

文章编号: 1000-8349(2008)01-0080-07



# 导航卫星历书参数拟合改进算法

陈刘成<sup>1,2</sup>, 唐 波<sup>1</sup>, 梁红梅<sup>1</sup>

(1. 解放军 61081 部队, 北京 100094; 2. 中国科学院 上海天文台, 上海 200030)

**摘要:** 该文对导航卫星历书拟合问题进行了综合研究, 结合  $J_2$  项分析解, 提出了一种新的卫星历书拟合方法和用户算法。该方法只需下列参数表示历书:  $Week$ 、 $T_{oa}$ 、 $a$ 、 $e$ 、 $i$ 、 $\Omega_0$ 、 $\omega_0$ 、 $M_0$ , 比正常的 GPS 卫星历书参数少一个:  $\dot{\Omega}$ 。用户算法可以根据一阶摄动理论, 由新历书参数  $a$ 、 $e$ 、 $i$  计算  $\dot{\Omega}$ , 并对 MEO、IGSO、GEO 卫星的历书参数近地点角进行改进。通过多组模拟轨道和 IGS 精密轨道的历书拟合实验, 结果表明采用新方法具有参数少、计算量少、迭代收敛快、拟合 MEO 卫星历书精度高等优点, 同样适用于高轨 GEO、IGSO 卫星。

**关键词:** 天体测量学; 卫星导航; 历书; 用户测距误差

**中图分类号:** P228      **文献标识码:** A

## 1 引 言

在 GNSS(全球导航卫星系统) 业界, 卫星信号的快速捕获、缩短接收机启动时间始终是被关注的热点问题之一。卫星导航系统历书信息在接收机信号捕获的过程中起着十分重要的作用。以 GPS 系统为例, 其信号是一个码分多址 (CDMA, Code division multiple access) 信号, 在没有辅助信息的情况下, 接收机对卫星信号的搜索是一个“满天搜星”的过程, 要搜索天空中的所有卫星对应的伪随机码。如果预先知道任意时刻所有卫星的概略位置, 接收机就可以有的放矢地只复现当前时刻天空中可视卫星的伪随机码, 并进行搜索。如果能同时知道任意时刻的星地概略距离, 则更能缩短码信号搜索范围, 显著地提高卫星信号的锁定速度。GPS 卫星信号的搜索是一个二维搜索过程, 既要卫星进行码搜索, 也要通过频域搜索确定该卫星的多普勒频移。通过历书信息计算出卫星的概略位置、概略对地速度, 就可以估算出卫星的

**收稿日期:** 2006-10-13; **修回日期:** 2007-01-30

**基金项目:** 地球空间环境与大地测量教育部重点实验室测绘基础研究基金资助课题 (07-06)

概略多普勒频移, 以便快速捕获卫星信号。

历书也被用于卫星计算自身位置。这是卫星完成某些在轨任务(如区域信号增强、区域信号屏蔽)的重要依据。另外, 精密测量用户也可以利用历书来对某地某时(或某段时间)卫星的可见性进行预报, 从而对观测时间进行合理的安排。

## 2 GPS 历书参数

### 2.1 历书构成及精度

由于目前 GPS 卫星历书表示方法应用较广, 本文将对 GPS 历书的拟合算法和精度做详细分析。表 1、表 2 列出了 GPS 历书参数和精度。GPS 历书参数从定义上讲是钟差和星历参数的一个子集<sup>[1,2]</sup>, 较星历而言, 精度降低了, 但是有效时间大大增加。

由历书计算卫星位置, 与卫星位置相关的 URE(用户测距误差, User range Error) 增大速度与时间跨度的平方成正比。表 2 所列的 GPS 历书精度指标是根据统计值估算出来的, 在出现日蚀、轨道机动的情况时, 误差可能更大<sup>[1]</sup>。

历书中的钟差参数在正常工作阶段, 提供的钟差误差小于  $2 \mu\text{m}$ , 对统计意义上的钟差相关的 URE 贡献误差小于  $135 \text{ m}(1\sigma)$ 。

表 1 GPS 历书参数<sup>[1]</sup>

参数	说明	参数	说明
$ID$	卫星的 PRN 号, 范围为 1~31	$\sqrt{A}$	轨道长半轴的平方根
$Health$	卫星健康状况, 零可用, 非零不可用	$\Omega_0$	$T_{oa}$ 对应周起点的升交点经度
$e$	轨道偏心率	$\omega$	近地点角
$Week$	周数 (0~1 024)	$M_0$	平近点角
$T_{oa}$	历书的基准时间	$a_{f0}$	卫星时钟校正参数 (钟差)
$\delta_i$	轨道倾角 (相对于 $0.3\pi$ 的变化量)	$a_{f1}$	卫星时钟校正参数 (钟速)
$\dot{\Omega}$	升交点经度变化率		

表 2 GPS 历书精度<sup>[1]</sup>

业务阶段	历书星历 URE/m
正常阶段	900
短期扩展阶段	900~3 600
长期扩展阶段	3 600~300 000

### 2.2 历书数据的注入

GPS 地面控制系统每次注入历书数据, 会确保所有卫星历书  $T_{oa}$  一致, 且不同于后续历书数据或卫星健康状态发生改变的卫星历书中的  $T_{oa}$  参数。地面控制系统至少每 6 天注入一次历书数据, 否则历书精度将随时间显著降低, 实际注入频率一般小于 3.5 天<sup>[1]</sup>。

在至少 60 天的时间跨度内, 对于 GPS Block II 和 IIA 型卫星, 使用历书数据有三组。第一组和第二组在上传完成后分别广播 6 天, 第三组在剩余的余时间内广播。卫星广播第三组历书的实际持续时间取决于各个卫星内存保存数据的能力。与卫星发播时间跨度为 6 天对应, 所有这三组历书数据都是基于 6 天的数据拟合的。对于 IIR/IIR-M/IIF 卫星, 控制系统每次上传的多组历书参数有效时间至少为 60 天<sup>[1]</sup>。

### 3 GPS 历书算法

#### 3.1 拟合算法

GPS 历书参数是通过数值拟合方法得到的, 具体方法目前在公开文献中没有说明。文献 [3] 简单地提出了一种星历拟合方法, 本文总结如下 (为了区分下文的改进算法, 本文暂称此历书拟合方法为正常算法)。

已知卫星轨道, 可以用间接平差的方法求解出历书参数:

$$\mathbf{r}(t_k) = \mathbf{r}(\bar{X}_0, t_0, t_k), \quad k = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (1)$$

式中  $\mathbf{r}(t_k)$  表示  $t_k$  时刻的卫星位置, 包含 3 个位置分量,  $t_0$  为参考历元时刻,  $\bar{X}_0$  表示待求的历书参数。式 (1) 为非线性方程, 需线性化后代迭代求解。

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(t_k) &= \mathbf{r}(\bar{X}_{i/0}, t_0, t_k) + \left( \frac{\partial \mathbf{r}(t_k)}{\partial \bar{X}_0} \right)_{\bar{X}_{i/0}} \times (\bar{X}_{i+1/0} - \bar{X}_{i/0}), \quad k = 1, 2, 3, \dots, n; \\ y_i &= \mathbf{r}(t_k) - \mathbf{r}(\bar{X}_{i/0}, t_0, t_k), \quad \mathbf{B}_i = \left( \frac{\partial \mathbf{r}(t_k)}{\partial \bar{X}_0} \right)_{\bar{X}_{i/0}}, \quad x_i = (\bar{X}_{i+1/0} - \bar{X}_{i/0}); \\ y &= \mathbf{B}x. \end{aligned}$$

上式中,  $\bar{X}_{i+1/0}$  和  $\bar{X}_{i/0}$  分别表示第  $i+1$  和  $i$  次迭代求出的历书参数。可以设定一定的收敛标准, 迭代求解直至满足:

$$\frac{|\sigma_{i+1} - \sigma_i|}{\sigma_i} < \varepsilon.$$

这里,  $\sigma = \sqrt{\frac{(y - \mathbf{B}x)^T (y - \mathbf{B}x)}{m - 1}}$  为一次迭代过程中的统计中误差,  $\varepsilon$  可取为 0.01。

迭代计算的参数初值设置为: 开普勒 6 参数取为历元时刻  $t_{0a}$  的密切轨道根数, 其余 1 个摄动参数  $\dot{\Omega}$  取 0。

#### 3.2 用户算法

利用历书计算卫星位置的算法与利用星历计算卫星位置算法基本相同<sup>[1,2]</sup>。 $\mu$ 、 $\dot{\Omega}_e$  分别为系统定义的地球 GM 值和地球自转速度常量。

$$\begin{aligned}
A &= (\sqrt{A}), \quad n = \sqrt{\frac{\mu}{A^3}}, \quad t_k = t - t_{oa} + (CurWeek - Week) \times 604\,800.0; \\
M_k &= M_0 + nt_k, \quad M_k = E_k - e \sin E_k, \quad \nu_k = \tan^{-1} \left\{ \frac{\sqrt{1-e^2} \sin E_k / (1 - e \cos E_k)}{(\cos E_k - e)(1 - e \cos E_k)} \right\}; \\
i_k &= 0.3\pi + \delta_i, \quad \Phi_k = \nu_k + \omega, \quad r_k = A(1 - e \cos E_k), \quad x'_k = r_k \cos \Phi_k; \\
y'_k &= r_k \sin \Phi_k, \quad \Omega_k = \Omega_0 + (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}_e)t_k - \dot{\Omega}_e t_{oa}; \\
x_k &= x'_k \cos \Omega_k - y'_k \cos i_k \sin \Omega_k, \quad y_k = x'_k \sin \Omega_k + y'_k \cos i_k \cos \Omega_k, \quad z_k = y'_k \sin i_k.
\end{aligned} \tag{2}$$

式(2)中  $CurWeek$ 、 $t$  为以周、秒表示的当前时间, 其余参数意义参见表 1。

## 4 改进的历书算法

### 4.1 改进的拟合算法

新方法采用所有历元  $a$ 、 $e$ 、 $i$  根数的平均值作为最终的历书参数  $a$ 、 $e$ 、 $i$  的值, 并把由式(3)得到的  $\Omega_1$  直接赋给历书中对应的参数  $\dot{\Omega}$ 。其余 3 个历书参数利用正常拟合算法拟合。

$$\Omega_1 = -\frac{3}{2}J_2\frac{R_e^2}{p^2}n \cos i, \quad \omega_1 = \frac{3}{2}J_2\frac{R_e^2}{p^2}n \left(2 - \frac{5}{2}\sin^2 i\right); \tag{3}$$

$$M_1 = \frac{3}{2}J_2\frac{R_e^2}{p^2}n \left(2 - \frac{3}{2}\sin^2 i\right) \sqrt{1-e^2}, \quad n = \sqrt{GM/a^3}, \quad p = a(1-e^2).$$

### 4.2 改进的用户算法

用户采用新历书计算卫星位置, 基本同式(2), 但是需要对不同历元修正近地点角  $\omega_k$ ,

$$\begin{aligned}
\text{对 MEO 卫星:} \quad \omega_k &= \omega_0 - \omega_1 \cdot (\Delta t/2 - t_k); \\
\text{对 GEO、IGSO 卫星:} \quad \omega_k &= \omega_0 - \omega_1 \cdot (\Delta t/2 - t_k)/2.
\end{aligned} \tag{4}$$

式中,  $\Delta t$  为历书拟合弧段的时间跨度, 历书参数参考时间取拟合弧段开始时间。 $\dot{\Omega}$ 、 $\omega_1$  直接依据公式(3)和历书参数  $a$ 、 $e$ 、 $i$  计算。

## 5 算例及分析

### 5.1 拟合轨道

采用的轨道包括模拟的中高轨道卫星轨道和 IGS 实际轨道数据。模拟数据为采用 EGM96  $12 \times 12$  阶重力场模型, 日、月第三体摄动模型, 球形光压摄动模型生成各类卫星轨道。实际轨道数据为 IGS 2003-07-16—2003-07-31 提供的精密轨道。

在统计历书拟合精度时,对 MEO 卫星,采用的 URE 计算公式为

$$\sigma_{\text{URE}}^2 = \sigma_{\text{R}}^2 + 0.01741(\sigma_{\text{T}}^2 + \sigma_{\text{N}}^2).$$

对 GEO/IGSO 卫星,采用的 URE 计算公式为

$$\sigma_{\text{URE}}^2 = 0.96\sigma_{\text{R}}^2 + 0.04(\sigma_{\text{T}}^2 + \sigma_{\text{N}}^2).$$

$\sigma_{\text{R}}$ 、 $\sigma_{\text{T}}$ 、 $\sigma_{\text{N}}$  分别为由历书参数计算的卫星位置在径向、切向、法向的位置误差。

表 3 模拟卫星的初始轨道状态

卫星类型	起始时间	初始开普勒轨道根数					
		/m	/( $^{\circ}$ )	/( $^{\circ}$ )	/( $^{\circ}$ )	/( $^{\circ}$ )	/( $^{\circ}$ )
MEO1	2003-06-01 12:00:00	27 906 992.700	0.001	55.0	329.50	0.00	0.0
MEO2	2003-06-01 12:00:00	27 906 992.700	0.006	55.0	329.50	0.00	0.0
MEO3	2003-06-01 12:00:00	25 906 992.700	0.001	55.0	329.50	0.00	0.0
GEO1	2003-06-01 12:00:00	42 164 169.637	0.0	0.0	80.0	0.00	0.0
GEO2	2003-06-01 12:00:00	42 164 169.637	0.0	55.0	160.0	0.00	0.0
IGSO1	2003-06-01 12:00:00	42 164 169.637	0.0	55.0	118.0	0.00	0.0

## 5.2 拟合结果

采用 5.1 中所述 14 天的模拟轨道和实际轨道作为源轨道,利用正常算法和改进算法分别拟合历书参数,并利用历书参数反算轨道,统计源轨道与反算轨道在 14 天中的平均位置误差和 URE 误差。

表 4 正常算法与改进算法拟合卫星历书精度比较

轨道数据	卫星	m			
		正常算法		改进算法	
		平均 URE	平均位置误差	平均 URE	平均位置误差
模拟的 MEO 卫星轨道	MEO1	3 035.9	22 755.4	637.6	4 322.0
	MEO2	3 052.1	22 846.3	641.8	4 323.4
	MEO3	3 586.4	26 905.3	593.7	3 729.8
模拟 GEO 卫星轨道	GEO1	1 711.5	6 572.7	2 812.5	11 587.2
	GEO2	1 599.1	5 902.0	2 792.7	11 244.5
模拟 IGSO 卫星轨道	IGSO1	2 772.9	12 548.7	2 405.3	10 660.2
IGS 实际的 GPS 卫星轨道	GPS RN1	3 097.3	23 121.6	836.6	5 714.6
	GPS RN2	3 701.9	27 898.3	1 222.2	8 434.2
	GPS RN3	3 552.9	26 660.5	1 056.8	6 377.6
	GPS RN4	3 311.3	24 838.0	649.4	4 309.7
	GPS RN5	3 711.4	27 884.3	1 298.9	8 784.4
	GPS RN6	3 427.3	25 742.5	691.5	4 463.5
	GPS RN7	3 466.7	26 016.2	812.5	4 672.1
	GPS RN8	3 508.4	26 314.0	510.7	2 516.2

### 5.3 分 析

对 GPS 历书做一简单的分析可知, 历书表示法基本上是一种二体问题的拟合方法。只有升交点  $\Omega$  的一阶变化量能被拟合。在一阶摄动力作用下, 卫星轨道根数  $a$ 、 $e$ 、 $i$  没有长期变化项<sup>[4]</sup>, 其余三个轨道根数有一阶长期变化量(见公式(3))。GPS 历书拟合方法, 并不能拟合  $\omega_1$ 、 $M_1$  项,  $\dot{\Omega}$  能部分吸收其影响。 $\omega_1$ 、 $M_1$  变化的速度与  $n$ , 即  $a^{-3/2}$  成正比, 所以在其他轨道参数相同的情况下, 轨道高度较低的卫星  $\omega_1$ 、 $M_1$  变化量大, 造成的误差比较大。同理, 由公式(3)可知, 在其他轨道根数相同的情况下, 偏心率较大的卫星,  $\omega_1$ 、 $M_1$  变化量大, 历书拟合误差较大。

改进方法以 8 个参数拟合 MEO 卫星历书, 精度优于 9 个参数的正常拟合方法, 其原因在于基于 3.1 节算法的正常拟合方法, 线性化求解偏导数时所用的密切轨道根数误差较大造成的。而采用改进算法直接对某些历书参数进行赋值, 可以将其值限制在比较准确的范围内, 所以能以较少的参数获得较高的历书拟合精度。

改进方法用于高轨道卫星历书拟合时, 忽略了地球重力场 J22 项摄动上升为主要摄动项所造成的影响。造成了改进算法拟合 GEO 卫星或 IGSO 卫星历书精度与正常算法相当或者有所下降的情况, 但是能够满足导航用户对于历书精度的要求。正常历书拟合方法拟合 GEO 卫星轨道时, 由于此时轨道根数相关性增强, 历书参数之间的调和作用明显, 所以能获得较高的拟合精度。

## 6 总 结

采用正常历书拟合方法拟合 MEO 导航卫星历书, 拟合的精度主要由卫星轨道本身特点决定。采用改进算法, 固定某些星历参数, 可以提高历书拟合精度、减少计算量、提高收敛速度。拟合 14 天卫星轨道的历书位置精度在几十公里, 与位置相关的 URE 在几公里的量级。采用改进历书拟合方法和用户算法, 历书拟合的位置误差在公里级, 与位置相关的 URE 约 1 公里, 优于正常历书拟合方法。本改进算法同样适用于 GEO、IGSO 导航卫星的历书拟合。由于改进算法只需要参数 8 个表示卫星历书信息, 可以节约卫星导航系统宝贵的通信资源。

**致谢** 在本文的完成过程中, 得到了上海天文台胡小工研究员的指导, 在此表示深深的谢意!

### 参考文献:

- [1] NAVSTAR GLOBAL POSITION SYSTEM INTERFACE SPECIFICATION. Navstar GPS Space Segment/Navigation User Interface IS-GPS-200 Revision D[R], CA:ARINC Engineering Service LLC, 2004
- [2] NAVSTAR GLOBAL POSITION SYSTEM INTERFACE SPECIFICATION. Navstar GPS Space Segment/Navigation User Interface IS-GPS-200 Revision C[R], CA: ARINC Engineering Service LLC, 1993
- [3] 崔先强, 焦文海, 秦显平. 导航卫星的历书参数及其拟合算法. 测绘科学技术学报. 2006, 23(1): 23-25

## The Improved Method on the Almanac Parameters Fitting of Navigation Satellites

CHEN Liu-cheng<sup>1,2</sup>, TANG bo<sup>1</sup>, LIANG Hong-mei<sup>1</sup>

(1. The 61081 unit of PLA, Beijing 100094, China; 2. Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 20030, China)

**Abstract:** Based on the 1st order perturbation analytic solution theory, the improved almanac parameters fitting method of navigation satellites and its user calculation algorithm are introduced in this article. Compared with the normal GPS almanac, less parameters, only eight, as “*Week, T<sub>0a</sub>, a, e, i,  $\Omega_0, \omega_0, M_0$* ”, are needed to express the new almanac information. According to the broadcasting almanac parameters *a, e, i*, the user can calculate  $\dot{\Omega}, \omega_1$  by formulas directly. The user of the new almanac will get more precise satellite position by correcting the  $\omega_k$  at any epoch.

Using the new method, almanac fitting examples on simulated satellite orbits and IGS GPS precise orbits are shown. The new method can obtain higher accuracy orbits for MEOs, with less parameters and quicker convergence through iterative calculation. It is the same with high orbit satellite GEO/IGSO.

**Key words:** astrometry; satellite navigation; Almanac; URE

\* \* \* \* \*

### 《天文学进展》关键词的选用规则

关键词是学术论文进入流通和引用的窗口。规范关键词的选择有利于检索和引用。按中国科协学会学术部《关于在中国科协系统科技期刊中规范关键词选择的决定》，《天文学进展》要求发表在本刊的所有学术论文，必须在摘要后列出不少于 3 个关键词，但不应多于 8 个。其顺序如下：

第一个关键词为该文主要工作或内容所属二级学科名称。

第二个关键词为该文研究得到的成果名称或文内若干个成果的总类别名称。

第三个及以后的关键词为在前两个关键词中没有出现的，但被该文作为主要研究对象的事或物质的名称，或者在题目中出现的作者认为重要的有利于检索和文献利用的名词。

例如《核纪年法确定银河系年龄的研究进展》论文的关键词可选为：天体物理学；银河系年龄；核纪年法；恒星；中子俘获元素；丰度。

《天文学进展》编辑部

2008 年 3 月