

文章编号: 1000-8349(2008)02-0155-20



岁差模型研究的新进展 — P03 模型

金文敬

(中国科学院 上海天文台, 上海 200030)

摘要: 简述了岁差 P03 模型提出的背景情况; 指出 IAU1976 岁差模型的缺陷, IAU 2000A 岁差和章动模型中虽有改进但仍不完善; 对 IAU2006 岁差模型 (即 Capitaine 提出的 P03 模型) 作了介绍, 并将其与其他岁差模型 L77、B03 和 F03 进行了比较; 述及 GCRS 至 ITRS 的 2 种表达方法: 基于春分点的岁差和章动旋转角方法和运动参考架 CIO 的 X 、 Y 、 s 的方法; 给出了 CIP 和 CIO 位置确定的各种方法以及其精度; 最后叙述了 20 世纪 IAU 采用的岁差 - 章动模型和 IAU 天文常数工作组的有关情况, 给出了在惯性参考架中“非旋转原点”的运动。

关键词: 天体测量学; 岁差模型; 运动参考架; 天文学常数

中图分类号: P129 **文献标识码:** A

1 岁差 P03 模型提出的背景

公元前 2 世纪, 希腊天文学家依巴谷发现了地球自转轴以 $50''/a$ 速率绕黄极旋转的岁差现象。4 500 年前地球自转轴指向天龙 α 星, 由于岁差现象, 现在它指向北极星, 12 000 年后它将指向天琴座织女星; 同时, 春分点在 25 800 年内沿着黄道移动一周, 现在春分点在双鱼座, 并正逐渐向宝瓶座靠近。人们早就知道, 由日月对地球赤道隆起部分的引力矩产生了日月岁差, 而行星摄动引起黄道面的运动称为行星岁差。行星岁差使黄赤交角 ε 在 $21^{\circ}55' \sim 28^{\circ}18'$ 之间变化, 周期为 40 000 年, 现在 ε 以 $0.47''/a$ 的速率减少。由于地球并非刚体, 而是包含海洋和大气、形状微椭且旋转对称的、处于非流体静平衡态的粘弹性体, 在岁差上叠加了许多周期振动, 即章动, 其最长的周期为 18.6 a, 振幅约 $9.2''$ 左右, 1748 年英国天文学家 Bradley 观测到了此现象。为了观测天象、归算观测资料 and 将各种观测资料相互比较都需用岁差和章动模型把天体的位置化算至同一历元。

收稿日期: 2007-06-05; **修回日期:** 2007-09-05

基金项目: 国家自然科学基金项目 (10333050 和 10373021); 上海市科学技术委员会课题 (06DZ22101); 中国科学院知识创新重要方向项目 (KJCX2-SW-T1)

随着观测精度的提高,岁差模型也在不断改进。2000年,岁差采用 Lieske IAU 1976 模型(L77)^[1],2003年采用 IAU 2000 岁差-章动模型。它是采用 MHB 2000 章动模型^[2,3]和 L77 岁差速率改正值,并不符合力学理论。L77 模型有以下 7 点缺陷:

- 1) 与实际 VLBI 观测不符,在黄经和倾角方向分别有 -3 mas/a 和 -0.25 mas/a 的误差;
- 2) 由 LLR 和行星观测可知 J 2000.0 时倾角有 $0.04''$ 的误差;
- 3) 黄道的 Newcomb 解和行星质量引起的行星岁差误差为 $0.002''/\text{百年}$,所以应用最新的分析解和采用值替代;
- 4) 与 MHB 2000 章动模型不匹配。一个世纪后,岁差表示式的系数精度为 0.1 mas ,而 MHB 2000 章动模型幅度的精度为 $0.1 \mu\text{as}$;
- 5) 与测地岁差长期项精度 $0.01''/\text{百年}$ 不匹配;
- 6) 在表示式中只展开至 t 的 3 次项;
- 7) 黄道的定义是旋转的。

2003 年前后 Bretagnon 等人^[4]、Capitaine 等人^[5]、Fukushima^[6]以及 Harada 和 Fukushima^[7]分别提出了 4 个高精度的岁差理论和黄道定义^[8],IAU 岁差和分点工作组建议采用 2003 年 Capitaine 等人提出的岁差理论模型 P03,也称为“IAU 2006 岁差模型”。2006 年第 26 届 IAU 大会决议^[5,9]指出:从 2009 年 1 月 1 日起 P03 模型将替代 2003 年 1 月 1 日启用的 IAU 2000 岁差和章动模型,并采用了 Fukushima 的建议,把沿用百年的学术用语“日月岁差”和“行星岁差”也将改用为“赤道岁差”(指地球、月球和太阳之间相互作用引起的)和“黄道岁差”(指行星力矩引起的)^[10,11]。

2 P03 模型

2.1 GCRS 至 ITRS 的转换公式

GCRS(Geocentric Celestial Reference System) 至 ITRS(International Terrestrial Reference System) 的转换可以表示为 $[\text{GCRS}] = \mathbf{M}(t) \cdot \mathbf{R}(t) \cdot \mathbf{W}(t)[\text{ITRS}]$, 式中 \mathbf{M} 、 \mathbf{R} 、 \mathbf{W} 分别为天极在天球参考架中运动与地球自转和极移有关的转换矩阵, $\mathbf{M}(t)$ 即通常的岁差-章动的旋转矩阵。2000 年提出运动参考系概念后^[12-14],天极为 CIP(Celestial Intermediate Pole),将 GCRS 转换至 ITRS 的有 2 种方式^[15,16]:

2.1.1 基于春分点的岁差-章动角方法

此方法可以用两种办法实施:(1)经典方法;(2) Fukushima-Williams 方法,有时也称为参考架方法和岁差-章动旋转角法。前者把偏差、岁差、章动分别处理,过去 GCRS 转换至 ITRS 都采用此法。

$$\mathbf{M}_{\text{class}} = \mathbf{NPB} \quad (1)$$

公式(1)中 \mathbf{B} 、 \mathbf{P} 、 \mathbf{N} 分别表示偏差、岁差、章动,它们分别为 $\mathbf{B} = \mathbf{R}_1(-\eta_0) \cdot \mathbf{R}_2(\xi_0) \cdot \mathbf{R}_3(d\alpha_0)$, $\mathbf{P} = \mathbf{R}_3(\chi_A) \cdot \mathbf{R}_1(-\omega_A) \cdot \mathbf{R}_3(-\psi_A) \cdot \mathbf{R}_1(\varepsilon_0)$, $\mathbf{N} = \mathbf{R}_1(-[\varepsilon_A + \Delta\varepsilon]) \cdot \mathbf{R}_3(-\Delta\psi) \cdot \mathbf{R}_1(\varepsilon_A)$ 。公式中的参数 ε_0 为 J2000.0 时黄赤交角, ψ 为瞬时赤道与历元黄道交点的黄经(日月岁差), ω 为瞬时赤道与历元黄道的交角, χ 为沿赤道的行星岁差。由参考文献[1]可知带有下标 A 的上述量表示相对于历元黄道,这些参数也称赤道岁差角。L77 岁差矩阵用 3 个角参数表示,即 $\mathbf{P} = \mathbf{R}_3(-z_A) \cdot \mathbf{R}_2(+\theta_A) \cdot \mathbf{R}_1(-s_A)$ 。 ξ_0 和 η_0 表示在 GCRS 中 CIP 在 J2000.0 时的天极补偿

值, 其值由 VLBI 观测得到, 分别为 $(-0.016\ 617 \pm 0.000\ 010)''$ 、 $(-0.006\ 819 \pm 0.000\ 010)''$ 。 $d\alpha_0$ 为历元平春分点的赤经补偿值, 分析 1972 年 1 月—2001 年 4 月 LLR 观测资料得到其值为 $(-0.014\ 6 \pm 0.000\ 5)''$ [17]。在过去的归算中通常忽略参考架偏差 B , 有时作为章动的一部分。如果 NPB 转换相对于 J2000.0 黄道, Aoki 和 Kinoshita 给出以下公式 [18]:

$$\mathbf{M}'_{\text{class}} = \mathbf{R}_3(\chi'_A) \cdot \mathbf{R}_1(-\omega'_A) \cdot \mathbf{R}_3(-\psi'_A) \cdot \mathbf{R}_1(\varepsilon_0 - \eta_0) \cdot \mathbf{R}_3(d\alpha'_0). \quad (2)$$

上式中 $\chi'_A = \chi_A + \Delta\chi_A$ 为沿 CIP 赤道的黄道位移, $\psi'_A = \psi_A + \Delta\psi_1 + \xi_0/\sin\varepsilon_0$ 是沿 J2000.0 黄道的上岁差—章动—偏差, $\omega'_A = \omega_A + \Delta\varepsilon_1$ 为 CIP 赤道在 J2000 黄道上的倾角, $d\alpha'_0 = d\alpha_0 + \xi_0 \cot\varepsilon_0$ 为 J2000 黄道与 GCRS 赤道交点的赤经, $\Delta\psi_1$ 和 $\Delta\varepsilon_1$ 为相对于 J2000 黄道的黄经和交角的章动, 而 $\Delta\psi$ 和 $\Delta\varepsilon$ 为相对于瞬时黄道的黄经和交角的章动:

$$\Delta\psi_1 = \frac{(\Delta\psi \sin\varepsilon \cos\chi_A - \Delta\varepsilon \sin\chi_A)}{\sin\varepsilon_1}, \quad \Delta\varepsilon_1 = \Delta\psi \sin\varepsilon \sin\chi_A + \Delta\varepsilon \cos\chi_A.$$

Fukushima-Williams 方法采用公式:

$$\mathbf{M}_{\text{FW}} = \mathbf{R}_1(-\varepsilon') \cdot \mathbf{R}_3(-\psi') \cdot \mathbf{R}_1(\phi') \cdot \mathbf{R}_3(\gamma'), \quad (3)$$

式中 $\varepsilon' = [\varepsilon_A + \Delta\varepsilon]$, 即瞬时黄道在 CIP 赤道上的倾角; $\psi' = [\psi + \Delta\psi + \varepsilon_0/\sin\varepsilon_0]$, 即沿瞬时黄道岁差、章动、黄经偏差之和; $\phi' = [\phi' + \eta_0]$ 为瞬时黄道在 GCRS 赤道上的倾角; $\gamma' = [\gamma' + d\gamma_0]$ 为瞬时黄道与 GCRS 赤道交点的赤经 [6,19]。Fukushima-Williams 方法与经典方法相似, 仅用相对于瞬时黄道的量代替了相对 J2000.0 黄道, 该方法比较简单。

2.1.2 基于 CIO 的 X 、 Y 、 s 坐标方法 [12,20]

它是基于 CEO(Celestial Ephemeris Origin) 的新方法。2000 年第 24 届 IAU 大会上提出运动参考系概念, 并给出决议: 2003 年 1 月 1 日至 2008 年 12 月 31 日期间 IERS/SOFA 用运动参考系实现 IAU 2000 岁差的归算。为了与 CIP 一致, IAU NFA(Nomenclature for Fundamental Astronomy) 工作组建议, 2006 年第 26 届 IAU 大会决议改称 CEO 为 CIO(Celestial Intermediate Origin)

$$\mathbf{M}_{\text{CIO}} = \mathbf{R}_3(-E - s) \cdot \mathbf{R}_2(d) \cdot \mathbf{R}_3(E), \quad (4)$$

s 为在 GCRS 中 CIO 所在处, E 和 d 分别为 $E = \arctan(Y/X)$ 和 $d = \arctan[\frac{(X^2 + Y^2)}{(1 - X^2 - Y^2)^{1/2}}]$, $X(t)$ 和 $Y(t)$ 分别表示在 GCRS 中 CIP(Celestial Intermediate Pole) 的单位矢量的分量。在参考文献 [12] 中, $X = \bar{X} + \xi_0 - d\alpha_0 \bar{Y}$, $Y = \bar{Y} + \eta_0 + d\alpha_0 \bar{X}$; 而 $\bar{X} = \sin\omega \sin\psi$, $\bar{Y} = -\sin\varepsilon_0 \cos\omega + \cos\varepsilon_0 \sin\omega \cos\psi$ 。公式 (1) 与 (4) 在 1 个世纪后, 仅相差几个微角秒, 这方法的优点是: (1) 把极位置与地球自转两部分分开, 有利于高精度研究地球自转; (2) CIP 的位置 X 和 Y 严格计入了参考架偏差和处理岁差—章动; (3) 使用由 s 定义的赤经原点, 消除了 GMST 的复杂运算公式。

Goldstein(1980) 和 Wertz(1986) 提出了“旋转矢量”的概念, 用矢量 (x_r, y_r, z_r) 表示 \mathbf{M}_{rot} , 此矩阵为

$$\mathbf{M}_{\text{rot}} = \begin{pmatrix} xxf + C & xyf + Sz & xzf - Sy \\ yxf - Sz & yyf + C & yzf + Sx \\ zxf + Sy & zyf - Sx & zzf + C \end{pmatrix}. \quad (5)$$

上式中 $x = x_r/\phi$, $y = y_r/\phi$, $z = z_r/\phi$; $\phi = (x_r^2 + y_r^2 + z_r^2)^{1/2}$; $S = \sin\phi$, $C = \cos\phi$, $f = 1 - C$, 这公式可以用于上述的两种方法中, 选择春分点方向为 x 轴, GCRS 矢量与公式 (5) 的乘积可以得到瞬时的位置; 如果选择 CIO 方向为 x 轴, 则得到中介位置。在公式 (1)—(4) 中可以同时计算公式 (1) 中的 B 、 P 、 N 。

2.2 M_{CIO} 与各种旋转矩阵之间的关系

公式 (4) 可以写为通式

$$M_\beta = R_3(-\beta) \cdot M_\Sigma, \quad (6)$$

Σ 表示 GCRS 赤道上的点, $\Sigma_0 N = \Sigma N$, Σ_0 为 GCRS 中 x 的指向, N 是 CIP 赤道与 GCRS 赤道的交点, 在运动参考系中 M_Σ 可以表示为

$$M_\Sigma = R_3(-E) \cdot R_2(d) \cdot R_3(E) = \begin{pmatrix} 1 - aX^2 & -aXY & -X \\ -aXY & 1 - aY^2 & -Y \\ X & Y & 1 - a(X^2 + Y^2) \end{pmatrix}. \quad (7)$$

$a = 1/(1 + \cos d) = 1/(1 + Z) = 1/[1 + (1 - X^2 - Y^2)^{1/2}]$, 如果 a 的精度达 $0.1 \mu\text{as}$, 则可以写为 $a = \frac{1}{2} + \frac{1}{8}(X^2 + Y^2) + \frac{1}{16}(X^4 + Y^4 + 2X^2Y^2)$ 。公式 (6) 中对原点 Σ , $\beta = 0$; 对基于 CIO 的转换, $\beta = s$; 对基于春分点的转换, $\beta = -EO + s$ 。转换矩阵 M_β 的元素为 $M(i, j)$, 由公式 (6) 和 (7) 可得到 $M(1, 1) = (1 - aX^2) \cos\beta + aXY \sin\beta$, $M(1, 2) = -aXY \cos\beta - \sin\beta(1 - aY^2)$, $M(1, 3) = -\cos\beta X + \sin\beta Y$, \dots , $M(3, 1) = X$, $M(3, 2) = Y$, $M(3, 3) = 1 - a(X^2 + Y^2)$ 。也可以用旋转矩阵法推导 M_{CIO} 与各种旋转矩阵之间的关系。由方程式 (5) 可知

$$X = M(3, 1) = zx(1 - \cos\phi) + y \sin\phi; \quad (8)$$

$$Y = M(3, 2) = zy(1 - \cos\phi) - x \sin\phi.$$

若旋转轴的单位矢量为 x, y, z , 由公式 (5) 可以得到 $M(3, 1) - M(1, 3) = 2Sy$, $M(3, 2) - M(2, 3) = -2Sx$, $M(2, 1) - M(1, 2) = -2Sz$, 因此 x, y, z 与 X, Y, Z 和旋转角 β 的关系为

$$\begin{aligned} Sx &= -Y - \frac{1}{2}[(\cos\beta - 1)Y + \sin\beta X]; \\ Sy &= X + \frac{1}{2}[(\cos\beta - 1)X - \sin\beta Y]; \\ Sz &= [1 - \frac{1}{2}a(X^2 + Y^2)] \sin\beta. \end{aligned} \quad (9)$$

由 x, y, z 的定义可知 $x_r = (\phi/\sin\phi)Sx$, $y_r = (\phi/\sin\phi)Sy$, $z_r = (\phi/\sin\phi)Sz$, $\phi/\sin\phi$ 展开为 $1 + \frac{1}{6}S_2 + \frac{3}{40}S_2^2 + \frac{169}{5040}S_2^3$, $S_2 = \frac{1}{4}([M(3, 1) - M(1, 3)]^2 + [M(3, 2) - M(2, 3)]^2 + [M(2, 1) - M(1, 2)]^2) = S^2(x^2 + y^2 + z^2) = \sin^2\phi$, 如果旋转角 β 是一个小角, S_2 是 10^{-4} 的小量, 则由方程式 (9) 和 $x_r \approx Sx$, $y_r \approx Sy$, $z_r \approx Sz$, 得到

$$x_r \approx -Y - \frac{1}{2}\beta X, \quad y_r \approx X - \frac{1}{2}\beta Y, \quad z_r \approx \beta. \quad (10)$$

由上节 $M(3, 1) = X$, $M(3, 2) = Y$ 可以分别求转换公式 (1)—(3) 中的 X 和 Y 的值。

2.3 IAU 1976 和 IAU 2000 岁差模型

根据 2000 年 IAU 第 24 届大会决议, IAU 1976 岁差模型 (即 L77 模型) 从 2003 年 1 月 1 日起已不再使用, 该模型中岁差矩阵的 3 角度或 4 角度表示式已在参考文献 [1] 和 [18] 中列出, 在此不再赘述。

除了 FCN(Free Core Nutation), IAU 2000 章动模型中包括 678 日月项、687 行星项、测地章动, 以及周期大于 250 年的章动项 (幅度仅为 μas 量级, 在以前的岁差章动模型中把它们放在岁差部分考虑) 和测地岁差^[2,21]。IAU 2000 岁差采用了 L77 岁差模型并简单地加入黄经和倾角的岁差速率 $\delta\psi_A = (-0.299\ 65 \pm 0.000\ 40)''/\text{百年}$, $\delta\omega_A = (-0.025\ 24 \pm 0.000\ 10)''/\text{百年}$ 。与上节 GCRS 转换至 ITRS 的 2 种方法相对应, IAU 2000A 参考架方法的 3 参数模型为^[22]:

$$\begin{aligned}\zeta_A &= 2.597\ 617\ 6'' + 2\ 306.080\ 950\ 6''t + 0.301\ 901\ 5''t^2 + \\ &\quad 0.017\ 966\ 3''t^3 - 0.000\ 032\ 7''t^4 - 0.000\ 000\ 2''t^5; \\ z_A &= -2.597\ 617\ 6'' + 2306.080\ 322\ 6''t + 1.094\ 779\ 0''t^2 + \\ &\quad 0.018\ 227\ 3''t^3 + 0.000\ 047\ 0''t^4 - 0.000\ 000\ 3''t^5; \\ \theta_A &= 2004.191\ 747\ 6''t - 0.426\ 935\ 3''t^2 - 0.041\ 825\ 1''t^3 - \\ &\quad 0.000\ 060\ 1''t^4 - 0.000\ 000\ 1''t^5.\end{aligned}$$

IAU 2000A 岁差偏差和章动角方法的 4 参数模型应为^[20]

$$\begin{aligned}\psi_A &= 5\ 038.478\ 75''t - 1.072\ 59''t^2 - 0.001\ 147''t^3; \\ \omega_A &= \varepsilon_0 - 0.025\ 24''t + 0.051\ 27''t^2 - 0.007\ 726''t^3; \\ \varepsilon_A &= \varepsilon_0 - 46.840\ 24''t - 0.000\ 59''t^2 + 0.001\ 813''t^3; \\ \chi_A &= 10.552\ 6''t - 2.380\ 64''t^2 - 0.001\ 125''t^3; \\ \varepsilon_0 &= 84\ 381.448''.\end{aligned}\tag{11}$$

用 Fukushima-Williams 的岁差偏差与章动角方法相对于惯性中黄道可表示为^[6]

$$\begin{aligned}\gamma' &= -0.052\ 4'' + 10.553\ 18''t + 0.493\ 18''t^2; \\ \varphi' &= +84\ 381.411\ 27'' - 46.812\ 65''t + 0.048\ 43''t^2; \\ \psi' &= -0.043\ 04'' + 5038.478\ 12''t + 1.558\ 35''t^2; \\ \varepsilon' &= +84\ 381.406\ 21'' - 46.834\ 60''t - 0.000\ 17''t^2 + 0.002\ 00''t^3.\end{aligned}\tag{12}$$

公式 (11) 和 (12) 把赤道岁差和黄道岁差清楚地区分开, 如公式 (11) 中 ψ_A 和 ω_A 表示相对于 J2000.0 赤道和分点的赤道岁差, $P_A = \sin \pi_A \sin \Pi_A$ 和 $Q_A = \sin \pi_A \cos \Pi_A$ 表示相对于 J2000.0 黄道和分点的黄道岁差。 π_A 瞬时黄道对 J2000.0 黄道的倾角, Π_A 表示瞬时黄道在 J2000.0 黄道上升交点的黄经。另外, Fukushima-Williams 方法可以把岁差 - 章动矩阵的运算一步完成。Lieske 和 Capitaine 方法中岁差对应于 J2000.0 的黄极, 章动对应于瞬时黄极。实际上 MHB 章动模型中取 J2000.0 黄极为参考, 所以岁差和章动必须分别处理, 即 Lieske 和 Capitaine 方法应加入章动对应于 J2000.0 黄极的项。由此而得到的总岁差 $P_A = 5\ 028.796\ 95''t - 1.111\ 13''t^2 - 0.000\ 006''t^3$, 公式 (4) 中 IAU 2000 岁差章动模型的 X 和 Y 应为^[5,6,23]:

$$\begin{aligned}
X_{\text{IAU 2000}} &= -0.016\ 617'' + 2\ 004.191\ 743''t - 0.427\ 219\ 1''t^2 - \\
&\quad 0.198\ 620\ 54''t^3 - 0.000\ 046\ 05''t^4 + 0.000\ 005\ 98''t^5 + \\
&\quad \sum_t \sum_{j=0}^3 [(a_{s,j})_i t^j \sin(\text{ARG}) + (a_{c,j})_i t^j \cos(\text{ARG})] + \dots, \\
Y_{\text{IAU 2000}} &= -0.006\ 951'' + 0.025382''t - 22.407\ 2510''t^2 - \\
&\quad 0.001\ 842\ 28''t^3 - 0.001\ 11306''t^4 + 0.000\ 000\ 99''t^5 + \\
&\quad \sum_t \sum_{j=0}^3 [(b_{c,j})_i t^j \cos(\text{ARG}) + (b_{s,j})_i t^j \sin(\text{ARG})] + \dots,
\end{aligned} \tag{13}$$

ARG 为章动理论中日月和行星项的基本引数角。为了与 IAU 1980 章动理论 (即 Warh 章动理论) 一致^[24], 相位项 (in-phase) 是黄经的正弦项 $(a_{s,0})_i$ 和交角的余弦项 $(b_{c,0})_i$, 如果只考虑岁差, 则与公式 (11) 相应的公式为上式中 t 的 5 次方的多项式。 X 、 Y 数值可以由网页得到^[25-27]。在 1800—2200 年期间, 公式 (13) 与分析式比较的差值小于 $5\ \mu\text{as}$, 而 1600—2400 年期间的最大差值为 $350\ \mu\text{as}$, 差值的谱分析表示周期在 0~50 年间的变化幅度小于 $0.3\ \mu\text{as}$ 。

2.4 P03 力学模型^[5,9]

P03 的力学模型采用 VSOP87 黄道运动的分析解^[28], DE406 提供与现代观测一致的最佳精度值。如果采用与行星理论 VSOP87 相同的变量符号: $p = (\sin \pi/2) \sin \Pi$ 和 $q = (\sin \pi/2) \cos \Pi$, 相应的岁差量 $P_A = \sin \pi_A \sin \Pi_A$ 和 $Q_A = \sin \pi_A \cos \Pi_A$ 。

2.4.1 P03 模型中黄道岁差的改进

(1) 取与 DE405/DE406 和 VSOP87 指向有关的 3 个欧拉角的初始值 $\phi_0 = 0$, $\varepsilon_0 = 84\ 381.4''$, $\psi_0 = 0$ 。

(2) 为了与 VSOP87 一致, 采用了两个改正多项式, 每一个包括 5 个系数, t (单位为百年) 的指数从 1 至 5。

(3) 用现在的 ϕ_0 和 ε_0 按下式计算第 3 个欧拉角 ψ_0 :

$$\psi_0 = (\phi_0 - \phi(\text{DE405}) + \phi(\text{ICRS}) + d\alpha_0) / \cos \varepsilon_0 + \xi_0 / \sin \varepsilon_0 - \psi(\text{DE405}), \tag{14}$$

式中 DE405 原点至 DE405 春分点的距离 $\phi(\text{DE405})$ 为 $50.28\ \text{mas}$, ICRS 原点至 ICRS 春分点的距离 $\phi(\text{ICRS})$ 为 $55.42\ \text{mas}$, J2000.0 平春分点 ICRS 赤经 $d\alpha_0 = (-0.014\ 6 \pm 0.000\ 5)''$, IERS 2000 规范中给出 J2000.0 平春分点的 ICRS 赤纬 ξ_0 为 $16.617\ \text{mas}$, ICRS 春分点至 DE405 春分点的距离 $\psi(\text{DE405})$ 为 $6.4\ \text{mas}$ ^[12]。这些值由观测得到, 并不完全一致。

(4) 力学方程的积分区域为 J1000 至 J3000, 步长 0.7 a 给出 DE406 的地月质心的日心位置和速度以及 VSOP87 中的 p 和 q 。

(5) 用旋转矩阵 $R_3(\psi_0)R_1(\varepsilon_0)R_3(-\phi_0)$ 使 DE406 的日心位置从 DE405 的赤道坐标系转换至黄道坐标系, 并得到吻合根素 π 和 Π , 此处 $\phi_0 = 0.051\ 32''$, $\varepsilon_0 = 84\ 381.408\ 89''$, $\psi_0 = 0.038\ 62''$ 。

(6) 计算 $p = (\sin \pi/2) \sin \Pi$ 和 $q = (\sin \pi/2) \cos \Pi$, 将其值减去步骤 (4) 中 VSOP87 值, 得到 Δp 和 Δq , 由此得到 t 、 Δp 和 Δq 序列。

(7) 用多项式拟合 t 、 Δp 和 t 、 Δq 序列, 式中 t^i 的指数 i 从 0 至 5, 在 $n = 5$ 时, 对应于 VSOP87 中 p 和 q 的长期项。

(8) DE406 的黄道与步骤 (5) 中 DE406 矢量旋转至黄道坐标系在 J2000 时的补偿值为 p_0 和 q_0 (即多项式中的 t_0 项), 在 ε_0 和 ϕ_0 上分别加入 $2q_0$ 和减去 $2p_0/\sin\varepsilon_0$ 以改进其值。

(9) VSOP87 多项式中其他项 (t^i 的指数 i 从 0 至 5) 扣除 p 和 q 的改正值。

(10) 重复步骤 (3), 因为收敛快, 仅重复 3 次, Δp 和 Δq 多项式系数达到最小。

(11) 在 VSOP87 多项式中扣除最后的改正值得到 p 和 q 的模型, 然后转换至 P_A 和 Q_A 。改进后的 P_A 和 Q_A 列于表 1^[5]。

表 1 各种岁差量的比较

		(")/ 百年			
		t	t^2	t^3	t^4
L77	P_A	4.197 6	0.194 47	-0.000 179	
(Newcomb)	Q_A	-46.815 0	0.050 59	0.000 334	
S94	P_A	4.1199 706	0.193 971 3	-0.000 223 51	-0.000 001 036
(VSOP87)	Q_A	-46.809 269	0.051 042 9	0.000 522 33	-0.000 000 567
W94	P_A	4.199 610	0.193 971	-0.000 223	-0.000 001
(VSOP87+...) ¹⁾	Q_A	-46.809 560	0.051 043	0.000 522	-0.000 001
P03	P_A	4.199 094	0.193 987 3	-0.000 224 66	-0.000 000 912
(VSOP87+...) ²⁾	Q_A	-46.811 015	0.051 028 3	0.000 524 13	-0.000 000 646

注: 1) 行星质量采用 IERS1992 规范; 2) VSOP87 拟合于 DE406。

通过 $P(\text{DE406})$ 和 $P(\text{VSOP})$ 以及 $Q(\text{DE406})$ 和 $Q(\text{VSOP})$ 的比较, 上表中 P_A 和 Q_A 的精度为 0.05 mas/a, 上表中给出较多的小数位, 只为了内部计算。

2.4.2 P03 模型中赤道岁差的改进

赤道岁差可以由岁差量 ψ_A 和 ω_A 的微分方程式推出:

$$\sin\omega_A d\psi_A/dt = (r_\psi \sin\varepsilon_A) \cos\chi_A - r_\varepsilon \sin\chi_A,$$

$$d\omega_A/dt = r_\varepsilon \cos\chi_A + (r_\psi \sin\varepsilon_A) \sin\chi_A. \quad (15)$$

公式 (15) 对应于角动量轴, 而由观测估计的岁差速率相对于 CIP, 两者相差可以从 Oppolzer 项推出 $\delta\omega_A = (A/(C\Omega))(d\psi_A/dt) \sin\varepsilon_0$ 和 $\delta\psi_A = -[A/C\Omega \sin\varepsilon_0](d\omega_A/dt)$, A 和 C 为地球的主惯性矩, Ω 为平均地球自转角速度 ($2\pi \times 36\,525$)/百年。

$$dp_A/dt = r_\psi - \cot\varepsilon_A [A(p, q) \sin p_A + B(p, q) \cos p_A] - 2C(p, q);$$

$$d\varepsilon_A/dt = r_\varepsilon - B(p, q) \sin p_A + A(p, q) \cos p_A. \quad (16)$$

式中, p 、 q 是黄道变量的多项式部分; $A(p, q) = r[\dot{q} + p(q\dot{p} - p\dot{q})]$, $B(p, q) = r[\dot{p} - q(q\dot{p} - p\dot{q})]$, $C(p, q) = q\dot{p} - p\dot{q}$, $r = 2/\sqrt{1 - p^2 - q^2}$ 。

由 P_A 、 Q_A 与 Π_A 、 π_A 的关系, 可以得到:

$$\sin\chi_A \sin\omega_A = P_A \cos p_A + Q_A \sin p_A. \quad (17)$$

从公式 (15) 和 (16) 的 4 个微分方程式以及式 (17), 可以给出与力学一致的赤道岁差。此方程式解包括了基本量 ψ_A 和 ω_A 以及二级量 ε_A 、 χ_A 和 p_A 。

在解算赤道岁差的公式 (15) 和 (16) 时, 需要考虑以下 3 个问题。

2.4.2.1 岁差速率的理论值

式 (15) 和 (16) 的解可以用 t 的多项式岁差速率 r_ψ 和 r_ε 表示:

$$\begin{aligned} r_\psi &= r_0 + r_1 t + r_2 t^2 + r_3 t^3; \\ r_\varepsilon &= u_0 + u_1 t + u_2 t^2 + u_3 t^3. \end{aligned} \quad (18)$$

公式 (15) 和 (16) 的积分常数是公式 (18) 中的 r_0 和 u_0 。Kinoshita^[29]、Laskar^[30]、Williams^[19]、Souchay 和 Kinoshita^[31]，以及 Roosbeek 和 Dehant^[32] 详细给出刚体地球的黄经岁差速率的理论值，Williams^[19,33] 和 Mathew 等人^[2] 给出非刚体地球的黄经和交角的岁差速率的理论值，其中包括：(1) 日月力矩中的 1 阶、2 阶和 J_4 项以及行星力矩的 1 阶项；(2) J_2 和行星倾斜项；(3) 潮汐项；(4) J_2 速率项；(5) 非线性效应；(6) 测地岁差。项 (1) - (4) 是日月和行星力矩作用在扁球状地球上的结果，因此地球的力学扁率 $H_d = [C - (A + B)/2]/C$ 是一个基本参数，项 (5) 和 (6) 的产生则是由于岁差和章动观测在“运动非旋转”的 GCRS 中进行的，而解算岁差方程式 (15) 和 (16) 对应于“力学非旋转”的地心参考架。

在解算岁差方程式 (15) 和 (16) 中，采用下列常数值：(1) 计算积分常数 r_0 和 u_0 时，采用 MHB 的 $\delta\psi_A = (-0.299\ 65 \pm 0.000\ 40)''/\text{百年}$ ， $\delta\omega_A = (-0.025\ 24 \pm 0.000\ 10)''/\text{百年}$ 或公式 (11) 中的 ψ_A 和 ω_A ；(2) J2000.0 的平均黄赤交角采用 LLR 的估计值 $\varepsilon_0 = 84\ 381.406''$ ；(3) 与 ε 有关的项与 W94 所考虑的一样，而力学扁率采用 MHB 的 H_d 值；(4) 采用 MHB 非刚体对黄经岁差速率的公式 $d_{nr}\psi = -21\ 050t$ (单位： μas)；(5) 测地岁差表示式采用 $\psi_g = 1\ 919\ 882.7\ t - 503.9\ t^3 - 0.7\ t^3$ 和 $\omega_g = 1.0\ t + 19.5\ t^2 - 4.7\ t^3$ (单位： μas)。解算岁差方程式 (15) 和 (16) 得到 J2000.0 时黄经日月岁差的一阶项 $(r_0)_1 = P_0 \cos \varepsilon_0$ ， P_0 为纽康姆岁差常数， r_1 、 r_2 和 r_3 分别为 $-2\ 223\ 176\ \mu\text{as}/\text{百年}$ 、 $-16\ 553\ \mu\text{as}/\text{百年}^2$ 和 $-5\ \mu\text{as}/\text{百年}^3$ ，而交角的行星倾斜项为 $(u_0)_1$ ， u_1 、 u_2 和 u_3 分别为 $+999\ \mu\text{as}/\text{百年}$ 、 $-44\ \mu\text{as}/\text{百年}^2$ 和 $+8\ \mu\text{as}/\text{百年}^3$ 。

2.4.2.2 影响岁差速率估计值的其他因素

MHB 岁差速率改正值是由拟合 VLBI 天极补偿值的基本地球参数 (Basic Earth Parameters 简称 BEP) 中估计的，它与所用的参数值、估计 BEP 的方法、MHB 拟合有关。在 MHB 估计值中必须扣除这 3 种影响才能作为积分常数，这些影响的估计如下：(1) 观测参数的影响。在处理 VLBI 观测时采用 L77 模型，而得到天极补偿值 $d\psi$ 和 $d\varepsilon$ ，然而 VLBI 观测对 J2000.0 的黄道交角是不敏感的，所以估计的黄经岁差敏感的不是 $d\psi_A$ 而是 $d\psi_A \sin \varepsilon_A$ (即 GCRS 中 CIP 的 X 坐标)，所以 J2000.0 时黄赤交角改变 $d\varepsilon_0$ 时 (L77 中 $\varepsilon_0 = 84\ 381.448''$ ，IERS 2000 中 $\varepsilon_0 = 84\ 381.406''$)，在相应的 ψ_1 中引入附加变化 $d_1\psi_1 = \psi_1 d\varepsilon_0 \cot \varepsilon_0 = -2\ 366\ \mu\text{as}/\text{百年}$ ；(2) 2003 年前 VLBI 处理方法的影响。如 2.1 节所述，2003 年前 VLBI 处理方法中 GCRS 至 ITRS 的转换不采用严格公式，所用方法只考虑岁差和参考架的改正，并略去分点的补偿。在岁差速率估计值中引入的影响为 $d_2\psi_1 = \eta_0\psi_1 \cot \varepsilon_0 = -384\ \mu\text{as}/\text{百年}$ ； $d_2\omega_1 = -\xi_0\psi_1 \cos \varepsilon_0 - d\alpha_0\psi_1 \cos \varepsilon_0 = +514\ \mu\text{as}/\text{百年}$ ；(3) MHB 拟合的影响。MHB 方法中估计黄经岁差速率 $[(r_\psi)_{t=0}]$ 和交角岁差速率 $[(r_\varepsilon)_{t=0}]$ 分 3 步：第一步，用 VLBI 观测估计黄经日月岁差速率 P 、顺行和逆行章动幅度的数和交角岁差速率；第二步，为了得到力学扁率 H_d 用 P 和章动幅度的理论表达式拟合观测值；最后一步，推导 MHB 黄经岁差速率 $P_r(H_d)$ ，它对应于刚体地球和其他非刚体的各种影响，如 2.4.2.1 节所述。由 W94 的岁差速率改正值和 ε_0 值， $dP_R(H_{dR})$ 为 $1\ 539\ 706\ \text{mas/a}$ ，

在 P03_{prel} 和 P03 以及 MHB 中 $(r_0)_1$ 的变化采用 $d(r_0)_1 = 3\,914 \mu\text{as}/\text{百年}$ 。

2.4.2.3 积分常数的估算

上节叙述了积分常数的推算方法, 方程式 (15) 和 (16) 的积分常数 r_0 和 u_0 应由 MHB 理论估计值和表 2 中各种影响推出, 即 $r_0 = (r_0)_{\text{MHB}} + 2\,757$, $u_0 = (u_0)_{\text{MHB}} - 514$ 。如果不考虑 2.4.2.2 中的 (1) 和 (2) 项, 方程式 (15) 和 (16) 的解称为 P03_{prel}, 如果考虑所有的 3 项影响, 方程式的解称为 P03。表 2 列出不同模型中所用岁差速率的基本参值。

表 2 不同模型中各种物理因素对岁差速率的影响

模型	对黄经岁差速率的影响					对交角岁差速率影响	
	1st order	2nd order, J_4 , tilt	Geod. Prec	Tides & J_2 rate	Non-rig	Rigid Earth	Tides
	L77	5 040.698 400	-0.046 8	-1.92	0.0	0.0	0.0
W94	5 040.689 463	-0.313 61	-1.919 36	-0.014 2 t	0.0	-0.026 8	0.002 4
MHB	5 040.704 510	-0.284 91	-1.919 8	0.0	-0.021 05	-0.025 24	0.0
P03 _{prel}	5 040.733 293	-0.313 61	-1.919 883	-0.014 2 t	-0.021 05	-0.027 640	0.002 4
P03	5 040.736 050	-0.313 61	-1.919 883	-0.014 2 t	-0.021 05	-0.028 154	0.002 4

2.4.3 P03 模型表达式

由方程式 (15) 和 (16) 解算 P03 解的赤道岁差 ($\varepsilon_0 = 84\,381.406''$)。

$$\psi_A = 5\,038.481\,507t - 1.079\,006\,9t^2 - 0.001\,140\,45t^3 + 0.000\,132\,851t^4 - 9.51 \times 10^{-8}t^5; \quad (19)$$

$$\omega_A = \varepsilon_0 - 0.025\,754t + 0.051\,262\,3t^2 - 7.725\,03 \times 10^{-3}t^3 - 4.67 \times 10^{-7}t^4 + 3.337 \times 10^{-7}t^5.$$

其中, 系数单位为角秒, 时间单位为世纪 (TDB)。P03 解的黄道岁差:

$$P_A = 4.199\,094t + 0.193\,987\,3t^2 - 2.246\,6 \times 10^{-4}t^3 - 9.12 \times 10^{-7}t^4 - 1.20 \times 10^{-8}t^5; \quad (20)$$

$$Q_A = -46.811\,015t + 0.051\,028\,3t^2 + 5.241\,3 \times 10^{-4}t^3 - 6.46 \times 10^{-7}t^4 - 1.72 \times 10^{-8}t^5.$$

上述方程式系数在历元 2000.0 时的精度为 $1 \mu\text{as}$, 而 $t = \pm 10$ (即千年前和后) 时系数精度降低为 $10 \mu\text{as}$ 。与 IAU 2000 岁差模型中 ψ_A 和 ω_A 的 t^2 项系数为 1.072 59 和 0.051 27 相比, 分别改进了 $5 \text{ mas}/\text{百年}^2$ 和 $25 \mu\text{as}/\text{百年}^2$ 。经典的总岁差是把 GCRS 中的赤道运动与在 ICRS 中的黄道运动相混合。由 ψ_A 、 ω_A 、 ε_A 和 χ_A 可以推导赤道岁差的 3 角参数 s_A 、 z_A 、 θ_A 表示式:

$$\begin{aligned} s_A &= 2.650\,545'' + 2\,306.083\,227''t + 0.298\,849\,9''t^2 + \\ &\quad 0.018\,018\,28''t^3 - 5.971 \times 10^{-6}''t^4 - 3.173 \times 10^{-7}''t^5; \\ z_A &= -2.650\,545'' + 2\,306.077\,181''t + 1.092\,734\,8''t^2 + \\ &\quad 0.0182\,683\,7''t^3 + 2.859\,6 \times 10^{-5}''t^4 - 2.904 \times 10^{-7}t^5; \\ \theta_A &= 2\,004.191\,903''t - 0.429\,493\,4''t^2 - 0.041\,822\,64''t^3 - \\ &\quad 7.089 \times 10^{-6}''t^4 - 1.274 \times 10^{-7}''t^5. \end{aligned} \quad (21)$$

从黄道量 P_A 和 Q_A 可以推导 P03 的黄道岁差角 π_A 和 Π_A

$$\begin{aligned}\pi_A &= +46.998\ 973'' t - 0.033\ 492\ 6'' t^2 - 1.255\ 9 \times 10^{-4}'' t^3 + \\ &\quad 1.13 \times 10^{-7}'' t^4 - 2.2 \times 10^{-9}'' t^5 ; \\ \Pi_A &= 629\ 546.793\ 6'' - 867.957\ 58'' t + 0.157\ 992'' t^2 - \\ &\quad 5.371 \times 10^{-4}'' t^3 - 4.797 \times 10^{-5}'' t^4 + 7.2 \times 10^{-8}'' t^5 .\end{aligned}\quad (22)$$

格林尼治恒星时可以表示为

$$\begin{aligned}\text{GMST}_{P03}(t_u, t) &= \text{UT1} + 24\ 110.549\ 377\ 1 + 8\ 640\ 184.794\ 478\ 25 t_u + \\ &\quad 307.477\ 013(t - t_u) + 0.092\ 772\ 110 t^2 - 2.926 \times 10^{-7} t^3 - \\ &\quad 1.997\ 08 \times 10^{-5} t^4 - 2.454 \times 10^{-9} t^5\end{aligned}\quad (23)$$

GMST 单位为时秒, UT1 和 t 以 TT 表示, t 为 J2000.0 后的儒略世纪数。式 (21) 和 (23) 相对于 J2000.0 黄道, 公式 (20) 和 (22) 相对于瞬时黄道。

因为参考架偏离的存在, 在公式 (1) 中 $M_{PB} = PB$, IAU 1976 岁差矩阵并不能简单地用修正的 ζ_A 、 z_A 、 θ_A 代之^[16]。另一方法是用“旋转矢量”方法, 即:

$$\begin{aligned}x_r &= +0.006\ 819\ 2'' + 0.026\ 010\ 6'' t + 2.36 \times 10^{-5}'' t^2 - \\ &\quad 0.003\ 856\ 4'' t^3 - 4 \times 10^{-7}'' t^4 , \\ y_r &= -0.016\ 617\ 1'' + 2\ 004.191\ 978\ 9'' t - 0.429\ 492\ 4'' t^2 - \\ &\quad 6.97 \times 10^{-5}'' t^3 + 9.2 \times 10^{-6}'' t^4 , \\ z_r &= -0.014\ 600\ 0'' - 4\ 612.160\ 374\ 4'' t - 1.391\ 584\ 4'' t^2 + \\ &\quad 6 \times 10^{-7}'' t^3 - 3.00 \times 10^{-5}'' t^4 ;\end{aligned}\quad (24)$$

$$M_{PB} = \begin{pmatrix} xxf + c & xyf + sz & xzf - sy \\ yxf - sz & yyf + c & yzf + sx \\ zxf + sy & zyf - sx & zzf + c \end{pmatrix}\quad (25)$$

上式中 $x = x_r/\phi$, $y = y_r/\phi$, $z = z_r/\phi$; $\phi = (x_r^2 + y_r^2 + z_r^2)^{1/2}$; $s = \sin \phi$, $c = \cos \phi$, $f = 1 - c$, GCRS 矢量与公式 (24) 和 (25) 得到的 M_{PB} 相乘, 则得到瞬时的平位置。

在 GCRS 中的 CIP 位置 X 和 Y 可以用公式 (19) 的 ψ_A 、 ω_A 和推算的 χ_A 以及 MBH 的黄经和交角章动给出。如果只考虑多项式部分, 也可以用下面的公式计算, 在几个世纪内精度为 μas 量级。

$$\begin{aligned}X_{p03} &= -0.016\ 617'' + 2\ 004.191\ 898'' t - 0.429\ 782\ 9'' t^2 - \\ &\quad 0.198\ 618\ 34'' t^3 + 7.578 \times 10^{-6}'' t^4 + 5.928\ 5 \times 10^{-6}'' t^5 ; \\ Y_{p03} &= -0.006\ 951'' - 0.025\ 896'' t - 22.407\ 274\ 7'' t^2 + \\ &\quad 0.001\ 900\ 59'' t^3 + 0.001\ 112\ 526'' t^4 + 1.358 \times 10^{-7}'' t^5 .\end{aligned}\quad (26)$$

CIO 在 GCRS 中的位置可以用 $s + XY/2$ 表示,

$$s + XY/2 = 94.0 + 3\ 808.65t - 122.68t^2 - 72\ 574.11t^3 + 27.98t^4 + 15.62t^5. \quad (27)$$

2.4.4 P03 与其他模型的比较

Bretagnon 等人^[4]用 SMATR 97 理论推导了赤道岁差,用 VSOP 和 IERS 行星质量推导了黄道岁差(B03)。Fukushima^[6]拟合数值历书以改进黄道岁差,拟合 VLBI 观测改进赤道岁差(F03)。可将 P03 模型与 IAU 1976(L77)、IAU 2000、P03_{prel}、B03 和 F03 作比较。6 种表达式的详细比较列于参考文献[5]中的表 8,图(1)—(4)表示各种模型 P_A 、 Q_A 、 ψ_A 和 ω_A 的比较^[16],对于黄道岁差, B03 与 P03 符合较好,而 L77 与 F03 相差较大,在赤道岁差部分的 ψ_A , IAU 2000 和 B03 与 P03 的差值较一致,因为其解都相对于刚体地球而言, F03 与 P03 在 ω_A 的差值很大,但无法解释。P03 的优点是:(1)应用了高精度的观测资料,用 VLBI 资料解算赤道岁差,用 LLR 资料解算黄道岁差;(2)应用了最新的地球和月球理论 VOSP87 和 ELP2000;(3)使用了最精确的数值历书 DE406。P03 的黄道和赤道表达式与 IAU 2000 决议相符,而且与力学理论相符。

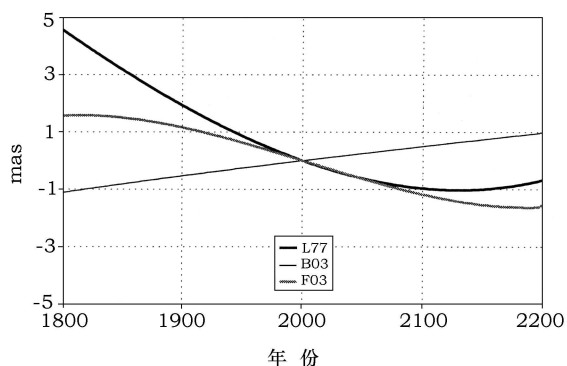


图1 各种模型 P_A 的比较

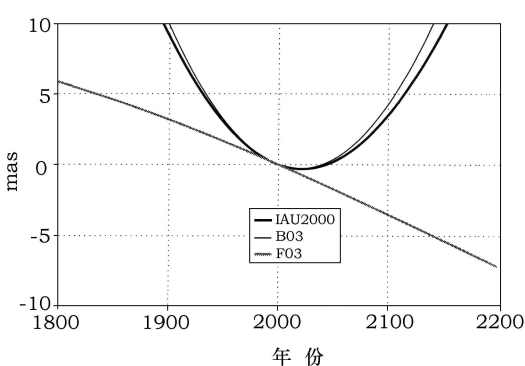


图2 各种模型 ψ_A 的比较

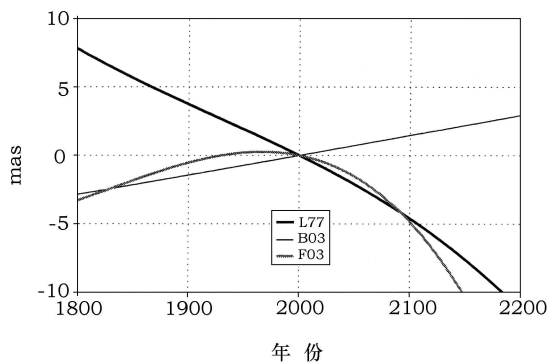


图3 各种模型 Q_A 的比较

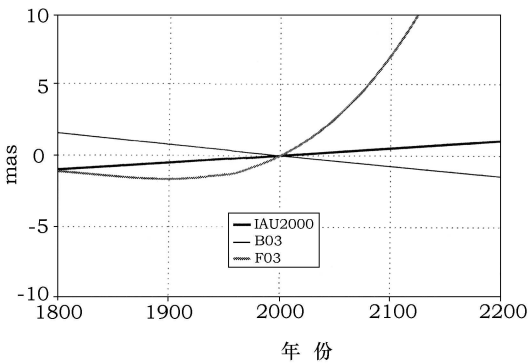


图4 各种模型 ω_A 的比较

3 CIP 的位置^[16]

3.1 CIP 位置的 4 种表示法

1) M_{class} 中 X 和 Y 的值。公式(4)与公式(1)之间的关系式为 $M_{\text{CIO}} = R_3(-EO)M_{\text{class}}$,

把原点从春分点移至 CIO, $EO = ERA - GST$ 。公式 (1) 中岁差量为 ψ_A 、 ω_A 和 χ_A ，章动量为 $\Delta\psi$ 和 $\Delta\varepsilon$ ， ε_0 为 J2000.0 的黄赤交角，参考架补偿值为 ξ_0 、 η_0 和 $d\alpha_0$ 。如果略去参考架补偿值，并引入中间量 $x_1 = \sin(\varepsilon_A + \Delta\varepsilon) \sin \Delta\psi$ ， $x_2 = \sin(\varepsilon_A + \Delta\varepsilon) \cos \Delta\psi$ 和 $y = \cos(\varepsilon_A + \Delta\varepsilon)$ ，则

$$\begin{aligned} X &= M(3, 1) = x_1(\cos \chi_A \cos \psi_A + \sin \chi_A \cos \omega_A \sin \psi_A) + (x_2 \cos \varepsilon_A - y \sin \varepsilon_A) \times \\ &\quad (-\sin \chi_A \cos \psi_A + \cos \chi_A \cos \omega_A \sin \psi_A) + (x_2 \sin \varepsilon_A + y \cos \varepsilon_A) \sin \omega_A \sin \psi_A ; \\ Y &= M(3, 2) = x_1[(-\cos \chi_A \sin \psi_A + \sin \chi_A \cos \omega_A \cos \psi_A) \cos \varepsilon_0 + \sin \chi_A \sin \omega_A \sin \varepsilon_0] + \\ &\quad (x_2 \cos \varepsilon_A - y \sin \varepsilon_A) \times [(\sin \chi_A \sin \psi_A + \cos \chi_A \cos \omega_A \cos \psi_A) \cos \varepsilon_0 + \\ &\quad \cos \chi_A \sin \omega_A \sin \varepsilon_0] + (x_2 \sin \varepsilon_A + y \cos \varepsilon_A) \times (\sin \omega_A \cos \psi_A \cos \varepsilon_0 - \cos \omega_A \sin \varepsilon_0) . \end{aligned}$$

2) M'_{class} 中 X 和 Y 的值。

$$\begin{aligned} X &= M(3, 1) = \sin \omega'_A \sin \psi'_A \cos d\alpha'_0 - [\sin \omega'_A \cos \psi'_A \cos(\varepsilon_0 - \eta_0) - \\ &\quad \cos \omega'_A \sin(\varepsilon_0 - \eta_0)] \sin d\alpha'_0 ; \\ Y &= M(3, 2) = \sin \omega'_A \sin \psi'_A \sin d\alpha'_0 + [\sin \omega'_A \cos \psi'_A \cos(\varepsilon_0 - \eta_0) - \\ &\quad \cos \omega'_A \sin(\varepsilon_0 - \eta_0)] \cos d\alpha'_0 . \end{aligned} \quad (28)$$

3) M_{FW} 中 X 和 Y 的值。

$$\begin{aligned} X &= M(3, 1) = \sin \varepsilon' \sin \psi' \cos \gamma' - (\sin \varepsilon' \cos \psi' \cos \phi' - \cos \varepsilon' \sin \phi') \sin \gamma' ; \\ Y &= M(3, 2) = \sin \varepsilon' \sin \psi' \sin \gamma' + (\sin \varepsilon' \cos \psi' \cos \phi' - \cos \varepsilon' \sin \phi') \cos \gamma' . \end{aligned} \quad (29)$$

4) IERS 方法，即 IAU2000A 岁差 - 章动方法，如 2.1.2 节提及的

$$X = \bar{X} + \xi_0 - d\alpha_0 \bar{Y}, \quad Y = \bar{Y} + \eta_0 + d\alpha_0 \bar{X} \quad (30)$$

而 $\bar{X} = \sin \omega \sin \psi$ ， $\bar{Y} = -\sin \varepsilon_0 \cos \omega + \cos \varepsilon_0 \sin \omega \cos \psi$ 。

3.2 精度估计

3.2.1 与岁差模型参数有关

岁差模型参数包括：(1) 参考架偏差分量 ξ_0 、 η_0 、 $d\alpha_0$ ；(2) CIP 坐标 X 和 Y 的线性项 X_1 和 Y_1 ；(3) 地球力学扁率 J_2 的长期变化值。由于项 (1) 使 IAU2000 至 P03 解引起 X 和 Y 的变化为

$$\begin{aligned} dX &= d\xi_0 + dX_1 t + 0.000 1 d(d\alpha_0) t^2 + 0.020 3 dY_1 t^2 + (\dot{J}_2/J_2) \times (1 002.5'' t^2 - 0.4'' t^3) ; \\ dY &= d\eta_0 + X_1 d(d\alpha_0) t + dY_1 t - 0.002 4 dX_1 t^2 - (\dot{J}_2/J_2) \times (22.5'' t^3) . \end{aligned} \quad (31)$$

由于 (2) 引起的变化为

$$\begin{aligned} dX &= 155t - 2 564t^2 + 2t^3 + 54t^4 ; \\ dY &= -514t - 4t^2 + 58t^3 - 1t^4 - 1t^5 . \end{aligned} \quad (32)$$

由 (3) 引起的变化为

$$\begin{aligned} dX_{J_2d} &= (\dot{J}_2/J_2)t[-6.8 \sin \Omega - 5.2 \sin 2(F - D + \Omega) - 0.1 \sin 2(F + \Omega) + 0.1 \sin 2\Omega] \\ dX_{J_2d} &= (\dot{J}_2/J_2)t[9.2 \cos \Omega + 0.6 \cos 2(F - D + \Omega)] . \end{aligned} \quad (33)$$

在 IAU 1976/2000 岁差中没有 t^4 和 t^5 项, \dot{J}_2/J_2 为 $-1.082\ 635\ 8 \times 10^{-6}$ /百年时对应黄经的线性岁差速率为 $-14t$ mas。在用经典岁差—章动量时, 黄经和交角岁差速率 dr_0 和 du_0 对 ψ_A 和 ω_A 的影响为

$$\begin{aligned} d\psi_A &= dr_0 t - 0.005\ 3 du_0 t^2 + (\dot{J}_2/J_2) \times (2\ 520.4'' t^2 - 0.9'' t^3) ; \\ d\omega_A &= du_0 t . \end{aligned} \quad (34)$$

J_2 速率对基本岁差量 ψ_A 和 ω_A 的影响为

$$\begin{aligned} d\psi_{J_2d} &= (\dot{J}_2/J_2)t\Delta\psi_{\text{IAU 2000}} = 47.8t \sin \Omega + 3.7t \sin(F - D + \Omega) + \\ &0.6t \sin 2(F + \Omega) - 0.6t \sin 2\Omega ; \end{aligned} \quad (35)$$

$$d\varepsilon_{J_2d} = (\dot{J}_2/j_2)t\Delta\varepsilon_{\text{IAU 2000}} = -25.6t \cos \Omega - 1.6t \cos 2(F - D + \Omega) . \quad (36)$$

由于 J_2 速率变化, P03 黄赤交角与 IAU 1980 的黄赤交角是不同的, 所以在计算 IAU 2000A 的黄经章动时, 应加入改正项

$$d_1\psi = [(\sin \varepsilon_{\text{IAU 2000}} / \sin \varepsilon_{\text{P03}}) - 1]\Delta\psi_{\text{IAU 2000}} = -8.1 \sin \Omega - 0.6 \sin 2(F - D + \Omega) . \quad (37)$$

公式 (31) 中参考架的偏差以及 X 和 Y 的线性项的不确定性分别为 $150 \mu\text{as}$, $150 \mu\text{as}/\text{百年}$ (或黄经和交角岁差速率 $400 \mu\text{as}/\text{百年}$ 和 $150 \mu\text{as}/\text{百年}$)。 J_2 速率的不确定性为 $2 \text{mas}/\text{百年}^2$ (MHB 章动模型中 18.6 a 项幅度不确定性为 $50 \mu\text{as}$, 而且 IAU 2000A 中不包括自由核章动)。即使岁差—章动参数值为 μas 精度, 一个世纪后, CIP 位置精度约 2mas 。

3.2.2 与选择方法有关

公式 (13) 和 (29) 给出了 P03 与 F03 两种方法 X 和 Y 的多项式, 交叉章动项给出 Y 的常数项 $132 \mu\text{as}$ 和 X 的长期项 $4 \mu\text{as}/\text{百年}$ 。除此以外, 与采用公式 M_{class} 还是采用半分析表达式有关, 经计算比较, 两者在 1800—2200 年期间的偏差在 $\pm 5 \mu\text{as}$ 以内。

3.2.3 与 IAU 1976/1980 岁差—章动模型比较

计算观测的 NPB 矩阵 M_{obs} 。它由 IAU 1976 岁差 / 章动计算值和 VLBI 观测的章动补偿值组成, 所以

$$\begin{aligned} \delta X_{2000A} &= M_{\text{obs}}(3, 1) - M_{2000A}(3, 1) ; \\ \delta Y_{2000A} &= M_{\text{obs}}(3, 1) - M_{2000A}(3, 1) . \end{aligned} \quad (38)$$

4 CIO 的位置

图 5 给出了 CIO(σ 点) 在 CIP 赤道上的位置, Σ_0 是 GCRS 的原点, N 是 CIP 赤道在

GCRS 赤道上的升交点, γ_0 和 γ 分别表示 J2000 春分点和瞬时春分点, γ_1 为 J2000 黄道与 CIP 赤道的升交点, ω 为 TIO(全称 Terrestrial Intermediate Origin), 地球旋转角 (Earth Rotation Angle) ERA = $\sigma\omega$, 原点差 $EO = \sigma\gamma$ 。 s 是 CIO 与点 Σ 的距离, $\Sigma_0N = \Sigma N$, N 是 CIP 赤道与 GCRS 赤道的交点。 Σ 点在 GCRS 赤道与零子午线交点 K 和通过 Σ_0 中介子午线交点 H 的中间, K 点至 CIO 的距离 (即 K 点的赤经) 为 $s + XY/2$, Σ 与 K 点距离为 $s + XY/2 + D$ 。

$$EO = \sigma\gamma = (\sigma N - \sigma_0 N) - (\gamma N - \gamma_0 N) = s - (\gamma N - \gamma_0 N) .$$

N 至 TIO 的角距为 s 的周期项 s_p 与 EO 的分量 $-dEE_p$ 之和:

$$s_p - dEE_p = -\frac{1}{2}\Delta\psi_1\Delta\varepsilon_1\sin\varepsilon_0 - \frac{1}{2}\psi_A\sin\varepsilon_0\Delta\varepsilon_1 + \frac{1}{12}(\psi_A)^3\sin\varepsilon_0\Delta\varepsilon_1 + \\ \frac{1}{4}\sin^2\varepsilon_0\cos\varepsilon_0\psi_A\Delta\psi_1^2 + \frac{1}{4}\sin^2\varepsilon_0\cos\varepsilon_0\psi_A^2\Delta\psi_1 + \frac{1}{2}(\omega_A - \varepsilon_0)\sin\varepsilon_0\Delta\psi_1$$

用 $s + XY/2$ 或 $s + XY/2 + D$ 的周期项比用 s 的项数少, 也简单。

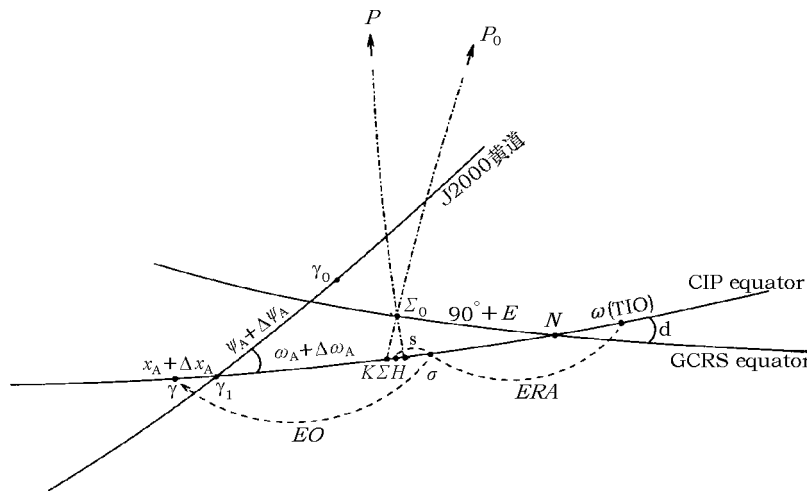


图 5 CIO、春分点与其他各点的关系 [5]

4.1 CIO 位置的计算

在 2.2 节中叙述了计算 CIP 位置的 4 种表达式, 本节讲述计算 CIO 位置的 6 种方法:

4.1.1 CIO 位置的 s 计算法

$$s(t) = \int_{t_0}^t \frac{[X(t)\dot{Y}(t) - \dot{X}(t)Y(t)]}{1 + Z} dt - C_0, \quad (39)$$

上式可以直接计算 s , 或计算 $s + XY/2$ 、 $s + XY/2 + D$ 间接得到, 这 3 种方法如下:

(1) 直接计算 s 法

$$s(t) = C_0 - X_0Y_0/2 + \sum_i s_i t^i + \sum_k [(C_{s,0})_k \sin \alpha_k + (C_{c,0})_k \cos \alpha_k] + \\ \sum_{k,j} [(C_{s,j})_k \sin \alpha_k + (C_{c,j})_k \cos \alpha_k] t^j. \quad (40)$$

用 P03/IAU 2000A 中 X 和 Y 的表达式可以得到:

$$s_{P03} = 94.0 + 3\,825.39 t + 1.24 t^2 + 36\,287.09 t^3 - 4.61 t^4 - 0.57 t^5 ,$$

如果截断至 $0.1 \mu\text{as}$, 则包括 24 个傅里叶项和 125、21、2 个 t 的 1、2、3 次的 Poisson 项。

(2) $s + XY/2$ 计算法

$$S + \frac{XY}{2} = \int_{t_0}^t \dot{X}(t)Y(t)dt - C_0 + \delta s ; \quad \delta s = - \int_{t_0}^t (2a-1) \frac{X\dot{Y} - Y\dot{X}}{2} dt .$$

其完整表示式为

$$s(t) + XY/2 = C_0 + \sum_i s_i t^i + \sum_k [(C_{s,0})_k \sin \alpha_k + (C_{c,0})_k \cos \alpha_k] + \sum_{k,j} [(C_{s,j})_k \sin \alpha_k + (C_{c,j})_k \cos \alpha_k] t^j ; \quad (41)$$

$$(s + XY/2)_{P03} = 94.0 + 3\,808.65 t - 122.68 t^2 - 7\,257.11 t^3 + 27.98 t^4 + 15.632 t^5 ,$$

其中, $\delta s = 0.5 t^5 + 0.1 t^3 - 0.1 t^2 - 1.1 t^3 \cos \Omega - 0.1 t^3 \cos 2 \odot - 0.1 t^2 \sin \Omega$ 。 \odot 和 Ω 分别为太阳和月球升交点的平黄经。

(3) $s + XY/2 + D$ 计算法

$$s + XY/2 + D = s + XY/2 - Y_2 t^2 [(X_1/3) + X_{\text{nut}}] , \quad (42)$$

上式中 X_1 和 Y_2 分别为公式 (13) 中 X 和 Y 的线性项和平方项。 X_{nut} 为周期项。用 P03/IAU 2000A 的 X 和 Y 表达式可以得到

$$(s + XY/2 + D)_{P03} = 94.0 + 3\,808.65 t - 122.68 t^2 - 27.98 t^4 + 15.62 t^5 . \quad (43)$$

4.1.2 “原点差”的方法

EO 是 CIO 的赤经, 也称“原点差”, $GST = \theta - EO$ 。 EO 是 CIO 与 CIP 赤道上春分点的角距, GCRS 至 TIRS 的旋转矩阵可以解释 EO 是经典与 CIO 两种方法之间的联系,

$$\mathbf{R}(TT, UT) = \mathbf{R}_3(ERA) \mathbf{M}_{\text{CIO}} = \mathbf{R}_3(ERA) \mathbf{R}_3(-EO) \mathbf{M}_{\text{class}} = \mathbf{R}_3(GST) \mathbf{M}_{\text{class}} .$$

理论上 $GST = \gamma \omega$, 是时间的函数

$$GST = \theta \int_0^t (\psi_A + \Delta\psi_1) \cos(\omega_A + \Delta\varepsilon_1) dt - (\chi_A + \Delta\chi_A) ; \quad (44)$$

$$EO = \theta - GST = - \int_0^t \dot{\psi}_A \cos \omega_A dt + \chi_A - \Delta\psi \cos \varepsilon_A - dEE_s - dEE_p . \quad (45)$$

上式中 $\Delta\psi \cos \varepsilon_A$ 为经典的“春分点差 (equation of the equinoxes)”, dEE_s 和 dEE_p 分别为岁差和章动耦合的长期和周期项。

$$dEE_s = \left| \int_0^t \widehat{\Delta\psi}_1 \Delta\varepsilon_1 \sin \omega_A dt \right|_s + \frac{1}{2} \left| \int_0^t \dot{\psi}_A \Delta\varepsilon_1^2 \cos \omega_A dt \right|_s ; \quad (46)$$

$$dEE_p = \int_0^t \dot{\psi}_A \sin \omega_A \Delta \varepsilon_A dt + \int_0^t \dot{\Delta \psi}_1 (\omega_A - \varepsilon_0) \sin \omega_A dt + \int_0^t \left| \dot{\Delta \psi}_1 \Delta \varepsilon_1 \sin \omega_A dt \right|_p + \frac{1}{2} \left| \int_0^t \dot{\psi}_A \Delta \varepsilon_1^2 \cos \omega_A dt \right|_p . \quad (47)$$

与 s 和 $s + XY/2$ 一样, 可以用半分析方法表示 EO , $-dEE_s$ 为章动对 s 的长期贡献, 也是 GST 的多项式部分. $-dEE_p$ 与 $s + XY/2$ 一样是傅里叶项.

$$EO_{P03} = -0.014\ 506'' - 4\ 612.156\ 533\ 53'' t - 1.39\ 158\ 165'' t^2 + 4.4 \times 10^{-7}'' t^3 + 2.995\ 6 \times 10^5 t^4 - \Delta \psi \cos \varepsilon_A + \sum_k \left| (C'_{s,0})_k \sin \alpha_k + (C'_{c,0})_k \cos \alpha_k \right| + 8.7 \times 10^7'' t \sin \Omega \quad (48)$$

4.1.3 M_{CIO} 矩阵元素表示 CIO

用 2.2 节中 M_β 矩阵表示, 此处 $\beta = s$, 则

$$\begin{aligned} M(1,1) &= x_{CIO} = (1 - aX^2) \cos s + aXY \sin s, \\ M(1,2) &= y_{CIO} = -aXY \cos s - (1 - aY^2) \sin s, \\ M(1,3) &= z_{CIO} = -X \cos s + Y \sin s. \end{aligned} \quad (49)$$

此处 $a = 1/(1 + Z)$, X, Y, Z 为 CIP 在 GCRS 中的坐标. 如果 s 足够小的话, 则

$$\begin{aligned} x_{CIO} &= 1 - X^2/2, \\ y_{CIO} &= -(s + XY/2), \\ z_{CIO} &= -X + sY. \end{aligned} \quad (50)$$

4.1.4 用春分点矩阵元素表示 CIO

由 3.1 可知 M_{CIO} 与 M_{class} 的关系为 $M_{CIO} = R_3(-EO)M_{class}$, 因此 CIO 的坐标 x_{CIO} , y_{CIO} , z_{CIO} 是经典岁差量 ψ_A , ω_A , χ_A 和章动量 $\Delta \psi$, $\Delta \varepsilon$, ε_0 以及参考架偏差 ξ_0 , η_0 , $d\alpha_0$ 的函数, 因为 M_{class} 不能直接得到, 所以用 M_{FW} 表示式更为简单: $x_{CIO} = M(1,1) \cos EO - M(2,1) \sin EO$, $y_{CIO} = M(1,2) \cos EO - M(2,2) \sin EO$, $z_{CIO} = M(1,3) \cos EO - M(2,3) \sin EO$. 其中矩阵分别为

$$\begin{aligned} M(1,1) &= \cos \psi' \cos \gamma' + \sin \psi' \cos \phi' \sin \gamma'; \\ M(1,2) &= \cos \psi' \sin \gamma' - \sin \psi' \cos \phi' \cos \gamma'; \\ M(1,3) &= -\sin \psi' \sin \phi'; \\ M(2,1) &= \cos \varepsilon' \sin \psi' \cos \gamma' - (\cos \varepsilon' \cos \psi' \cos \phi' + \sin \varepsilon' \sin \phi') \sin \gamma'; \\ M(2,2) &= \cos \varepsilon' \sin \psi' \sin \gamma' + (\cos \varepsilon' \cos \psi' \cos \phi' + \sin \varepsilon' \sin \phi') \cos \gamma'; \\ M(2,3) &= \cos \varepsilon' \cos \psi' \sin \phi' - \sin \varepsilon' \cos \phi'. \end{aligned} \quad (51)$$

4.1.5 用 s 、 EO 和 M_{class} 关系表示 CIO

已知 $M_{\text{CIO}} = \mathbf{R}_3(-EO)M_{\text{class}} = \mathbf{R}_3(-s)M_{\Sigma}$, 因此, $\mathbf{R}_3(-s) = \mathbf{R}_3(-EO) \cdot M_{\text{class}} \cdot M_{\Sigma}^T$. M_{class} 的第一和中间行用 γ 和 y 表示, M_{Σ} 的第一行用 Σ 表示, 则

$$s \approx p \sin EO + q \cos E \quad (52)$$

此处 $p = \gamma \cdot \Sigma$, $q = y \cdot \Sigma$, 这样

$$EO = \arctan \frac{ps - q\omega}{qs + p\omega}, \quad \omega = (p^2 + q^2 - s^2)^{1/2}, \quad (53)$$

由公式 (7) 可知 $\Sigma \equiv (1 - aX^2, -aXY, -X)$, 此处 $a = 1/(1 + Z)$, M_{class} 最后一行为 CIP 的坐标 X, Y, Z .

由 M_{class} 和 EO 可以用公式 (52) 计算 s , 反之, 由 M_{class} 和 s 可以用公式 (53) 计算 EO .

4.1.6 用 CIO 瞬时运动的正交特性表示 CIO

2003 年 Kaplan 对矢量差分方程的数值积分法推算非旋转原点的位置, 直接得到 CIO 在 GCRS 中的赤经和赤纬^[34]. 如果 $n(t)$ 是指向瞬时极的单位矢量, $x(t)$ 是指向着瞬时原点的单位矢量, 它们之间的关系是 $\dot{x}(t) = -[x(t)\dot{n}(t)]n(t)$, 用此方法得到 M_{CIO} 矩阵的第一行, 即方程式 (49).

4.2 精度估计

4.2.1 与岁差模型参数有关

如果采用 s , 则 CIO 位置精度与岁差模型参数关系较小, 一个世纪后预测精度好于几 μas . 如果用春分点赤经表示 CIO, 则与岁差—章动模型参数有直接的关系, 一个世纪后预测精度几 mas . 例如从 IAU 2000 转换至 P03 模型时, 一个世纪后 s , $s + XY/2$ 和 $s + XY/2 + D$ 多项式的几个项的精度从 0.1 μas 变至几 μas , 最大的平方项是 $-2.7 \mu\text{as}$, 其他所有项都小于 0.5 μas , 而 EO 的变化为 $358 t - 591.3 t^2 + 5 t^3 + 125 t^4$.

4.2.2 与选择方法有关

由 4.1 节各种方法计算的 CIO 位置比较, 一个世纪后都在 μas 量级上符合. 除此以外, 经计算比较, 采用公式 (39) 的数值积分, 还是采用公式 (39) 的半分析表达式两者在 1800—2200 年期间的偏离在 $\pm 4 \mu\text{as}$ 以内.

5 结 束 语

岁差和章动分别是天文常数中的基本常数. 20 世纪以来 IAU 先后采用了纽康天文常数系统、1964 天文常数系统和 1976 天文常数系统. 1976 天文常数系统已沿用了 20 多年. 尽管天文学家不断提出采用新的天文常数值, 但是一个天文常数系统的启用, 就必须将过去观测资料归算到统一的系统, 工作量非常庞大, 因此天文常数系统应尽可能保持稳定, 一般要使用 10~20 年. 在 21 届 IAU 大会上专门成立了天文标准工作组 (Working Group of Astronomical Standard, 简称 WGAS), 其中包括了天文数值标准数组 (即天文常数组). 为了解决天文常数系统不经常改变, 解决其与由更新的观测得到新的天文常数测定值之间的矛盾, 会议建议

及时公布天文常数的最佳估计值,并在 1994 年第 22 届大会上公布了 1994 年天文常数的最佳估计值,在 IAU Colloquium 180 上又公布了 IAU2000 年最佳估计值。

表 3 列出了 1990 年以来 IAU 所采用岁差和章动模型及常数值,2000 年 Capitaine 等人在非旋转原点的基础上提出了运动参考架,并在 2003 年采用,在此期间还采用 1996 年 Herring 由 VLBI 观测得到经验的章动模型。

表 3 IAU 采用的岁差和章动模型及常数值

	岁差模型	黄经总岁差 / ($''$)·百年 $^{-1}$	章动模型	章动常数 /($''$)
1911–1964 年	Newcomb	5 025.64		9.21
IAU 1964 常数系统	Newcomb	5 025.64	Woolard	9.210
IAU 1976 常数系统	L77	5 029.096 6	Woolard	9.210
	L77	5 029.096 6	Wahr(IAU 1980)	9.202 5
2003–2009 年	IAU 2000	5 028.796 928 8	MHB(IAU 2000A)	9.205 233 1
2009 年后	P03	5 028.796 195	MHB(IAU 2000A)	9.205 233 1

注:表中第 1 和 2 行数字相应历元为 1900.0,其他数字对应于 2000.0

由于天文常数系统的重要性,引起了天文学家的关注,也认识到需要及时变更的不仅是天文常数的数值,也需要变更研究某些天文常数所采用的模型和实现这些模型的软件,现已在有组织地开展这方面的工作:1)以 Fukushima 为首的 IAU 天文标准工作组,2003 年已由以 Wallace 为首的 SOFA(Standards of Fundamental Astronomy)组替代;2)以 Groten 为首的 IAG 测地常数工作组,每 3 年公布新测地常数值;3)以 McCathy 为首的 IERS 规范组,它是在 MERIT 标准的基准上建立的,已公布了 IERS1989、1992 标准、1996、2000 年 IERS 规范和 IERS2003 规范。

天文常数数学模型以 IERS 规范最全面,而 IAU SOFA 小组只给出根据天文模型编制的程序,如 IAU1976 岁差、IAU1980 章动、UTC–TAI 的转换、TCB–TDB–TT 转换,GMST 的计算等^[35]。

由于 VLBI 和 LLR 的高精度观测发现 IAU 1980 章动模型与观测不符,相差达 ± 10 mas。1994 年 IAU 第 22 届 IAU 大会成立了以比利时皇家天文台 V. Dehant 为首的章动工作组;2000 年 IAU 大会上给出了新的章动模型 IAU 2000A 和 IAU 2000B,并在 2003 年应用。2003 年 Capitaine 又提出 P03 岁差模型。从此 1976 年天文常数系统中岁差和章动常数已改变,且其他常数也不断有新的测定值,今后几年中可能会出现新的天文常数系统。

最后,必须指出现在采用的 CIO 作为赤经原点还是有争议的。CIO 是基于 1986 年 Guinot 和 Capitaine 提出的无旋转原点 (Non Rotating Origin, NRO) 理论,即保持 NRO 相对于移动的极点是旋转的。但如果移动极在惯性参考架中是有旋转的,那么 NRO 在惯性参考架中也应有旋转,其角速度约为 $-4.15''/a$ 。今后采用什么作为赤经的原点还有待进一步研究^[36]。

参考文献:

- [1] Lieske J H, Lederle T, Fricke W, et al. A&A, 1977, 58: 1
- [2] Mathew F M, Herring T A, Buffett B A. J. Geophys. Res. 2002, 107: B4
- [3] Dehant V, Capitaine N. Celest. Mech. Dyn. Astr., 1997, 65: 439

- [4] Bretagnon P, Fienga A, Simon J L. *A&A*, 2003, 400: 785
- [5] Capitaine N, Wallace P T, Chapront J. *A&A*, 2003, 412: 5657 (C03c)
- [6] Fukushima T. *AJ*, 2003, 126: 494
- [7] Harada W, Fukushima T. *AJ*, 2004, 127: 531
- [8] Capitaine N, Wallace P T, Chapront J. *A&A*, 2004, 421: 365
- [9] Capitaine N, Wallace P T, Chapront J. *A&A*, 2005, 432: 355(C05)
- [10] Hilton J L, Capitaine N, Chapront J, et al. *Celest. Mech. Dyn. Astr.*, 2006, 94: 351
- [11] van der Hucht K A. *IAU 2006, Transactions of the IAU XXVIB*, 2006
- [12] Capitaine N, Guinot B, Souchay J. *Celest Mech.*, 1986, 39: 283
- [13] Capitaine N, Guinot B, McCarthy D D. *A&A*, 2000, 355: 398
- [14] Keidelmann P K, Kovalevsky J. *A&A*, 2002, 392: 341
- [15] Wallace P T, Capitaine N. *A&A*, 2006, 459: 981
- [16] Capitaine N, Wallace P T. *A&A*, 2006, 450: 855(C06)
- [17] Chapront J, Chapront-Touze M, Francou G. *A&A*, 2002, 387: 700
- [18] Aoki S, Kinoshita H. *Celest. Mech.*, 1983, 29: 335
- [19] Williams J G. *AJ*, 1994, 108: 711
- [20] Capitaine N, Chapront J, Lambert S, et al. *A&A*, 2003, 400: 1145(C03a)
- [21] Fukushima T. *A&A*, 1991, 244: L11
- [22] Lieske J H. *A&A*, 1979, 73: 282
- [23] Capitaine N, Wallace P T, McCarthy D D. *A&A*, 2003, 406: 1135(C03b)
- [24] Wahr J M. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 1981, 64: 705
- [25] cdsarc.u-atrasbg.fr(130.79.128.5)
- [26] <http://cdsweb.u-strasbg.fr/cgi-bin/qcat?/A&A/400/1145>, 2007
- [27] <http://maia/usno.navy.mil.ch5tables.html>, 2007
- [28] Simon J L, Bretagnon P, Chapront P, et al. *A&A*, 1994, 282: 663
- [29] Kinoshita H. *Celest. Mech.*, 1977, 15: 277
- [30] Laskar J. *A&A*, 1986, 157: 59
- [31] Souchay J, Kinoshita H. *A&A*, 1996, 312: 1017
- [32] Roosbeek F, Dehant V. *Celest. Mech.*, 1998, 70: 215
- [33] William J G. *AJ*, 1995, 110: 1420
- [34] Kaplan G. the proceeding of Joint Discussion 16, IAU, 2003
- [35] Wallace P T. *Highlight of Astronomy*, Andersen J ed. Boston : Kluwer Academic Publisher, 1998, 11: 191
- [36] Fukushima T. *AJ*, 2001, 122: 482

New Progress of Reserch Work on Precession Mode—P03 Precession Mode

JIN Wen-jing

(Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China)

Abstract: Based on the IAU 2000 resolution the MHB2000 and corrective value of the precession rate of L77 have been adopted since January 1, 2003. The background of submitting precession mode P03 is briefly described. The disadvantages of IAU 1976 precession mode are given such as the precession rates in error by about -3 mas/a in longitude and -0.25 mas/a in obliquity comparing with VLBI observations, the obliquity at J2000.0 in error by $0.04''$ based on LLR and

planetary observations, imperfection of the Newcomb's solution and 1976 values for planetary mass etc. Moreover the precession rate of the IAU 2000 precession-nutation is an experienced value and is not consistent with dynamical theory.

The IAU 2006 precession mode i.e. P03 proposed by N. Capitaine is introduced. The improvements of ecliptic precession and equatorial precession were implemented. For example, the analytical theory VSOP87 fitted to the JPL ephemerides DE406 for the motion of the ecliptic is adopted in the P03 model. The model for the precession of the equator has been obtained by solving the dynamical precession equations based on the most recent expressions for the theoretical contributions to precession and on the MHB estimates of precession rates. All of the perturbing effects on the observed quantities were estimated. Two equivalent bias-precession-nutation transformation from GCRS to ITRS, namely the CIO-base transformation (new one) and equinox-based transformation(classical one) are given. The method based on the“rotation vector” concept for transformation from GCRS to ITRS is also mentioned. The relationship between these methods is expressed. The comparisons for the precession of the ecliptic and the equator between different methods such as Bretagnon et al.(2003), Fukushima (2003), Lieske (1977),Capitaine(2003a) are shown in Fig. 1–4.

Four methods of generating the CIP coordinates are expressed. The accuracy related such as dependence on the parameters of the precession model, dependence of the choice method are given. The CIO position in GCRS derived from 6 methods are described. The accuracy related to the precession mode and the choice method is also given.

Finally, the precession and nutation models as well as the constants of main term adopted by IAU have been listed in table 3 since 1990.

Key words: astrometry; precession mode; moving reference frame; astronomical constants