

文章编号: 1000-8349(2006)01-0027-16

GPS/LEO 掩星观测的变分同化技术

刘 敏, 郭 鹏

(1. 中国科学院 上海天文台, 上海 200030; 2. 中国科学院 研究生院, 北京 100039)

摘要: 在简单介绍 GPS/LEO 掩星探测大气的发展历史和科学意义之后, 详细阐述了反演的基本原理; 分析了标准反演中存在的问题, 并说明一维变分同化 (1DVAR) 在反演方法中的重要性; 给出了一维变分同化中价值函数的求解, 以及各种同化因子; 简单介绍了对当前气象学中普遍使用的四维变分同化 (4DVAR); 重点讨论了各种同化方法, 以及使用各种同化因子的优缺点。最后, 通过 CHAMP 卫星的观测实例分析, 验证了 GPS 数据在数值天气预报 (NWP) 中的作用, 以及相对于标准反演法一维变分对气象要素的改进。

关键词: 天体测量学; 同化; 综述; GPS/LEO; 无线电掩星; 一维变分; 四维变分
中图分类号: P129; P228.4 **文献标识码:** A

1 GPS/LEO 无线电掩星技术

1.1 历史与现状

上世纪 90 年代, 随着 GPS 星座的完善和改进以及 GPS 接收机的发展, 一种新的地球大气探测技术——GPS/LEO 无线电掩星技术被提出。在穿透地球大气过程中, GPS 无线电信号会产生延迟, 其量级取决于大气折射率的分布。中性大气的折射率可表示为大气的成分、密度、温度等物理参数的函数。装载在 LEO 卫星上的 GPS 信号接收机, 能接收穿透地球大气后 (掩星状态) 的 GPS 卫星的无线电信号, 同时可以进行精确的载波相位和振幅测量^[1,2]。掩星观测资料加上 GPS 和 LEO 卫星的精密星历, 即能反演高精度、高分辨率的折射角和折射率剖面, 进而获得温度、压力、湿度等气象参数剖面。一颗高度约 800 km 的 LEO 卫星, 每天大约有 500 个有效掩星观测。假设有 100 颗 LEO 卫星, 就能得到全球从大气层底部 100 m 到大气层高度为 35 km 左右 (约 10 mb) 的垂直分布图, 并可以在 24 h 内, 获得大气层上部 500 km、底部 200 km 的水平网格分布图。GPS/LEO 掩星技术是一种与常规大气探测手段 (如探空气球、气象雷达等) 完全不同的技术。如果把它和传统的大气层遥感、地球表面大气观测

收稿日期: 2005-10-10; **修回日期:** 2005-10-31

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (10073017); 上海市科学技术委员会科研计划资助项目 (04ZR14152); 中国科学院知识创新工程重要方向资助项目 (KJ CX2-SW-T1); 浙江省自然科学基金资助项目 (Y504111)

量相结合,将会引起气象学一场具有潜在价值的技术革命。实验证明,对常规气象观测量稀少的海洋和荒漠地区,掩星数据更有价值。从 GPS/MET、CHAMP、SAC-C 等实验获得的温度剖面,与数值天气预报(NWP)模型符合得很好。另外,掩星观测是一个自校准系统,它不依赖于物理常数的选择,掩星数据还有望用于全球和局部气候变化的监测。

早在上世纪 60 年代,无线电掩星技术已经在美国 NASA 的太阳系探测项目中发挥了很大作用。NASA 的研究人员应用行星与空间飞行器的掩星观测,研究了火星、金星、木星、土星、天王星和海王星等行星,以及若干自然卫星的大气和电离层结构^[3~5]。行星掩星技术是使用一个放置在地球表面的接收机,来观测行星或其卫星大气背后的信号源(绕它们运行的人造飞行器)^[6,7]。GPS/LEO 掩星技术是行星掩星技术的发展,而该发展是建立在上世纪 80~90 年代高精度 GPS 信号接收机、计算机硬件和软件系统、人造卫星定轨等技术发展的基础上的。将行星掩星与 GPS/LEO 掩星技术相比,可以看出,两者的装置不同,后者的接收机和发射器都是围绕地球运行的,这在硬件上要求接收机具有较高的精度和采样频率,在理论上则要求定轨精度达到分米级。

LEO 卫星接收 GPS 卫星发出的、穿透地球大气层的无线电信号掩星观测资料,结合 GPS 和 LEO 卫星的精密星历,或者应用几何光学近似的标准反演方法,或者通过各种物理反演,可首先获得大气弯曲角剖面;在各向同性的大气假设下,再运用 Abel 积分变换又可获得大气折射率剖面;然后利用理想气体状态方程、流体静力学方程和大气折射率的 Smith-Weintraub 方程,还可以从折射率剖面反演得到温度、压力、密度和水汽剖面(假设温度剖面可以从模型中获得)^[8,9]。但是,以上方法存在由折射率剖面同时反演温度和水汽剖面的模糊度困难,在低对流层温度反演中会出现很大误差,因此这个反演过程并不是最恰当的。为了克服这个困难,同时考虑到全球或局部的大气预报模型能用于计算折射率和折射角剖面的理论值,一种统计学上最优估计的一维变分同化反演方法(1DVAR)应时而生^[10~12]。四维变分方法(4DVAR)则是另一种解决此问题的方法。它直接把反演得到的折射率或弯曲角观测算子同化到数值天气预报模型中去,而不依赖温度和湿度模型的先验值和观测值,从而成为数值预报模型中很有发展前途的新方法。如果从折射率算子获得的温度和比湿剖面进入四维变分方法模式,则又是一种中尺度的动力学气象方法。研究表明,这种方法能够有效改进水汽剖面,从而改进数值天气预报。对于温度也有类似的结论。

真实大气可能存在局部非球对称结构,因而各向同性大气假设会导致附加的反演误差。消除此误差的常用途径是二维弯曲角同化方法^[11,15]。在过去的几年中,佛罗里达州大学以及 UCAR (The University Corporation for Atmospheric Research) 团组已经尝试了很多种方法来同化 GPS/MET 实验的弯曲角观测。他们试验了原先采用的大气折射率观测算子和观测弯曲角算子,以及其他直接得到的弯曲角算子(如来自射线追踪模型)。结果表明,射线追踪法能大大提高弯曲角的精度,但它的缺点是计算量比较大。如果能找到高效、省时的 GPS 射线轨迹方程的数值解法,就可以降低计算弯曲角算子的运行时间。为了克服此困难,目前采用了一种使用折射率算子和弯曲角混合算子的方法^[16],即把中性大气分为两部分,在水汽较为集中的下大气层仍然用弯曲角作为同化算子;而在水汽较少的上大气层,由于大气的非球对称性不很明显,用折射率作为同化算子。相对弯曲角算子而言,折射率算子的计算要简单得多,这样大大减少了计算量,其结果与单纯使用弯曲角算子的结果十分接近。

GPS/LEO 掩星技术具有全球覆盖、精度高、垂直分辨率高、长期稳定、费用低、全天候观测的特点,且又是一种自准直观测技术,不需要利用其他技术进行定标。本文将对该技术的变分同化反演方法进行介绍,并结合若干观测实例的对比计算,分析同化技术在气象和大气科学服务中的意义。

1.2 原理

GPS 星座由 24 颗正式卫星、若干颗备用卫星组成,它们的轨道高度约为 20200 km,周期为 12 h (恒星时),轨道倾角为 55° ,均匀地分布在 6 个轨道面上^[17]。GPS 卫星分别以 19.0、24.4 cm 两个载波发射导航电文、授时信号和相关的卫星信息。在 GPS/LEO 掩星技术中,当 GPS 卫星发射的电波信号穿过地球大气层时,由于大气对电波产生的折射效应,电波射线发生延迟;地球大气折射率梯度的存在又使信号的路径产生弯曲。用安装在 LEO 卫星上的高精度 GPS 接收机接收这些延迟信号,就可观测到掩星事件。这种星载 GPS 接收机能同时记录观测到的载波相位和幅度(信噪比)。在掩星资料处理中,由于 GPS 卫星的周期远远大于 LEO 卫星的周期,可以假设 LEO 卫星相对一个“固定”的 GPS 运行。在 LEO 卫星相对 GPS 卫星向下或向上运行的过程中,从 GPS 卫星发出的无线电信号路径在大气中的切点将从大气层顶部向下或从地面向上变化,需要进行一次由上而下或由下而上的大气剖面扫描,完成一次上升或下降的掩星测量^[1,18,19]。一次掩星观测过程的持续时间大约为 80 s (若通过整个电离层,该时间会长些)。

图 1 简单示意了 GPS 和 LEO 卫星构成掩星观测的几何关系^[1]。装载在 LEO 卫星上的 GPS 双频接收机以 50 Hz 或 100 Hz 的采样频率记录精确的双频 GPS 信号相位延迟量和信噪比。从相位延迟序列,通过简单的时间差分,可得到相位延迟率(或大气多普勒漂移)序列。用已知的精密 GPS 和 LEO 卫星轨道信息,即可从观测到的相位延迟率(或大气多普勒漂移)序列计算 GPS 信号的弯曲角序列,在几何光学近似下,通常用 Abel 积分逆变换把弯曲角序列反演得到大气折射指数剖面,最终获得水汽、温度、密度剖面。

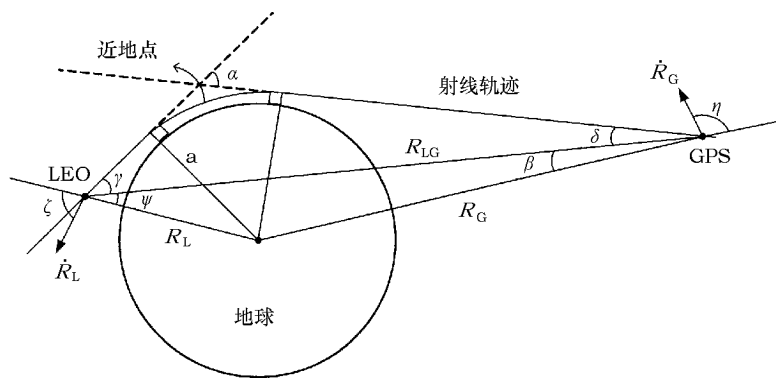


图 1 GPS/LEO 掩星几何关系^[1]

在局部球对称假设下,从大气多普勒频移 Δf_i ,加上精密 GPS 和 LEO 历表信息,我们得到大气多普勒观测方程:

$$\Delta f_i = \frac{f_i}{c} \left(\left| \dot{\mathbf{R}}_L \right| \cos(\zeta - \gamma - \psi) - \left| \dot{\mathbf{R}}_G \right| \cos(\pi - \eta - \delta - \beta) - \dot{\mathbf{R}}_{LG} \right), \quad (1)$$

其中, ζ 是 LEO 卫星的位置矢量和速度矢量的夹角, η 是 GPS 的位置矢量和速度矢量的夹角, 在圆轨道假设下 $\zeta = \eta = 90^\circ$, GPS 和 LEO 卫星高度上的大气折射指数假设为 1, 其他各个角变量的定义参见图 1。在球对称和卫星处大气折射指数等于 1 的假设下, 可以得到 Bouguer 公式的简化形式:

$$a = \left| \mathbf{R}_L \right| \sin(\psi + \gamma) = \left| \mathbf{R}_G \right| \sin(\beta + \delta). \quad (2)$$

从方程 (1) 和 (2), 通过迭代可以解出碰撞参数 a 和偏折角参数 γ 和 δ 。应用关系 $\alpha = \gamma + \delta$, 即可得到相对碰撞参数的弯曲角序列 $\alpha(a)$ 。

以上过程基于几何光学的单路径假设, 一般适用于干燥的高纬度地区。在潮湿的中、低纬度的下对流层区域, 丰富的水汽含量和相应复杂的时空结构经常产生信号多路径和超折射效应, 上述单路径几何光学反演过程不再适用, 建筑在波动光学基础上的后传播、滑动频谱、正则变换等物理反演方法则能较好地适用于此类地区。各种物理反演公式本文不作介绍。

得到弯曲角序列以后, 经典的算法是利用几何光学和球对称近似, 用 Abel 积分变换把弯曲角序列反演得到大气折射指数剖面^[7]:

$$n(r) = \exp \left(\frac{1}{\pi} \int_{a_1}^{\infty} \frac{\alpha(a)}{\sqrt{a^2 - a_1^2}} da \right), \quad (3)$$

其中, $a_1 = rn(r)$ 是切点半径为 r 的信号路径曲线的瞄准距离。

在中性大气中, 有 Smith-Weintraub 方程^[20]:

$$N = \frac{77.6}{T} \left(P + 4810 \frac{P_w}{T} \right) \quad (4)$$

和在干大气中的理想气体状态方程 (忽略上式中的湿项):

$$\rho(r) = \frac{N(r)m}{b_1 R} = \frac{P(r)m}{T(r)R}, \quad (5)$$

其中, 大气折射率 $N = (1 - n) \times 10^6$, n 为大气折射指数; T 是绝对温度 (K), P 是大气压 (mbar), P_w 是大气湿分压, ρ 是气体密度, m 是干大气的平均分子质量 ($\text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}$), $b_1 = 77.6$ 是 Smith-Weintraub 方程中干项的常数, $R = 8.314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ 是气体普适常数。从以上两式反演的温度被称为干温。(5) 式的第二个等式中, 应用了大气的流体静力学方程:

$$\frac{\partial P}{\partial r} = -gP.$$

如果在对流层中存在比较显著的水汽分量, 那么上述过程含有较大的误差。

假设能从其他独立的途径 (例如大气预报模式) 获得温度信息, 就能通过方程 (4) 写出湿分压:

$$P_w = \frac{NT^2 - b_1 PT}{b_2},$$

其中 b_2 是 Smith-Weintraub 方程的湿系数。大气相对湿度剖面通过 Magnus 公式得到^[21]:

$$P_w = \frac{R_h}{100} \times 6.11 \times 10^{\frac{7.5(T-273.15)}{237.3+(T-273.15)}} \equiv \frac{R_h}{100} E_0(T),$$

其中, R_h 是用百分数表示的相对湿度, $E_0(T)$ 是 $T(^{\circ}\text{C})$ 温度下的水汽饱和气压。

上述反演过程被称为标准算法, 它已经成为当今掩星技术数据处理中心的技术规范之一, 具体技术流程见图 2。

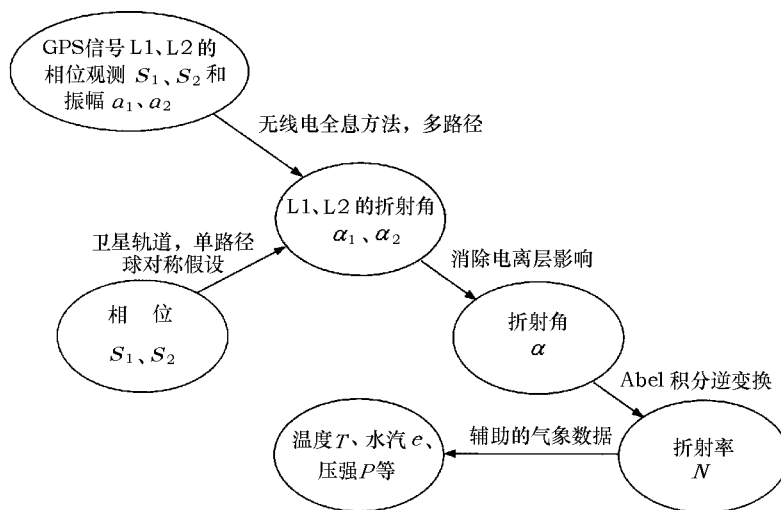


图 2 掩星反演流程图

在地球大气高层的电离层中, 大气折射指数剖面可以转化成电离层的电子密度剖面。地球电离层整体特性与下列物理条件有关: 太阳活动、地球运动 (公转和自转)、地球磁场和信号频率。电离层大气折射率 N 可以写成^[22]:

$$10^{-6}N = n - 1 = -40.3 \frac{n_e}{f^2}, \quad (6)$$

其中, n 是大气折射指数, n_e 是电子密度 (m^{-3}), f 是观测信号频率。负号表示来自电离层中无线电信号的相速度大于光速。上式忽略了频率高阶项的影响, 它给掩星技术带来的误差远小于反演方法的误差。另外, 它还隐含一个假设: 电离层中中性大气延迟是可以忽略的。

2 一维变分同化反演技术

2.1 简介

上述 GPS 掩星的标准算法中的基本假设是大气各向同性, 然后才运用 Abel 积分变换获得大气折射率剖面。而这种方法并没有合理考虑由折射率剖面同时反演温度和水汽剖面的模糊度困难, 在温湿地区低对流层温度反演中可能会出现较大的误差。一般而言, 温度为 250 K, 相当于高度 $h = 5 \sim 7 \text{ km}$, 当温度低于 250 K (高度 $> h$), 水汽的含量较低, 它的影响往往可忽略; 当温度高于 250 K (高度 $< h$), 水汽的含量较高, 它对于折射率有较大的影响, 干湿反演的精度也随之下降。因此, 掩星技术的标准反演算法不太适合中、低纬度带, 它不能很好地用来计算温度和水汽的剖面, 在此地区反演的大气温度剖面会限制在 h 以上。

当今,气象和大气研究能提供相当精度的全球和局部的大气模式。合理考虑这些大气背景场和观测量的误差特性,利用一维变分反演技术则可以很大程度上克服模糊度困难,获得最优的气象参数剖面估计。利用一维变分反演技术,还可以直接同化弯曲角或折射率剖面,得到大气层的压强、温度以及水汽的剖面。实践表明,与标准反演算法比较,弯曲角或折射率剖面同化方法的结果可能更加合理。目前,一维变分反演方法已经成为 GPS 掩星数据同化中较有价值的技术途径之一 [11,12,15,16,23,24]。

变分同化技术的一个基本假设是:大气状态向量的最大似然值应满足价值函数 $J(\mathbf{x})$ 最小化条件:

$$J(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^b)^T \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^b) + \frac{1}{2}(\mathbf{y}^0 - \mathbf{H}\{\mathbf{x}\})^T (\mathbf{O} + \mathbf{F})^{-1}(\mathbf{y}^0 - \mathbf{H}\{\mathbf{x}\}) + J_c(\mathbf{x}) = \min, \quad (7)$$

其中, \mathbf{x} 为大气状态向量的最大似然值; \mathbf{x}^b 为背景场状态向量; \mathbf{B} 为背景场状态向量的误差期望协方差矩阵; \mathbf{y}^0 为观测向量; $\mathbf{H}\{\mathbf{x}\}$ 为观测算子,它将状态向量 \mathbf{x} 映射到观测向量空间; \mathbf{O} 为观测向量的误差期望协方差矩阵; \mathbf{F} 为观测算子的误差期望协方差矩阵; $J_c(\mathbf{x})$ 为附加惩罚函数,它通常代表系统中其他的动力学和物理约束。求解 $J(\mathbf{x})$ 的最小值过程是一个大维数、非线性问题,一般可以采用数值迭代方法,这儿采用 Levenberg-Marquardt 方法。该方法需要对以下矩阵方程求迭代解 [25,26]:

$$(\mathbf{J}''(\mathbf{x}_n) + k\mathbf{I}) \cdot (\mathbf{x}_{n+1} - \mathbf{x}_n) = -\mathbf{J}'(\mathbf{x}_n) \longrightarrow 0, \quad (8)$$

其中,下标 n 为迭代次数, k 是正定的标量变量, \mathbf{I} 是单位矩阵, $\mathbf{J}'(\mathbf{x}_n)$ 和 $\mathbf{J}''(\mathbf{x}_n)$ 分别是价值函数 $J(\mathbf{x})$ 对 \mathbf{x}_n 的一阶和二阶导数。

在迭代计算过程中,可以令 k 初始值为 0.001,然后按如下过程进行迭代:(1) 计算 $J(\mathbf{x}_n)$;(2) 解线性方程 (8),得到 \mathbf{x}_{n+1} ;(3) 如果 $J(\mathbf{x}_{n+1}) \geq J(\mathbf{x}_n)$,那么把 k 增加 10 倍,回到 (2);(4) 如果 $J(\mathbf{x}_{n+1}) < J(\mathbf{x}_n)$,那么把 k 减少 10 倍,令 $\mathbf{x}_n = \mathbf{x}_{n+1}$,再回到 (2)。

2.2 观测算子

2.2.1 气象参数算子

对于同化气象参数,观测算子是最简单的,就是 \mathbf{x} 本身,所以价值函数也相应变成 [10]:

$$J(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^b)^T \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^b) + \frac{1}{2}(\mathbf{y}^0 - \mathbf{x})^T \mathbf{O}^{-1}(\mathbf{y}^0 - \mathbf{x}) + J_c(\mathbf{x}). \quad (9)$$

2.2.2 对称模式下的折射率算子

大气局部对称模式下的观测算子可以在形式上表示为 [12]

$$\mathbf{H}\{\mathbf{x}\} = \Psi(\Phi(\mathbf{x})), \quad (10)$$

其中, Ψ 为大气折射率计算算子, Φ 为插值算子,它把以标准压强层面为自变量的状态向量函数映射到以高度为自变量的函数。

在插值算子的计算中,首先计算每个标准压强层面上的虚温 T_i^ν :

$$T_i^\nu = T_i(1 + 0.608q_i), \quad (11)$$

其中, i 是层面序号, T_i 是相应的绝对温度, q_i 是水汽和干大气的混合比 (密度比或比湿)。假设压强层之间的虚温线性变化, 根据大气静力学方程, 可以推出压强层之间位势高度 Z_i 的关系:

$$Z_{i+1} = Z_i + \frac{R_d}{9.80665} \frac{(T_{i+1}^\nu - T_i^\nu)}{(\ln T_{i+1}^\nu - \ln T_i^\nu)} \ln \left(\frac{p_i}{p_{i+1}} \right), \quad (12)$$

式中, $R_d = 0.287 \text{ J}/(\text{gK})$ 为干大气气体常数, p_i 是第 i 层面上的大气压。

从表列的大气模式剖面, 可以计算大气比湿对数 ($\ln(q)$)、温度和虚温, 以及它们对位势高度的一阶导数 α_i 、 β_i 、 γ_i 。在任意点 $z (Z_i < z < Z_{i+1})$ 处的比湿、温度和压强可以通过以下内插公式得到:

$$q(z) = q_i \exp \{ \alpha_i (z - Z_i) \},$$

$$T(z) = T_i + \beta_i (z - Z_i),$$

$$p(z) = p_i \left(1 + \frac{\gamma_i}{T_i^\nu} (z - Z_i) \right)^{\frac{-9.80665}{R_d \gamma_i}}.$$

观测层面上的湿分压 p_w 则可以根据下式得到:

$$q = 622 \frac{p_w}{p - 0.378 p_w}.$$

最后由方程 (4) 得到大气折射率。

水平面标准压强处的位势高度为零, 每个压强层面上的位势高度 Z_i 可以通过各层的虚温对位势高度的导数 γ 从水平面外推得到。

2.2.3 对称模式下的弯曲角算子

在几何光学近似和球对称大气假设下, 用碰撞参数 a 为自变量的弯曲角序列 $\alpha(a)$ 从一个已知的大气折射指数 n 的剖面中得到, 由此可以计算弯曲角算子^[24]。弯曲角序列与大气折射指数之间存在 Abel 积分^[23]:

$$\alpha(a) = -2a \int_a^\infty \frac{d(\ln n)}{dx} \frac{dx}{\sqrt{x^2 - a^2}}, \quad (13)$$

其中, 积分变量 $x = nr$, r 是场点到大气曲率中心的距离。大气折射率来自方程 (4)。利用数值积分方法可以直接求解 (13) 式。(13) 式积分时, 如果考虑 $[\nu, \mu]$ 小区间中折射角算子的积分值:

$$\Delta\alpha = -2a \int_\nu^\mu \frac{d(\ln n)}{dx} \frac{dx}{\sqrt{x^2 - a^2}}, \quad (14)$$

其中, $d(\ln n)/dx \approx 10^{-6} dN/dx$ 。假设大气折射率 N 在小区间内满足指数分布:

$$N(x) = N_\nu \exp(-k(x - x_\nu)), \quad (15)$$

并有展开式

$$x^2 - a^2 \approx 2a(x - a), \quad (16)$$

再将 (15) 和 (16) 式代入 (14) 式, 可以得到

$$\Delta\alpha = 10^{-6}\sqrt{2a} kN_\nu \exp(-k(x_\nu - a)) \int_\nu^\mu \frac{\exp(-k(x-a))}{\sqrt{x-a}} dx, \quad (17)$$

然后利用余误差函数, 即可将上式写成解析解的形式:

$$\Delta\alpha = 10^{-6}\sqrt{2a} kN_\nu \exp(-k(x_\nu - a)) \times (\operatorname{erf}(x_\mu - a) - \operatorname{erf}(x_\nu - a)), \quad (18)$$

从而简化了对称模式下的弯曲角算子的计算过程。

2.2.4 不对称模式下的弯曲角算子

利用 Smith-Weitraub 方程 ((6) 式), 可把折射指数 n 与温度、水汽压和气压的代数关系式写成:

$$n = 1 + \left(k_1 \frac{p}{T} + k_2 \frac{p_w}{T^2}\right) 10^{-6}, \quad (19)$$

式中, p 和 p_w 分别是大气压和水汽分压 (mbar), T 为大气的绝对温度 (K), k_1 、 k_2 为常数。GPS 发射的信号路径轨迹方程为^[15,27]

$$\frac{d^2 \mathbf{x}}{ds^2} = n \nabla n, \quad (20)$$

其中, $\mathbf{x} = \mathbf{x}(s) = (x_1(s), x_2(s), x_3(s))^T$ 是射线轨迹; $ds = dL/n$, L 是射线长度。该式可以写成一个等价的方程组:

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{x}}{ds} = \mathbf{y}(s) \\ \frac{d\mathbf{y}}{ds} = n \nabla n \end{cases}, \quad (21)$$

其中 $\mathbf{y} = d\mathbf{x}/ds$ 。方程组的边界条件由 \mathbf{x} 、 \mathbf{y} 的初始值给出。

信号路径近地点的单位切矢量 \mathbf{u}_p^t 可以用信号路径近地点的位置矢量 \mathbf{x}_p 和掩星平面 (由 GPS、LEO 和局部大气曲率中心组成的平面) 的单位法向量 \mathbf{u}_p^n 来表示:

$$\mathbf{u}_p^t = \frac{\mathbf{x}_p}{|\mathbf{x}_p|} \times \mathbf{u}_p^n. \quad (22)$$

GPS 卫星的位置 \mathbf{x}_0 位于切矢量 \mathbf{u}_p^t 指向的另一侧, 距离近地点大约 20200 km (见图 3), 有

$$\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}_p - \lambda \mathbf{u}_p^t, \quad |\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_p| = |\lambda \mathbf{u}_p^t| \approx 20200, \quad (23)$$

其中 λ 就是一个使 $\|\mathbf{x}_0\| = 20200$ 成立的常数。

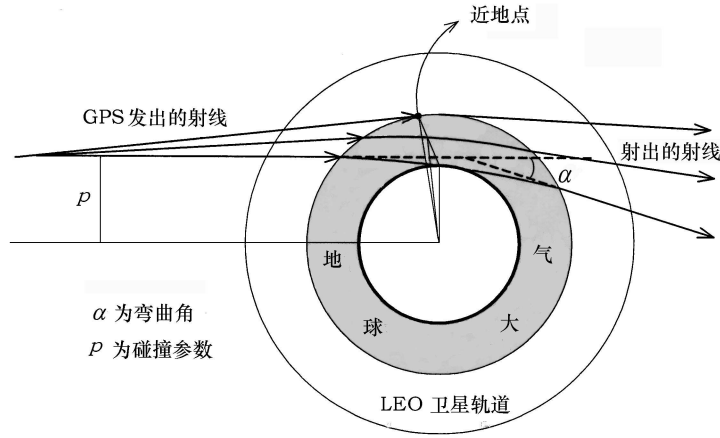


图 3 折射角示意图 [27]

利用 (22) 和 (23) 式可以得到 x_0 和 u_p^t , 将 x_0 、 $y_0(=u_p^t)$ 作为方程组 (21) 的初始值, 然后用四阶 Runge-Kutta 方法求解该方程组, 即可获得射线轨迹方程。

确定了射线轨迹以后, 就能获得相对 LEO 卫星有效位置矢量 x_f 的切矢量, u_f^t 。其中, x_f 对应于一个离地球表面距离不小于 100 km (假定为中性地球大气上界面的最低高度) 且位于射线上的一个点。最终折射角 $\alpha(p)$ 为

$$\alpha(p) = (u_0^t, x_f^t),$$

其中, u_0^t 为 GPS 卫星位置矢量的切矢量, u_f^t 为 LEO 卫星位置矢量的切矢量, (u_0^t, x_f^t) 表示该两矢量的夹角, p 为碰撞参数。

2.2.5 线性化非局部 (Linearized Non-Local, LNL) 折射率算子

线性化非局部观测算子并非 GPS 真实观测量 (S, N, α) , 而是模拟观测量, 是折射率的函数。从复杂性来说, 归算线性化非局部算子比中性大气弯曲角算子容易, 比折射率算子难。

对模型大气, 沿弦直线相位延迟积分为 [28]

$$S_{\text{mod}}(r_0) = \int N(x, y) dl = 2 \int_{r_0}^{r_{\text{top}}} \frac{N(x, y)}{\sqrt{r^2 - r_0^2}} r dr, \quad (24)$$

式中, $N(x, y)$ 为非对称模型大气折射率参量, r 、 r_0 、 r_{top} 、 dl 的定义参见图 4。上式在球对称假设下的相位积分的逆变换为

$$N_{\text{non-Local}}(r) = -\frac{1}{\pi} \int_r^{r_{\text{top}}} \frac{dS_{\text{mod}}/dr_0}{\sqrt{r_0^2 - r^2}} dr_0, \quad (25)$$

该式为线性化非局部算子。

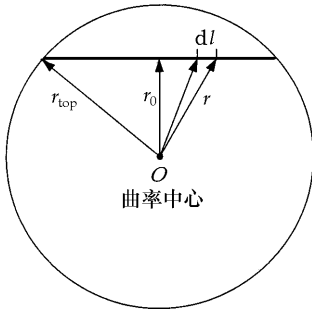


图4 线性化非局部算法模型示意图^[28]

从 Abel 积分变换 ((3) 式) 最终得到的折射率是二维掩星平面上的非局部非线性函数。(25) 式的线性化非局部 (non-local, NL) 折射率观测量模型比 Abel 积分变换得到折射率的模型要好, 因为前者线性化导致的误差不是主要误差, 而后者用作局部折射率时, 会导致很大的误差, 在对流层尤其严重^[29]。

目前使用的线性化非局部观测算子有如下特征: (1) 简化射线轨道 (直线或曲线), 射线轨道不随折射率分布而变化; (2) 每一步迭代都不需要重新计算射线轨迹, 而折射角同化需要 (因为折射角模型在同化之后会改变); (3) 计算量只比局部折射率算子多一点, 但比弯曲角同化的计算量要小得多 (大约是两个数量级); (4) 解决了水平方向折射率的倾斜度, 比局部折射率算子精确得多 (只比弯曲角算子的精度差一点)。

3 四维变分同化技术

四维变分同化算法是使某一时间窗内观测量的模式解与观测值之间距离的目标函数降到极小。目标函数由下式给出^[13]:

$$J = \sum_{r=0}^R [\mathbf{x}(t_r) - \mathbf{x}^{\text{obs}}(t_r)]^T \mathbf{W} [\mathbf{x}(t_r) - \mathbf{x}^{\text{obs}}(t_r)], \quad (26)$$

其中, $\mathbf{x}(t_r)$ 是 t_r 时刻模式的预报值, $\mathbf{x}^{\text{obs}}(t_r)$ 是 t_r 时刻的直接观测值, \mathbf{W} 是与观测值误差协方差相关的权矩阵。目前常用的四维变分同化的物理模式, 是美国 NCAR (National Center for Atmospheric Research) 建立的有限区域非流体静力学中尺度模式绝热版本 5 (MM5) 模式。该模式包括模式动力学、扩散、行星边界层总体过程、地面摩擦和显式、半隐式时间积分方案, 但没有考虑很多物理过程的参数化 (包括积云对流、地面能量通量、微物理过程、辐射等)。在一个非流体静力学模式中, 对气压和垂直速度是分别建立预报方程的。MM5 中, 预报变量是气压扰动 p' , 而不是整个气压。因此, MM5 模式变量包括: 气压扰动 p' 、3 个动量分量 (u, v, w)、温度 T 和比湿 q 。模式使用完全由参考状态 $[p_0(z), T_0(z), \rho_0(z)]$ 确定的仿地形 σ 坐标:

$$\sigma = \frac{p_0 - p_t}{p^*}, \quad p^* = p_s - p_t,$$

其中, p_s 和 p_t ($p_t = 100 \text{ mb}$) 分别是模式的地面和大气顶气压。MM5 用的是平流通量形式, 其变量与 p^* 相匹配。在 MM5 非流体静力学版本中, p^* 是不依赖时间的变量, 它使得模式线性化比较简单。另外, MM5 使用张弛侧边界条件和刚体高空边界条件, 其水平速度变量 (u, v) 使用的是相对于其他场 (T, q, w, p') 的 B-格式交错网格, 垂直速度定义在整个 σ 面上, 其他变量定义在各层的中间。MM5 可写成如下形式^[30]:

$$\mathbf{x}(t_r) = \mathbf{p}_r(\mathbf{x}) \begin{pmatrix} \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{b} \end{pmatrix}, \quad (27)$$

其中, $\mathbf{x}(t_r)$ 表示 t_r 时刻的模式预报, $\mathbf{x}_0 = [(u, v, T, q, p', w)|_{t=t_0}]$ 表示模式积分的初始条件 (IC) 矢量, \mathbf{b} 为侧边界条件 (LBC) 矢量, \mathbf{p}_r 表示 MM5 中由已知的 IC(\mathbf{x}_0) 和 LBC (\mathbf{b}) 得到 $\mathbf{x}(t_r)$ 的所有算子矩阵, MM5 中最外面 5 个点上的所有模式变量及其趋势值每隔 12 h 给定一次。根据模式解线性化, 由 MM5 可得到正切线性模式 MM5-TGL, 且写为

$$\mathbf{x}'(t_r) = \mathbf{p}'_r(\mathbf{x}) \begin{pmatrix} \mathbf{x}'_0 \\ \mathbf{b}' \end{pmatrix}, \quad (28)$$

其中, \mathbf{x}' 和 \mathbf{p}' 分别表示扰动的模式解和正切线性模式的算子。将上式直接变换到编码层上得到 MM5 的伴随模式 MM5-ADJ, 可以写为

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{x}}_0 \\ \hat{\mathbf{b}} \end{pmatrix} = [\mathbf{p}'_r(\mathbf{x})]^T \hat{\mathbf{x}}(t_r), \quad (29)$$

其中, $\hat{\mathbf{x}}$ 和 $(\mathbf{p}')^T$ 分别表示伴随变量和伴随模式的算子。因此, 正切线性模式和伴随模式在编码层上类似于原始模式, 这点对于 MM5 将来作任何改动都是有益的, 在正切线性模式和伴随模式中作相应改动都很容易。

对全球模式而言, (26) 式定义的价值函数是初始条件的函数, 四维变分同化算法就是寻找一个最优的 IC(\mathbf{x}_0^*), 使这个最优的初始条件产生一个模式解 $\mathbf{x}^*(t_r)(r = 1, 2, 3, \dots)$, 它在某一时间窗内最好地拟合观测值。对有限区域模式 (例如 MM5) 而言, (26) 式定义的价值函数可以看作是初始条件和侧边界条件的函数。由于原始 MM5 的 IC (\mathbf{x}_0) 和 LBC (\mathbf{b}) 的一些分量不是完全独立的, 如果使用与 \mathbf{x}_0 和 \mathbf{b} 相关的控制变量来求价值函数 (26) 式极小值时, 常常会失败。所以, 对利用有限区域数值模式的四维变分同化算法, 适当地选择优化 (26) 式的控制变量是至关重要的, 必须做到控制变量与矢量 \mathbf{x}_0 和 \mathbf{b} 的所有分量都不相关。

首先, 由于顶部和底部的边界条件, 垂直速度在大气顶和底部模式层的初始值不能够作为控制变量的部分。其次, MM5 中使用的侧边界条件包括了所有模型变量和它们每隔 y 小时在最外面 5 个点上的演变趋势 (大尺度边界条件的实时频率), 这些侧边界条件 α 满足下面的约束:

$$\left. \frac{\partial \alpha}{\partial t} \right|_{\text{LS}}(t_i) = \frac{\alpha_{\text{LS}}(t_i + y) - \alpha_{\text{LS}}(t_i)}{y}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, \quad (30)$$

式中, 下标 LS 表示大尺度 (Large Scale) 边界条件。所以, 侧边界条件中任何与时间相关的量不能够包括在控制变量中。在四维变分同化算法试验中, 初始时刻 t_0 的所有模式变量值 (u, v, w, T, q, p') (初始条件不包括大气顶层 ($k = 1$) 和底层 $k = (\text{MAX} + 1)$ 的垂直速度 w) 和 5 个最外面点的大尺度边界条件 (对应每隔 y 小时的 5 个最外面点的所有模式变量), 在同化窗 $[t_0, t_r]$ 内都需要。注意, 初始时刻最外面 5 个点的所有模式变量的值与初始分析的同边界点上的初始条件值相同。但是, 应该把这些变量看作独立变量, 它们的值可能在极小化过程中改变。因此, 在同化窗内四维变分同化算法的控制变量就是

$$\mathbf{x}_0 = (\dots, u_{i,j,k,t_0}, \dots, v_{i,j,k,t_0}, \dots, w_{i,j,k,t_0}, \dots, T_{i,j,k,t_0}, \dots, q_{i,j,k,t_0}, \dots, p'_{i,j,k,t_0}, \dots)^T,$$

$$\forall i, j, k \text{ 和 } 2 \leq l \leq \text{KMAX};$$

$$b = (\cdots, u_{i,j,k,t_0+ry}, \cdots, v_{i,j,k,t_0+ry}, \cdots, w_{i,j,k,t_0+ry}, \cdots, \\ T_{i,j,k,t_0+ry}, \cdots, q_{i,j,k,t_0+ry}, \cdots, p'_{i,j,k,t_0+ry}, \cdots)^T$$

$$r = 0, 1, \cdots (ry \leq t_r - t_0), \text{ 对 } i \leq 5 \text{ 或 } i \geq IMAX - 5, j \leq 5 \text{ 或 } j \geq JMAX - 5, \forall k \quad (31)$$

其中, $IMAX$ 和 $JMAX$ 是 y 和 x 方向的网格点总数, $KMAX$ 是垂直层总数。如 (31) 式所定义, 变量 $z = (\mathbf{x}_0, \mathbf{b})^T$ 在利用 MM5 作四维变分同化算法试验的极小化过程中应作为控制变量。另一点值得注意的是, 扰动气压 p' 的初值是假定垂直加速度为 0, 由 T 和 q 的垂直积分计算得到的。所以, p' 、 T 和 q 最初是不独立的。但是在模式积分期间, p' 是一个独立变量, 因此, p' 应该作为一个控制变量, 特别是在 w 不太小的对流模拟中。

4 不同同化算子和同化系统的选择和比较

4.1 同化算子

GPS 无线电掩星数据同化过程中, 选择同化算子时首先要考虑以下因素: (1) 尽量使用原始数据, 这是因为在数据处理过程中, 会使用各种物理假设和引入一些含有误差的辅助数据。数据处理的过程越多, 结果的精确度就越差; (2) 尽量选择数学表达简单的观测算子, 以及它的伴随矩阵; (3) 要选择那些比较容易辨别误差特性的算子。

几种同化算子的比较见表 1^[14]。

表 1 几种同化算子的比较^[14]

同化算子	数据的原始程度	观测算子	辨别测量误差的难易程度	计算量
α	三级数据	复杂	相当容易	大
N	四级数据	相对简单	容易	不大
p 、 T 、 ρ 、 e	五级数据	很简单	难	小

就 GPS 掩星技术而言, 弯曲角和折射率同化是较好的选择。相比之下, 水汽、压强和温度等气象参数同化就不是一个很好的选择。虽然这种算子的计算工作量很小, 因为它们本身就是模型的状态变量, 反演得到的水汽、压强和温度能够用很简单的分析和同化方法进行求解, 但是在反演之前必需引入一些数据处理过程, 加入很多物理假设和辅助的参数信息, 这些信息增加了额外的误差, 从而很难辨别观测算子的误差特性 (由于混入了辅助信息的误差)。此外, 还有多路径、超折射引起的偏差也包含在此算子中, 造成算子精度的退化。因此, 当今掩星计算的同化系统中使用的算子应该是大气折射率或弯曲角。

4.2 同化系统

选择同化系统时, 第一, 要考虑它能同化非传统变量, 如折射率、弯曲角或其他模拟的观测算子。传统的简单方法, 如最优插值等, 不能用来同化间接变量, 必须采用三维变分、四维变分或 Kalman 滤波等同化方法来同化任意间接变量, 因为它们使用了从基本变量到观测变量之间的函数关系。第二, 要考虑这些观测算子是否容易实现。例如在三维、四维变分中有时需要写出观测算子和它的伴随矩阵, 而在 Kalman 滤波算法中^[31], 就只需要先前的观测算子 (先验值)。第三, 要考虑计算量的大小。如三维变分比四维变分的计算量小, 四维变分和

Kalman 滤波算法的计算量相当。第四, 要考虑观测处理的实时性问题, 尽量做到在得到数据的同时就可以直接同化数据, 像四维变分和 Kalman 滤波那样。最后, 还要考虑能够加入模型约束 (或动力学方程), 如四维变分和 Kalman 滤波。

目前比较常用的掩星同化数学算法有最优估计法和四维变分法。最优估计法能够用以同化弯曲角和折射率等非传统变量, 计算量也不大, 比较容易写出观测算子, 但是不能用于实时数据同化。而四维变分能够实现数据的实时同化, 这为掩星数据直接用于实时的数值天气预报创造了条件, 但是它的计算量相对较大。

5 结果和讨论

Zou 等人^[32] 使用 2002 年 7 月 16~31 日内的 3030 次 CHAMP 掩星事件的观测值 (其中有 1427 次深入到高度为 850 hPa 以下), 得到了 CHAMP 数据, 并将这些数据用于天气预报模式中。另外, 他们还以探空气球的观测值作为基准, 将使用与未使用 CHAMP 数据的模式值作比较, 比较结果见图 5。

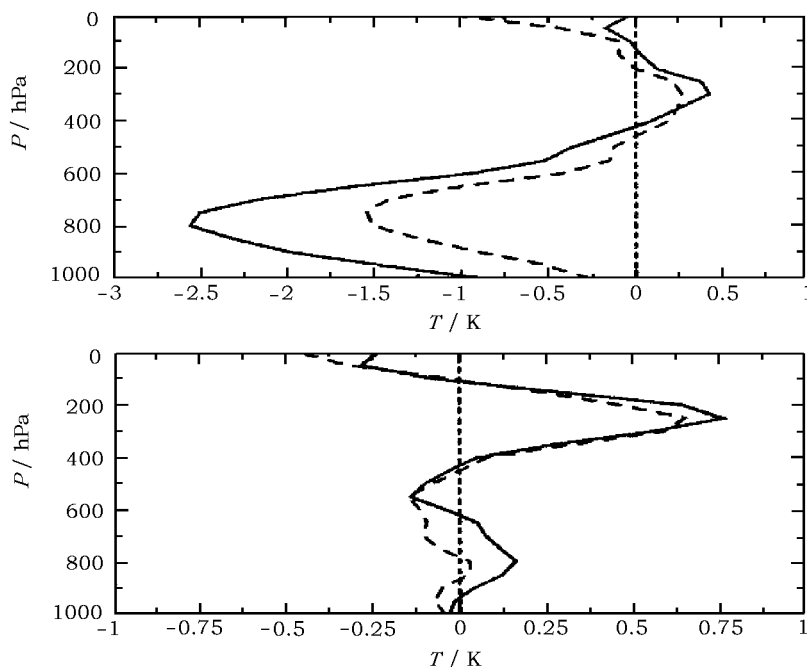


图 5 南、北半球两个不同区域里温度的分析值与探空气球的测量值之间的平均差^[32]

实线是没有采用 GPS 数据时的平均差, 虚线是采用 GPS 数据后的平均差。

图 5 中, 南半球 ($10^{\circ}\sim 90^{\circ}\text{S}$, $0^{\circ}\sim 360^{\circ}\text{E}$) 区域内可比较的探空气球资料相对较少, 采用的 CHAMP 数据也相应比较少; 北半球 ($15^{\circ}\sim 70^{\circ}\text{N}$, $40^{\circ}\sim 120^{\circ}\text{W}$) 区域内可比较的探空气球资料相对密度较高, 采用的 CHAMP 数据也相应较多。可以发现, 采用 GPS 数据后的分析值与探空气球的测量值差别比较小; 探空气球站和对应的 CHAMP 数据比较密集区域的分析

值更为接近。可见，图 5 的结果很好地说明了 GPS 数据在天气预报中的作用。

我们利用 2002 年 8 月 7 日共 192 个 CHAMP 掩星数据，将分别用标准反演方法与一维变分同化反演技术得到的 GPS 掩星的温度和湿度剖面以及无线电探空的数据作比较，结果见图 6。

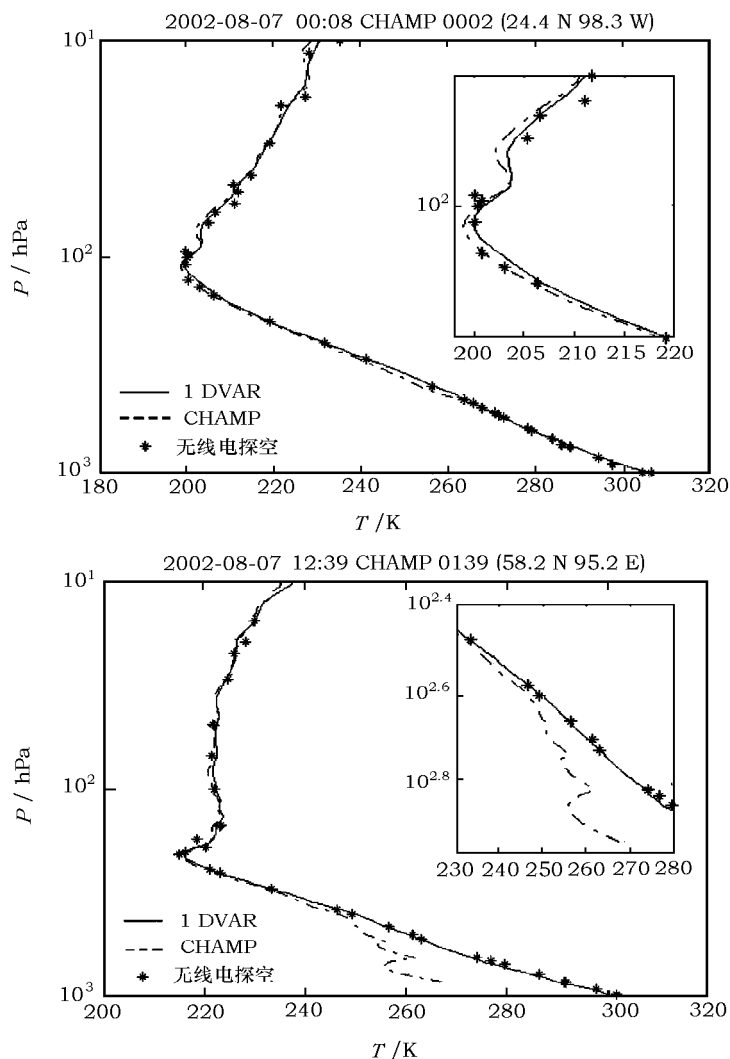


图 6 CHAMP 掩星弯曲角资料一维变分同化前、后以及与相应的探空气球得到的温度之间的比较

从图 6 可以看出，比起由标准反演法直接得到的未同化的分布曲线（虚线），同化反演得到的剖面曲线（实线）与探空气球资料符合得更好。在“CHAMP002”图中，标准反演法得到的结果相对较好，但在“CHAMP0139”图中，气压高于 500 hPa 时改进才更加明显（见放大图），标准反演法在低对流层中有明显误差。这是由于该地区低对流层水汽相对集中，信号经过低对流层时会更加容易出现多路径效应和超折射等现象，从而导致很大的误差，标准反演技术无法解决这些问题。由此可以说明，与传统的标准反演技术相比，变分同化技术的反演误

差小,它尤其能够避免在水汽相对集中的低对流层出现明显的误差。更重要的是,由于这两个例子中的测点位置都处于探空气球站附近,数值天气预报相对比较准确,但是探空气球站在全球的分布密度并不是很大,有很多地区(如广阔的海洋、沙漠等无人居住区)无法建立常规工作的探空气球站,若用这些地区的 GPS 掩星大气剖面,同化到数值天气预报模式,将会对数值预报有明显的改进^[33]。

6 结 语

目前世界上主要的掩星计划有两个,一个是我国台湾地区与美国的 COSMIC 合作计划,一个是丹麦牵头的由欧盟、加拿大等参加的 ACE 计划。德国的 CHAMP 计划也在开展掩星观测试验,日本和澳大利亚等国家也正在计划或实施掩星观测试验。我国也一直非常关注掩星技术,该技术对大气和电离层探测具有广阔的应用前景,对我国气象和大气科学的发展具有十分重要的价值。

参考文献:

- [1] Melbourne W G, Davis E S, Duncan C B *et al.* JPL Publication, California: JPL, Institute of Technology, 1994: 94-18
- [2] Kursinski E R, Hajj G A, Leroy S S *et al.* *Terr. Atmos. Ocean. Sci.*, 2000, 11(1): 53
- [3] Kliore A J, Cain D L, Levy G S *et al.* *Science*, 1965, 149: 1243
- [4] Lindal G F. *AJ*, 1992, 103: 967
- [5] Hinson D P, Flasar F M, Kliore A J *et al.* *GRL*, 1997, 24(17): 2107
- [6] Fjeldbo G, Eshleman V R. *Radio Sci.*, 1969, 4(10): 879
- [7] Fjeldbo G, Kliore A J, Eshleman V R. *AJ*, 1971, 76: 123
- [8] Hocke K. *Ann. Geophys.*, 1997, 15: 443
- [9] Hajj G A, Kursinski E R, Romans L J *et al.* *J. Atmos. and Sol. Terr. Phys.*, 2002, 64: 451
- [10] Eyre J R. *Assimilation of Radio Occultation Measurements Into a Numerical Weather Prediction System*, European Centre for Medium-range Weather Forecast, Technical Memorandum, 1994, No. 199
- [11] von Engeln A, Nedoluha G, Kirchengast G *et al.* *JGR*, 2003, 108(D11): 4337
- [12] Poli P, Joiner J, Kursinski E R. *JGR*, 2002, 107(D20): 4448
- [13] Zou X, Kuo Y H, Guo Y R. *Mon. Wea. Rev.*, 1995, 123: 2229
- [14] Kuo Y H, Sokolovskiy S V, Anthes R A *et al.* *Terr. Atmos. Ocean. Sci.*, 2000, 11(1): 157
- [15] Zou X, Vandenberghe F, Wang B *et al.* *JGR*, 1999, 104(D18): 22301
- [16] Palmer P I, Barnett J J. *JGR*, 2001, 106(D15): 17147
- [17] Hofmann-Wellenof B, Lichtenegger H, Collins J. *GPS: Theory and Practice*, Fifth revised ed., New York: Springer, Wien, 2001
- [18] Kursinski E R. Ph.D. Thesis, Pasadena, California: CIT, 1997, Chap.2: 1~12
- [19] Hajj G A, Ao C O, Iijima B A. *JGR*, 2004, 109: D06109
- [20] Smith E K, Jr Weintraub S. *Proc. IRE*, 1953, 41: 1035
- [21] Allen C W. *Astrophysical Quantities*, Third revised ed., London: The Athlone Press, 1973, Chap.6: 114~120
- [22] 严豪健, 符养, 洪振杰. *现代大气折射引论*, 上海: 上海科技教育出版社, 2006
- [23] Foelsche U, Kirchengast G. *JGR*, 2001, 106(D21): 27221
- [24] Liu H, Zou X, Shao H *et al.* *JGR*, 2001, 106(D23): 31771
- [25] Healy S B, Eyre J R. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 2000, 126: 1661

- [26] Press W H, Flannery B P, Teukolsky S A *et al.* Numerical Recipes: the Art of Scientific Computing, Second revised ed., Cambridge: Cambridge University Press, 1992, Chap.6: 205~214
- [27] Liu H, Zou X. JGR, 2003, 108(D17): 4548
- [28] Syndergaard S, Kursinski E R, Herman B M *et al.* Mon. Wea. Rev., 2005, 133(9): 2650
- [29] Palmer P I, Barnett J J, Eyre J R *et al.* JGR, 2000, 105(D13): 17513
- [30] Zou X, Vandenberghe F, Pondevca M. Introduction to Adjoint Techniques and the MM5 Adjoint Modeling System, NCAR Technical Notes, 1997
- [31] Hajj G A, Wilson B D, Wang C *et al.* Radio Sci., 2004, 39: RS1S05
- [32] Zou X, Liu H, Anthers R A. J. Meteor. Soc. Japan, 2004, 82: 533
- [33] Steiner A K, Kirchengast G, Ladreiter H P. Ann. Geophys., 1999, 17: 122

Assimilation Technique of GPS/LEO Occultation Data

LIU Min, GUO Peng

(1. Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China; 2. Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

Abstract: After introducing the history and development of GPS/LEO radio occultation technique, we discuss the theory of retrieval technique. The importance of the 1DVAR is demonstrated in the retrieval technique by analyzing the problems in standard retrieval technique. Then we describe the cost function of 1DVAR and the sorts of assimilation parameters in detail. Furthermore, we introduce the 4DVAR, which is popular used in meteorology nowadays. We especially analyze the different assimilation techniques and the benefits and defects of using different assimilation parameters. At last, by CHAMP radio occultation observation, we prove that the GPS measurement plays an important role in NWP, and compared to the standard retrieval technique, there are also notable improvements after using the 1DVAR.

Key words: astrometry; assimilation; review; GPS/LEO; radio occultation; 1DVAR; 4DVAR