

文章编号: 1000-8349(2005)04-0363-08



# 利用 GPS 探测电离层异常中的 高斯过程处理方法

章红平<sup>1,2</sup>, 朱文耀<sup>1</sup>, 黄 城<sup>1</sup>, 平劲松<sup>1</sup>

(1. 中国科学院 上海天文台, 上海 200030; 2. 中国科学院 研究生院, 北京 100039)

**摘要:** 平静状态下电离层总电子含量 (TEC) 随时间的变化通常可以视为平稳随机过程。然而, 太阳或地球的突发事件 (如太阳耀斑、地磁场的扰动) 会引起电离层的扰动, 破坏该平稳过程, 从而引起其统计参数的变化。依据平稳随机过程——高斯过程的相关性质, 利用其自协方差函数和 TEC 时间系列, 构建了独立同标准正态分布的观测样本, 并利用  $\chi^2$  假设检验的方法来探测电离层异常现象。此外, 还利用了 2000 年 7 月 14 日太阳耀斑期间我国国际 IGS 跟踪站武汉 GPS 跟踪站的数据, 进行了实例分析。结果表明, 该方法可以有效地探测电离层异常现象。

**关键词:** 天体测量学; GPS; 电离层总电子含量 (TEC); 高斯过程; 异常探测  
**中图分类号:** P129; P228.4 **文献标识码:** A

## 1 引 言

10 多年来, GPS 技术已广泛用于电离层的监测和研究中, 如利用 GPS 研究太阳耀斑引起的电子含量的突增现象<sup>[1~4]</sup>、监测大尺度电离层行扰<sup>[5~7]</sup>、验证 Chapman 电离理论<sup>[1]</sup>、地磁暴对电离层的影响<sup>[7~9]</sup>、电离层不均匀体的生灭过程<sup>[10]</sup>等。覆盖全球的 GPS 跟踪站提供了高时空分辨率的电离层总电子含量 (TEC) 观测数据, 对其研究有利于进一步深化我们对全球、区域、局部电离层活动特性和变化规律的认识, 对高层大气科学、空间科学的发展具有积极的作用。然而, 这些研究基本上是以事后处理形式进行的, 而现代空间天气学的发展往往需要实时或准实时监测电离层的活动及其异常现象; 而实际应用中许多 GPS 测量作业也需要实时探测和处理电离层异常活动的干扰。为此, 系统深入地研究利用 GPS 实时探测电离层扰动的理论与方法是十分必要的。对此, 袁运斌<sup>[11]</sup>等人提出了利用 GPS 监测随机电离层扰动的理论和框架方案, 并根据 GPS 信号的电离层延迟时间序列的变样本自协方差估计 (ACEVS), 用

收稿日期: 2004-12-01; 修回日期: 2005-05-11

初步试验很好地分析和探测了电离层异常现象。

本文依据袁运斌等人提出的电离层随机游走的特性, 利用平稳过程——高斯过程的相关性质, 构建独立同标准正态分布的观测样本, 采用假设检验的方法, 来探测和分析电离层异常现象, 并利用实测数据, 与 ACEVS 方法进行了对比分析。

## 2 平稳时间序列的样本化

记零均值各态历经高斯平稳过程  $\{x_t\}$  的时序实现为

$$\tilde{x}_i = x_i + e_i \quad (i = 1, 2, \dots, N),$$

这里,  $e_i$  为独立观测噪声, 且是零均值各态历经高斯白噪声, 与  $x_i$  相互独立;  $N$  为采样数。为便于讨论, 对  $\{e_t\}$  和  $\{x_t\}$  的随机模型和相关性质作如下说明:

$$\begin{aligned} E(e_i) = E(x_i) = 0, \quad \text{COV}(x_i, x_{i-r}) = E(x_i x_{i-r}) = \gamma(r), \\ \text{COV}(e_i, e_{i-r}) = E(e_i e_{i-r}) = \gamma_e(r), \quad \text{COV}(e, x) = E(ex) = 0, \\ \text{COV}(\tilde{x}_i, \tilde{x}_{i-r}) = \gamma_e(r) + \gamma(r). \end{aligned}$$

式中 COV 为协方差标记,  $\gamma$  和  $\gamma_e$  分别为  $\{x_t\}$  和  $\{e_i\}$  的自协方差函数。由于  $e_i$  为零均值各态历经高斯白噪声,  $\gamma_e$  有如下性质:

$$\begin{cases} \gamma_e(y) = 0, & y > 0 \\ \gamma_e(y) = D_e, & y = 0 \end{cases}.$$

故观测系列  $\{\tilde{x}_i\}$  自协方差函数的性质为

$$\begin{cases} \text{COV}(\tilde{x}_i, \tilde{x}_{i-r}) = E[(x_i + e_i)(x_i + e_i)] = \gamma(r) + \gamma_e(r) = \gamma(r), & r > 0 \\ \text{COV}(\tilde{x}_i, \tilde{x}_i) = \gamma(0) + D_e, & r = 0 \end{cases}.$$

式中  $D_e$  为观测噪声  $e_i$  的方差。由于  $\{x_i\}$  为零均值各态历经高斯过程, 依据其各态历经的性质<sup>[11]</sup>, 则高斯平稳系列  $\mathbf{Y} = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_N)$  可以看成  $N$  元正态随机向量, 且  $E(\mathbf{Y}) = 0$ 。当独立观测噪声  $e_i$  的方差  $D_e$  已知时,  $\mathbf{Y}$  的协方差阵  $\Sigma_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}$  可由观测系列  $\{\tilde{x}_i\}$  的自协方差函数确定。此时,  $\mathbf{Y}$  服从于均值为 0、协方差阵为  $\Sigma_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}$  的  $N$  元正态分布, 即

$$\mathbf{Y} \approx N(0, \Sigma_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}),$$

其中协方差阵  $\Sigma_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}$  是非负定矩阵。当  $\det \Sigma_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}} > 0$  时, 由正态随机向量的性质可知随机向量

$$\mathbf{Z} = \Sigma^{-1/2}(\mathbf{Y} - 0) \tag{1}$$

是  $N$  元正态随机向量, 且  $E(\mathbf{Z}) = 0$ ,  $\Sigma_{\mathbf{Z}\mathbf{Z}} = \mathbf{I}_N$ 。  $\mathbf{I}_N$  为  $N$  阶单位阵。故随机向量  $\mathbf{Z}$  是独立同分布的标准正态随机变量。

上述转换需要用到平稳过程  $\{x_t\}$  的自协方差函数, 而实际应用中, 研究对象的自协方差函数难以准确地确定, 通常可以采用随机过程的实现进行估计。在此, 我们采用的  $\gamma(r)$  的估计量为<sup>[12]</sup>

$$\tilde{\gamma}(r) = N^{-1} \sum_{i=1}^{N-r} \tilde{x}_i \tilde{x}_{i-r}, \quad 0 < r \leq N-1. \quad (2)$$

它不是  $\gamma(r)$  的无偏估计量, 但在  $\mathbf{Y} = \Sigma^{1/2} \cdot \mathbf{Z}$ 、 $\{\mathbf{Z}_t\} \approx \text{IID}(0, \sigma^2)$  条件下, 当  $N \rightarrow \infty$  时,  $\tilde{\gamma}(r)$  的渐近分布的均值是  $\gamma(r)$ 。估计量  $\tilde{\gamma}(r) (r = 0, 1, \dots, N-1)$  具有期望的性质, 即对一切  $N-1$  阶矩阵

$$\Sigma_n = \begin{bmatrix} \tilde{\gamma}(0) & \tilde{\gamma}(1) & \cdots & \tilde{\gamma}(n-1) \\ \tilde{\gamma}(1) & \tilde{\gamma}(0) & \cdots & \tilde{\gamma}(n-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\gamma}(n-1) & \tilde{\gamma}(n-2) & \cdots & \tilde{\gamma}(0) \end{bmatrix} \quad (3)$$

是非负定矩阵。

上述分析表明, 各态历经高斯平稳过程  $\{x_t\}$  的离散序列可以转化为独立标准正态随机向量, 故该平稳过程统计特性的相关问题的分析可以转化为独立样本的相关问题的分析。因而, 当  $\{x_t\}$  出现突发扰动状态导致第  $i$  个观测离群 (在此不考虑污染观测噪声的影响) 时, 经过转化后的独立标准正态随机向量  $\mathbf{Z}$  的相应分量也会出现离群现象。此时, 可以借助数理统计的相关理论, 进行检测。

### 3 电离层 TEC 系列的平稳化

TEC 随时间的变化表现为确定性变化部分  $I$  (即短时间内的线性趋势项, 以及周日、季节性等周期变化项) 和随机性变化部分  $\delta I$ 。通常, 在短时间尺度内仅考虑其线性趋势变化。此时, 确定性部分  $I$  可表示为多项式  $I(t) = \sum_{i=0}^m a_i t^i$ , 而随机性变化部分  $\delta I$  可视为零均值各态历经高斯过程。电离层发生扰动时,  $\delta I$  的稳态破坏, 相应的时间序列在此处会出现离群现象。因此, 可以借助上述的分析, 转化为独立样本进行检测。

记任意观测历元  $t$  的电离层 TEC 观测量为  $\tilde{I}(t)$ , 观测噪声  $\varepsilon$  为高斯白噪声, 且  $E(\varepsilon) = 0$ , 与  $\delta I$  独立, 故  $\{\delta I + \varepsilon\}$  也为零均值各态历经高斯过程。电离层 TEC 观测模型可写成

$$\tilde{I}(t) = I(t) + \delta I(t) + \varepsilon = \sum_{i=0}^m a_i t_{j+1}^i + \delta I(t) + \varepsilon. \quad (4)$$

定义差分算子  $\nabla$  如下:

$$\nabla \tilde{I}(t_j) = \tilde{I}(t_{j+1}) - \tilde{I}(t_j); \quad \nabla^k I(\tilde{t}_j) = \nabla(\nabla^{k-1} I(\tilde{t}_{k-1})) = \sum_{i=0}^k (-1)^i C_k^i \tilde{I}(t_{k-1}),$$

式中  $C_k^i$  为组合。

为消除电离层 TEC 变化的趋势项  $I(t)$ ，对 (4) 式进行  $q = m + 1$  阶差分，可得

$$\begin{aligned}\nabla^q \tilde{I}(t) &= \nabla^q \delta I(t) + \nabla^q \varepsilon = \nabla^q (\delta I(t) + \varepsilon), \\ E(\nabla^q I(t)) &= \nabla^q E(\delta I(t) + \varepsilon) = \nabla^q E(\delta I(t)) + \nabla^q E(\varepsilon) = 0.\end{aligned}\quad (5)$$

同理，

$$\nabla^q \tilde{I}(t_k) = \nabla^q \delta I(t_h) + \nabla^q \varepsilon_h; \quad E(\nabla^q \tilde{I}(t_h)) = 0.$$

可见， $\nabla^q \tilde{I}(t)$  为  $\delta I(t_{q-i}) + \varepsilon_{q-i}$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, q$ ) 的线性组合，而  $\{\delta I(t_{q-i}) + \varepsilon_{q-i}\}$  是零均值各态历经性高斯平稳过程，由高斯分布的线性变换不变性， $\nabla^q \tilde{I}(t)$  仍为零均值各态历经高斯平稳过程。此时，TEC 差分序列是相关序列，不能简单地视为样本，需要借助随机过程的自协方差函数进行转换，再进行相应的假设检验。

## 4 应用分析

### 4.1 检测方案

根据上述原理，可以采取下述方案来探测电离层是否发生异常现象：

- (1) 对 TEC 时间序列进行差分处理，得到平稳序列。通常，二次差分即可得到平稳序列；
- (2) 利用平稳状态下电离层 TEC 差分序列，计算该平稳序列的自协方差估值，并依据 (3) 式构建自协方差矩阵；
- (3) 采用定长采样窗口 (本文采用 40 个采样)，在时间域上随着采样的增加，滑动窗口，并依据 (1) 式构建标准正态分布的样本  $\{Z_i\} (i = 1, 2, \dots, N)$ ，利用  $\chi^2$  假设检验探测异常；
- (4) 若  $\chi^2(N) = Z_1^2 + Z_2^2 + \dots + Z_N^2 \leq \chi_\alpha^2(N)$  ( $\alpha$  为设定的扰动判别因子，本文取为 0.005)，电离层状态正常，否则，认为电离层发生扰动。

为了比较分析上述检验方法的效果，根据 ACEVS 方法的原理，下文还进行了定长采样的 ACEVS 方法检验分析。此时，ACEVS 方法及其检验可以归结为：

- (1) 对 TEC 时间序列进行差分处理，得到平稳系列。通常，二次差分即可得到平稳系列；
- (2) 根据当前的  $N$  个采样和计算自协方差估计的最小采样数  $M$  (本文设定为 100， $N > 100$ )，计算  $\gamma(r)$  的样本估计  $\tilde{\gamma}(r)$ ，并构成序列  $\{\tilde{\gamma}_i(r)\} (i = 1, 2, \dots, N - M)$ ；
- (3) 求取序列  $\{\Delta \tilde{\gamma}_{i,i+1}(r) = \tilde{\gamma}_{i+1}(r) - \tilde{\gamma}_i(r)\} (i = 1, 2, \dots, N - M + 1)$ ，并据此构建新的序列  $\left\{ \rho_\nabla(r) = \Delta \tilde{\gamma}_{i,i+1}(r) / \sqrt{\frac{\tilde{\gamma}^2(0)}{N(N+1)}} \right\} (i = 1, 2, \dots, N - M + 1)$ 。该序列  $\{\rho_\nabla(r)\}$  是互不相关的标准高斯分布序列；
- (4) 依据定长采样 (本文设定为 40) 窗口长度，构建  $\chi^2(k) = \sum_{i=1}^k \rho_\nabla^2(r)$  统计量，并依据滑动窗口，在时间域上进行电离层异常检验。若  $\chi^2(k) \leq \chi_\alpha^2(k)$ ，则电离层状态正常。

### 4.2 实例分析

电离层电子含量的突然增加或减少是 TEC 随时间变化系列所反映的电离层异常现象的主要体现。通常，太阳耀斑、大气运动的不规则变化、地球磁场的扰动等都会引起这种现象。对这类现象的监测、预警、预报，对于卫星导航、卫星大地测量等具有很重要的意义。为此，下文结

合 2000 年 7 月 14 日太阳耀斑期间电离层的异常扰动, 利用上述分析的方法, 并结合 ACEVS 方法, 进行相关的讨论。

图 1 给出了此次耀斑期间, 国际 IGS 跟踪站武汉站 (WUHN) 跟踪的 PRN29 卫星和北京站 (BJFS) 跟踪的 PRN21 号卫星观测到的电离层 TEC 随时间变化一阶差分后的结果。图 1 中, 横轴是 UTC 时, 纵轴是 TEC 变化率 (即 TEC 时间变化系列的一阶差分结果)。图 1(a)、(b) 中的两曲线表明, 在 UTC 10:00~10:30 这段时间内, TEC 变化率突然增强, 出现了电离层正相暴, 并持续了 20 min 以上。这是因为在这段时间内, 太阳产生了耀斑, 引起了电离层电子含量的突然增加。另外, 两曲线中 TEC 变化率增强的幅度不一致, 这与两颗卫星运行的轨迹有关。对于电离层的这一异常现象, 上述方法能否有效地探测到该现象的发生? 下文将结合武汉站 PRN29 号卫星的数据进行分析。

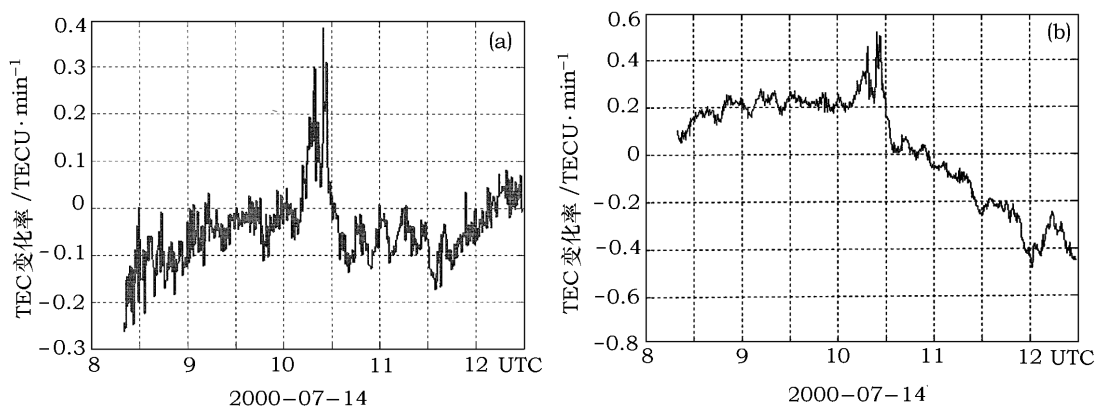


图 1 2000 年 7 月 14 日太阳耀斑引起的 TEC 突变现象

(a) 武汉 GPS 站跟踪 PRN29 卫星的观测结果; (b) 北京 GPS 站跟踪 PRN21 卫星的观测结果。

图 1(a) 中电离层 TEC 一阶差分时间系列曲线的趋势性很明显, 不是平稳系列, 为此, 利用公式 (5), 对该系列进行二阶差分, 得到平稳系列。图 2(a) 给出了二阶差分后的 TEC 变化

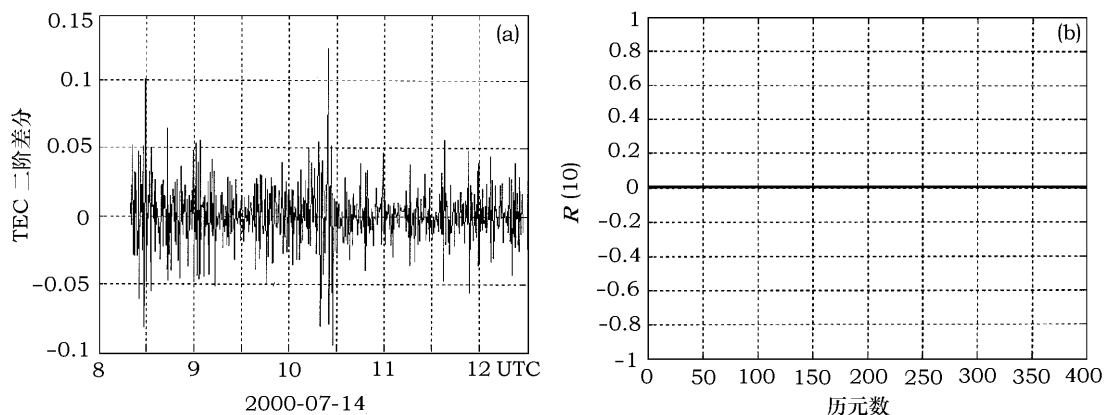


图 2 图 1(a) 结果二阶差分后的时间序列

(a) 二阶差分; (b)  $R(10)$ 。

系列, 其横轴是 UTC 时间, 纵轴是电离层 TEC 变化加速度 (即 TEC 二阶差分)。该图表明, TEC 二阶差分的均值为零。另外, 利用公式 (2) 计算得到二阶差分后的 TEC 变化系列的自相关函数。为此, 图 2(b) 给出了去掉异常部分后的自相关函数  $R(10)$  系列, 其横轴是用来估计  $R(10)$  的历元数, 纵轴为  $R(10)$  估计值。该  $R(10)$  系列基本上为零, 这表明 TEC 二阶差分系列与时间变化没有关系。另外, 图中仅给出了  $R(10)$  与历元间的关系, 实际上  $R(i)(i = 0, 1, 2, \dots)$  具有相同的性质。因此, 图 2 表明二阶差分后的 TEC 系列为零均值的不相关系列, 它表现出了平稳性。

利用上述二阶差分后的 TEC 时间系列 (保留了电离层异常时间段内的观测值), 采用上述两种检测方案, 我们对该系列进行了进一步的分析。图 3 和图 4 给出了根据上述两种检测方案分析的结果。两图曲线表明:

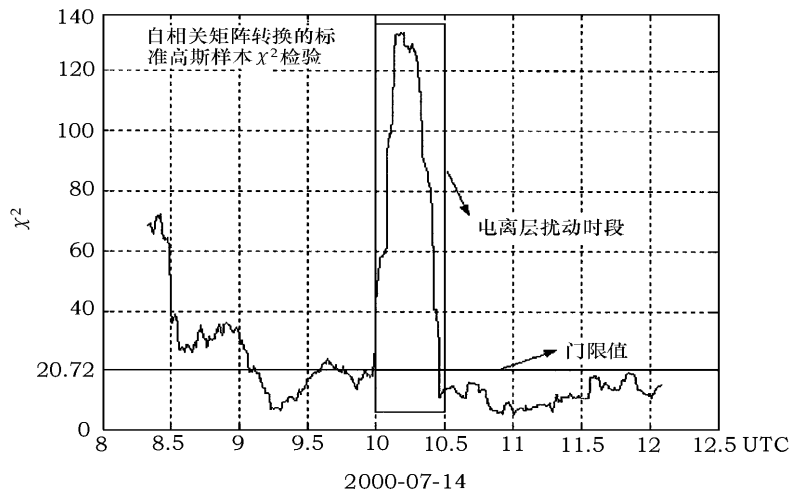


图 3 利用自相关矩阵转换后的  $\chi^2$  检验结果

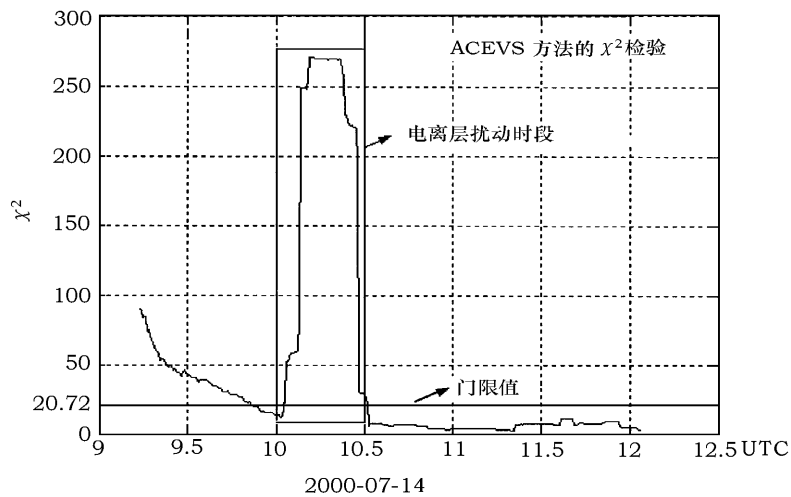


图 4 ACEVS 方法的  $\chi^2$  检验结果

- (1) 在耀斑发生的时间段内,  $\chi^2$  检测系列超过了检测的门限值, 且表现出了方波的特征, 即  $\chi^2$  系列检测到了电离层异常的持续时间段;
- (2) 两种检测方法的探测结果具有极强的相似性, 且都有效地探测到了电离层异常现象的发生, 这表明两种方法可以达到相同的效果;
- (3)  $\chi^2$  检测系列在本次耀斑发生前都表现出了不稳定性, 有时超过门限值, 有时却又回到了安静状态, 这表明电离层已经开始孕育着状态的变化。故耀斑发生前, 太阳的激烈活动已经开始影响到电离层, 当耀斑发生时, 这种影响达到最大, 然后电离层恢复了平静状态。

## 5 小 结

电离层稳态的破坏对应了 TEC 时间序列统计参数的变化, 这种变化可以用来监测电离层的活动, 并及时发现电离层的扰动。电离层扰动的监测不仅对于空间天气的研究与预报有着十分重要的意义, 而且对于 GPS 测量、卫星导航、通讯领域等有着非常重要的意义。另外, 本文中电离层扰动实时监测方法的研究有利于我们及时、准确地掌握电离层的活动情况, 从而采取有效的措施防患于未然。为此, 本文依据电离层变化的稳态特性, 提出了利用随机平稳过程——高斯过程的相关统计性质, 构建了独立同分布的标准正态分布的样本, 采用  $\chi^2$  检验的方法来检测电离层的异常现象, 提出了利用该方法进行电离层异常探测的检测方案, 并进行了实例分析, 获得了较好的结果。实例分析表明, 该方法可以获得与 ACEVS 方法相同的效果, 可以用于实时探测、检测、监测电离层异常的发生过程, 这为电离层的监测提供了一个较好的选择。

## 参考文献:

- [1] 万卫星, 袁洪, 刘立波等. 中国科学 (A 辑), 2001, 31(增刊): 120
- [2] Zhang D H, Xiao Z. Chin. Sci. Bull., 2002, 47(12): 975
- [3] Zhang D H, Xiao Z. Acta Scientiarum Naturalium, Universitatis Pekinensis, 2000, 36(3): 414
- [4] Afraimovich E L, Kosogorov E A, Leonovich L A. Earth Planets Space, 2000, 52: 1077
- [5] Zhang D H, Igarashi K, Xiao Z *et al.* Chin. J. Geophys., 2002, 45(4): 469
- [6] Ho C M, Mannucci A J, Lindwister U J *et al.* GRL, 1996, 23(22): 3219
- [7] Saito A, Fukao S. GRL, 1998, 25(16): 3079
- [8] Ho C M, Mannucci A J, Lindwister U J *et al.* GRL, 1998, 25(14): 2589
- [9] 张东和, 肖佐, 古士芬等. 空间科学学报, 2002, 22(3): 212
- [10] 朱文耀, 章红平, 黄斌等. 地球物理学报, 2004, 47(6): 941
- [11] 袁运斌. 博士论文, 武汉: 中国科学院测量与地球物理研究所, 2002: 64
- [12] 刘次华. 随机过程, 武汉: 华中理工大学出版社, 2000: 20
- [13] Brockwell P J, Davis R A. Time Series: Theory and Methods, New York: Springer-Verlag Press, 1991: 101
- [14] Davis K, Hartmann G K. Radio Sci., 1997, 32 (4): 1695
- [15] 万卫星, 宁百齐, 袁洪等. 空间科学学报, 1998, 18(3): 247

## Gaussian Random Process and its Application for Detecting the Ionospheric Disturbances Using GPS

ZHANG Hong-ping<sup>1,2</sup>, ZHU Wen-yao<sup>1</sup>, HUANG Cheng<sup>1</sup>, PING Jin-song<sup>1</sup>

(1. *Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China*; 2. *Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China*)

**Abstract:** Usually, ionospheric Total Electron Content (TEC) variation with time can be viewed as a stationary random process under quiet conditions. However, sudden events of the Sun and the Earth such as solar flare and sudden commencement of geomagnetic storms may induce the disturbances of the ionosphere, so that the stationary random process is broken which will lead to the statistical model parameters changing. Based on this fact, here we made use of the time series of TEC and the auto-covariance function of the stationary process to construct independent identical distribution Gauss sample so that the  $\chi^2$  test can be used to detect the abnormality hidden in the sequence. In addition, GPS data collected by several IGS sites over China during the severe solar flare occurred on July 14, 2000 are used to verify the method. The results indicate that the disturbances caused by the solar flare can be effectively detected.

**Key words:** astrometry; GPS; TEC; Gaussian process; anomaly detection