 3 和图 4 可以看出, 尽管 HM 226 的 $ADEV$ 在 $\tau \geq 10$ d 时 $ADEV$ 明显大于 Cs, 但是在 $\tau \leq 35$ d 时 $HDEV$ 却明显小于 Cs, 这正说明这样的氢钟有稳定的频率偏差漂移, 而且在 $\tau \approx 30$ d 时 $HDEV$ 曲线达到平坦底部。因此, 采用 $\tau \approx 30$ d 的计算间隔, 用线性拟合方法计算上一个 30 d 氢钟的速率变化, 作为当前计算的 30 d 氢钟速率变化的预报值, 在计算原子时尺度时扣除这种速率变化后, 再考虑权重的计算应该是有效的。

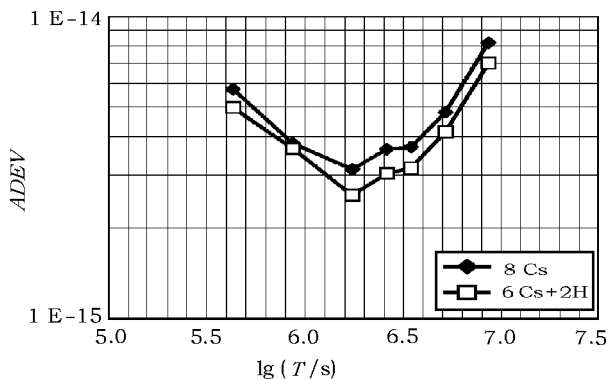
5.2 在计算 $TA(k)$ 时扣除氢钟频率漂移的试算实例

我们动态地根据前一段时间 (1~2 个月) 氢钟 (HM) i 的 $TA'(NTSC)-HM_i$ 的速率线性变化率 d_i 来预报所需计算时间段 (1 个月) 该钟的速率变化, 在计算权重时采用扣除了由于 d_i 引起的速率变化后的月速率, 而计算 $TA'(NTSC)$ 则采用公式:

$$z_t = z_{t_0} + \sum_i W_t(i) \left[x_t(i) - x_{t_0}(i) - r_i(t - t_0) - d_i(t - t_0)^2/2 \right], \quad (7)$$

式中 $z_t = [UTC(NTSC) - TA'(NTSC)]_t$, 即计算得到的 t 时刻的值, 下标 t_0 为本计算时间段的起始时刻, $x(i) = UTC(NTSC) - Clock(i)$, r_i 为本计算时间段的起始时刻钟 i 的速率。

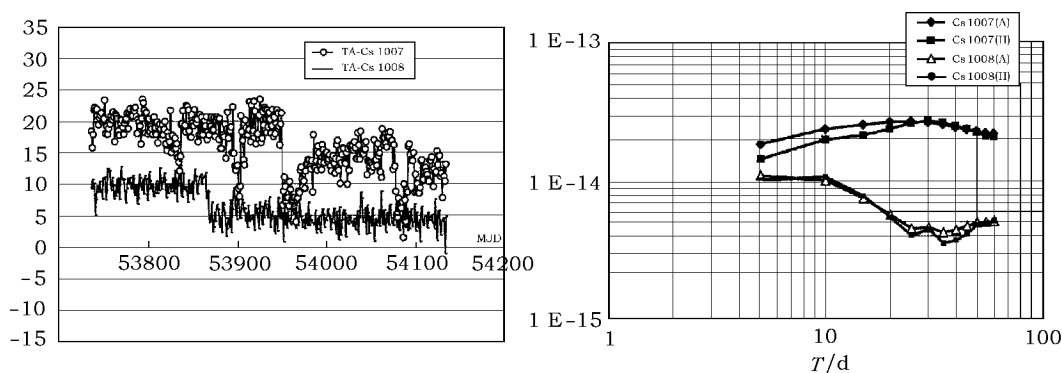
我们用了同时期的 8 个铯钟数据和用其中同样的 6 个铯钟加上 2 个 Symmetricom 氢钟的数据试算了两套原子时间尺度 $TA(8Cs)$ 和 $TA(6Cs+2H)$ 。它们相对于 TAI 的相位时间差的 $ADEV$ 数据和曲线见表 3 和图 5。从表 3 数据值可以看出在不同的采样间隔上 $TA(6Cs+2H)$ 的频率稳定度基本上都比 $TA(8Cs)$ 高半个数量级。本试算实例说明, 只要我们采用适当的原子时计算方法, 可以大大发挥具有稳定频偏漂移的氢钟的守时作用, 同时提高地方原子时的长期和短期稳定度。

图 5 $TAI-TA(8Cs)$ 和 $TAI-TA(6Cs+2H)$ 的频率稳定度表 3 $TAI-TA(8Cs)$ 和 $TAI-TA(6Cs+2H)$ 的频率稳定度 ($ADEV$)

采样间隔 (τ/d)	采样间隔 (τ/s)	$ADEV \times 10^{15}$	
		$TAI-TA(8Cs)$	$TAI-TA(6Cs+2H)$
5	432 000	5.73	4.98
10	864 000	3.80	3.65
20	1 728 000	3.12	2.56
30	2 592 000	3.64	3.02
40	3 456 000	3.70	3.15
60	5 184 000	4.81	4.15
100	8 640 000	8.19	6.99

5.3 $ADEV$ 与 $HDEV$ 的比较

我们把 NTSC 19 个铯钟和 5 个氢钟的 $ADEV$ 和 $HDEV$ 曲线进行了比较, 图 6 和图 7 分别给出了 2 台铯钟和 2 台氢钟的情况作为例子。我们以 NTSC 十多个铯钟数据的等权平均形成的一个较稳定的时间尺度 TA 作为参考, 来分析这些钟的速率变化情况。在图 6 和图 7 中, 左图是 $TA-Clock$ 的日差曲线, 右图是 $ADEV$ (标记为 A) 和 $HDEV$ (标记为 H) 曲线。从图中可以看出, 不管铯钟的速率波动呈什么情况, 只要它们的速率没有明显的长期

图 6 两个铯钟的速率变化和 $ADEV$ 、 $HDEV$ 曲线

漂移, 各个钟的 $ADEV$ 和 $HDEV$ 曲线非常接近。图 7 说明有长期速率漂移的氢钟的 $ADEV$ 和 $HDEV$ 曲线的差异很大。图 7 中 HM 45 是一台 SHAO 研制的氢钟, 它的长期速率漂移小于 HM 226, 但速率波动很大, $\tau \geq 30$ d 时, HM 45 的 $ADEV$ 比 HM 226 的 $ADEV$ 小, 而在所有采样间隔上, HM 226 的 $HDEV$ 都远远小于 HM 45。

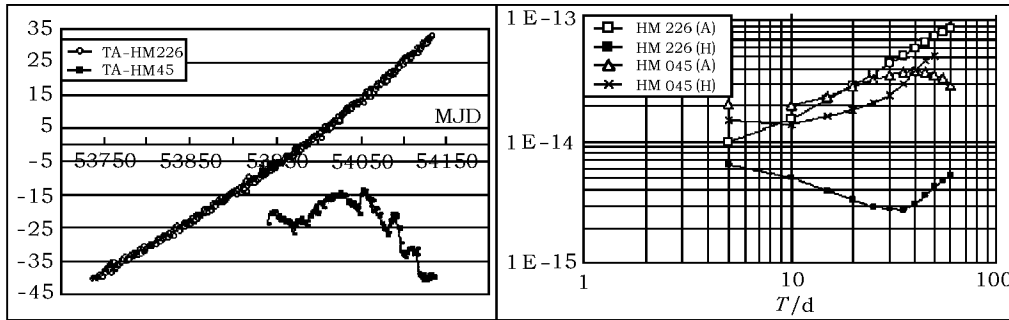


图 7 两个氢钟的速率变化和 $ADEV$ 、 $HDEV$ 曲线

5.4 判断原子钟是否满足守时钟要求的衡量原则的建议

根据上述分析, 以及 BIPM 在计算 TAI 时给各钟分配权重^[4]的统计分析, 我们建议在判断或鉴定一个钟是否满足守时要求时, 应该经过约一年的长期运转, 取得足够的数后, 铯钟以 $\tau \approx 30$ d 的 $ADEV$ 为依据、氢钟以 $\tau \approx 30$ d 的 $HDEV$ 为依据。

表 4 由 BIPM 速率和权重公报统计的钟的速率波动 $\sigma(\tau \approx 30\text{d})$ 和所获得权重的大致关系

$\sigma_k/\text{ns} \cdot \text{d}^{-1}$	相应的 $ADEV$	相对权重统计结果 /%
1.2	$7.85\text{E}-15$	0.1
0.55	$3.55\text{E}-15$	0.5
0.4	$2.74\text{E}-15$	1.0

根据 BIPM 发表的 2006 年钟的速率和权重公报, 我们统计了由 (5) 式所计算的 σ_k 和各钟所获得的权重大致关系如表 4 所示。表中给出的“相应的 $ADEV$ ”是根据原子钟呈现 random walk frequency modulation 时, 速率波动的标准方差等于 3 倍 Allan 方差而推算的。由此可以得出结论, 当一个钟没有明显长期速率漂移时, 可以由表 2 根据 $\tau \approx 30$ d 的 $ADEV$ 或 $HDEV$ 来估计它可能在 TAI 系统中获得的权重。我们认为在当前原子钟的统计水平上, 一个能满足高精度守时的原子钟, 在 TAI 系统中至少应该能获得约为 0.1% 的权重, 其 $ADEV(\tau \approx 30$ d) 应该优于 $7.85\text{E}-15$, 至少应该优于 $1\text{E}-14$ 。对于有长期速率漂移的氢钟而言, 必须考虑 $HDEV$ 。由图 4 可以看出, 一个速率漂移很稳定的氢钟的 $HDEV$ 在 $\tau \approx 30$ d 时优于好的铯钟的 $HDEV$, 图 6 又说明了铯钟的 $HDEV$ 和 $ADEV$ 在相同的 τ 值时数值上是接近的。因此我们仍然可以用表 4 的数值来加以判断。即一个能满足高精度守时的原子钟, 在 TAI 系统中至少应该能获得约为 0.1% 的权重, 其 $HDEV(\tau \approx 30$ d) 应该优于 $7.85\text{E}-15$, 至少应该优于 $1\text{E}-14$ 。

表 5 给出用 NTSC 24 个原子钟 2006 年全年数据计算的采样间隔为 30 d 的 $HDEV$, 从中可以看出这些钟的大致情况。其中 Cs1007、Cs 1823、Cs 2141 频率波动较大; Cs 1018 铯束

耗尽; HM45、HM46、HM03 是 SHAO 研制的氢钟。这些钟应该说尚不能满足高精度守时工作的需求。

表 5 NTSC 的原子钟 2006 年采样间隔为 30 天的 *HDEV*

Cs 1007	Cs 1008	Cs 1011	Cs 1016	Cs 1017	Cs 1018	Cs 1818	Cs 1820
2.69E-14	4.47E-15	1.11E-13	4.46E-15	5.03E-15	3.23E-13	3.66E-15	3.89E-15
Cs 1823	Cs 2096	Cs 2098	Cs 2131	Cs 2141	Cs 2142	Cs 2143	Cs 2144
2.08E-14	6.16E-15	3.43E-15	2.05E-14	2.93E-15	3.22E-15	5.45E-15	5.45E-15
Cs 2145	Cs 2146	Cs 2147	HM 03	HM 045	HM 046	HM 226	HM 227
3.10E-15	4.42E-15	4.30E-15	1.28E-14	2.40E-14	2.66E-13	2.80E-15	3.01E-15

参考文献:

- [1] USER MANUAL Stable32 Frequency Stability Analysis. <http://www.wriley.com/datasht4.htm>, 2007
- [2] Thomas C, Azoubib J. *Metrologia*, 1996, 33: 227
- [3] Thomas C. *Handbook Selection and Use of Precise Frequency and Time Systems*, Geneva: ITU, 1997: 121
- [4] BIPM, RELATIVE WEIGHTS (IN PERCENT) OF THE CLOCKS FOR INTERVALS OF ONE MONTH ENDING AT THE GIVEN DATES, Jan.—Dec., 2006, <ftp://62.161.69.5>
- [5] BIPM, MONTHLY RATES OF TAI-CLOCK FOR INTERVALS OF ONE MONTH ENDING AT THE GIVEN DATES, Jan.-Dec., 2006, <ftp://62.161.69.5>

The Performance Requirement for Atomic Clocks in high Precision Time Keeping

WANG Zheng-ming

(National Time Service Center, Chinese Academy of Sciences, Xi-an 710600, China)

Abstract: With the analysis of ADEV and HDEV for NTSC's more than 20 atomic clocks as well as the BIPM publications of rate and weight, the usability of a clock in high precision time keeping is discussed. The weighting method used in TAI calculation is briefly introduced and its disadvantage is discussed. The way used in TAI calculation to evaluate the quality of a clock is only suitable for a clock without long frequency drift such as cesium clocks (Cs) but not suitable for a hydrogen maser (HM) which is of very small short frequency variation and regular long frequency drift, which may be endowed with high weight in the calculation of atomic time scales as long as an appropriate algorithm is used. The statistic analysis of weights endowed to Cs and HM in TAI calculation is given in this paper which shows that most of the HM don't have contribution to TAI. Therefore, there should be a better method to evaluate quality of atomic clocks for time keeping. It is recommended that HDEV should be used to show whether a clock, especially a HM, could make contribution to high precision timekeeping, and our recommended criterians are that the value should reach at most less than $1E-14$ of ADEV for a Cesium clock and HDEV for a maser with the sample time, $\tau \approx 30$ d, if a clock could be used in time keeping.

Key words: atomic clock ; time keeping ; Allan deviation ; Hadamard deviation