

文章编号: 1000-8349(2005)01-0056-14

# 引力透镜的基本原理及最新研究进展

傅莉萍<sup>1</sup>, 束成钢<sup>1,2</sup>

(1. 上海师范大学 天体物理中心, 上海 200234; 2. 中国科学院 上海天文台, 上海 200030)

**摘要:** 介绍了引力透镜的基本原理, 并针对不同情况, 结合目前的观测结果对强透镜、弱透镜和微透镜分别作了系统的说明; 特别阐述了近年来正在兴起的宇宙剪切的观测和理论研究, 总结了引力透镜在宇宙学研究中的重要意义。

**关键词:** 天体物理学; 引力透镜; 综述; 原理; 应用

**中图分类号:** P159      **文献标识码:** A

## 1 引 言

根据爱因斯坦广义相对论, 光线在引力场中会发生偏折。因此背景天体 (如恒星、星系) 所发出的光将会受到前景天体 (如恒星、星系、星系团) 引力场的作用而产生会聚, 就像透镜成像一样, 这种天文现象称作引力透镜。由于前景天体引力场与构成场的物质状态、性质无关, 利用引力透镜现象就可以对前景天体的物质分布进行研究。引力透镜一般用于观测光线在弱引力场中的小角度的偏折。目前这一现象已在从恒星到星系、星系团到宇宙大尺度等不同尺度上得到了验证。引力透镜现象好比是一个照相机, 天文学家根据“像”的性质来推断这个“照相机”的结构。引力透镜的应用简单地可以归纳为以下 3 方面:

(1) 作为一个宇宙望远镜, 引力透镜可以使那些遥远或黯淡的天体得以增亮;

(2) 由于宇宙尺度巨大, 引力透镜仅仅决定于透镜体投影的二维质量分布, 而与透镜的亮度、组成无关。因此, 引力透镜提供了一条研究宇宙物质分布的新途径, 并可进一步分析宇宙中质量团块分布的结构和演化;

(3) 单个透镜或透镜组的性质与整个宇宙的几何有关。因此, 通过对引力透镜现象的分析, 可以约束哈勃常数、宇宙常数和宇宙的密度分布。

关于引力透镜的原理及应用, 许多很好的文章已作过介绍, 如武向平<sup>[1]</sup>、Narayan 和 Bartelmann<sup>[2]</sup>、Bartelmann 和 Schneider<sup>[3]</sup>、Kuijken<sup>[4]</sup> 等。本文则是在这些文献的基础上, 结合最新研究结果, 对引力透镜原理及应用, 特别是目前正在兴起的宇宙剪切巡天研究作一评述。

**收稿日期:** 2004-04-22; **修回日期:** 2004-07-31; **特约稿**

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目 (10333020、10073016); 上海市科委基金资助项目 (03XD14014)

国家科技部重点基础研究计划资助项目 (1999075406)

## 2 引力透镜的基本原理

### 2.1 点透镜 (point-lens)

首先考虑光线经过一个点质量附近的情况 (如图 1), 光沿着  $z$  方向以瞄准距离  $b$  入射。在牛顿力学中, 光线会像有质量的粒子一样受到引力的作用而发生偏折, 其中真正使光线发生偏折的是加速度的垂直分量  $g_{\perp}$  :

$$g_{\perp} = \frac{GMb}{(b^2 + z^2)^{3/2}}, \quad (1)$$

其中  $M$  为透镜体质量。从速度垂直分量的积分形式  $v_{\perp} = \int g_{\perp} dt = \int g_{\perp} dz/c = 2GM/bc$  可以得到偏折角

$$\alpha = v_{\perp}/c = \frac{2GM}{bc^2} \quad (\text{牛顿力学}), \quad (2)$$

而在广义相对论情况下,  $\alpha$  将大 2 倍, 其表达式为

$$\alpha = v_{\perp}/c = \frac{4GM}{bc^2} \quad (\text{广义相对论}). \quad (3)$$

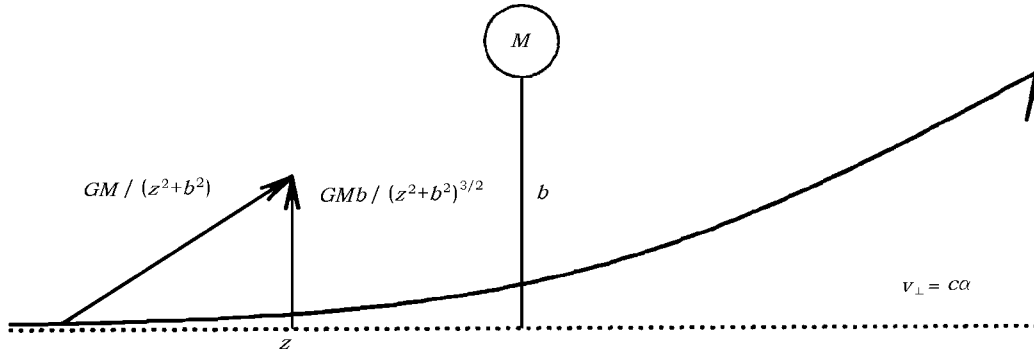


图 1 光线通过瞄准距离为  $b$  的点质量  $M$  时产生的偏折<sup>[4]</sup>

表 1 罗列了光线经过太阳、典型星系和星系团边界时所产生的偏折角  $\alpha$ 。可以看出,  $\alpha$  一般很小, 为角秒量级。

表 1 光线经过太阳、典型星系和星系团边界时的偏折角  $\alpha$ <sup>[4]</sup>

	质量 / $M_{\odot}$	大小 / pc	$\alpha / (")$
太阳	1	$10^{-7}$	1
典型星系	$10^{11}$	$10^4$	1
典型星系团	$10^{14}$	$10^5$	100

### 2.2 延展透镜 (extended lenses)

对于质量分布为  $\rho(x, y, z)$  的任意透镜, 由于透镜体到源的距离以及观测者到透镜的距离远远大于透镜体的厚度, 所以透镜体可以被视为二维平面, 称之为平面近似。这时, 引力

加速度由透镜质量分布产生的牛顿势  $\Psi$  决定。如图 2，同样假设光线沿着  $z$  轴传播，定义  $\xi$  为投影面上的二维矢量，透镜体质量面密度分布为  $\Sigma(\xi) = \int \rho dz$ ，其产生的垂直  $z$  轴的二维速度为

$$v(\xi) = 2\nabla_{\xi} \int \Psi dz / c, \quad (4)$$

其中  $\nabla_{\xi}$  是投影平面上的二维梯度，因子 2 则是广义相对论的结果。定义投影势  $\Psi(\xi) = \int \Psi dz$ ，则  $\Psi(\xi)$  同样满足二维泊松方程  $\nabla^2 \Psi(\xi) = 4\pi G \Sigma(\xi)$ 。因此光线经过透镜体产生的二维的偏折角可写成

$$\alpha(\xi) = \frac{2}{c^2} \nabla_{\xi} \Psi(\xi) = \frac{4G}{c^2} \int \frac{(\xi - \xi') \Sigma(\xi')}{|\xi - \xi'|^2} d^2 \xi'. \quad (5)$$

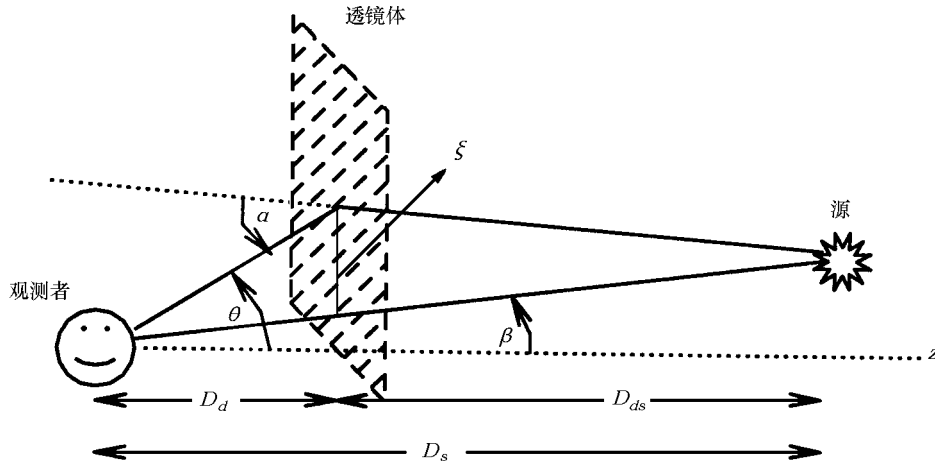


图 2 引力透镜的几何示意图<sup>[4]</sup>

从几何上讲，源、透镜体及观测者的几何位置决定了引力透镜像的位置。如图 2 所示，一个天体距观测者  $D_s$ ，透镜体在离观测者  $D_d$  处，而透镜体与源的距离为  $D_{ds}$ ；由于  $D_s$ 、 $D_d$  以及  $D_{ds}$  远远大于透镜体的厚度，该透镜体可以看作二维平面。如果没有引力透镜，观测者看见从源发出的光与  $z$  轴的夹角为  $\beta$ ；但由于引力透镜使光线发生了偏折（偏折角为  $\alpha$ ），这时观测者看见从源发出的光与  $z$  轴的夹角为  $\theta$ ，即  $\xi = D_d \theta$ 。值得注意的是，由于考虑了时空弯曲， $D_s \neq D_d + D_{ds}$ ；又因为光线的偏折角度很小，即  $\alpha$ 、 $\theta$ 、 $\beta$  都远小于 1，则利用简单的几何关系可得

$$\beta = \theta - \frac{D_{ds}}{D_s} \alpha, \quad (6)$$

这就是光线路径 (ray-trace) 方程。对于一个给定的  $\beta$ ， $\theta$  可能会有多个解。

如果源恰好在透镜体的正后方 ( $\beta = 0$ ) 且透镜体是轴对称的，那么产生的像将会是一个环，称为 Einstein 环 (如图 3)。对于密度分布为等温球的透镜体，其二维偏折角可简化为一维形式  $\alpha = \frac{4GM(\theta)}{c^2 D_d \theta}$ ，光线路径方程则为

$$\beta(\theta) = \theta - \frac{D_{ds}}{D_s D_d} \frac{4GM(\theta)}{c^2 \theta} = \theta - \frac{M\theta}{\pi (D_d \theta)^2 \Sigma_{\text{crit}}}, \quad (7)$$

其中，临界密度  $\Sigma_{\text{crit}}$  定义为

$$\Sigma_{\text{crit}} \equiv \frac{c^2}{4\pi G} \frac{D_s}{D_d D_{ds}} = 1.68 \times 10^3 M_{\odot} \cdot \text{pc}^{-2} \left( \frac{D}{1 \text{ Gpc}} \right)^{-1}, \quad (8)$$

式中  $D \equiv \frac{D_d D_{ds}}{D_s}$  为有效距离。当  $\beta = 0$  时，一个等温球分布产生的 Einstein 环的  $\theta_E$  为

$$\begin{aligned} \theta_E &= \left[ \frac{4GM(\theta_E)}{c^2} \frac{D_{ds}}{D_s D_d} \right]^{1/2} \\ &= 4\pi \frac{\sigma_v^2}{c^2} \left( \frac{D_{ds}}{D_s} \right) \approx 1.15'' \left( \frac{\sigma_v}{200 \text{ km/s}} \right)^2 \left( \frac{D_{ds}}{D_s} \right). \end{aligned} \quad (9)$$

其中  $\sigma_v$  为一维速度弥散度。因此，大质量椭圆星系的 Einstein 环的  $\theta_E$  最大可达约  $2''$ ，而小质量椭圆星系和旋转星系的 Einstein 环的  $\theta_E$  小于  $0.5''$ 。

### 2.3 时间延迟 (arrival time delay)

若定义  $\Psi' \equiv \frac{2}{c^2} \frac{D_{ds}}{D_s} \Psi$ ，由 (5)、(6) 式可得

$$\nabla_{\theta} \left[ \frac{1}{2}(\theta - \beta)^2 - \Psi' \right] \equiv \nabla_{\theta} \Phi = 0, \quad (10)$$

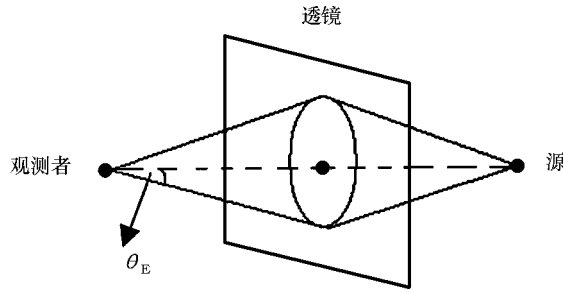


图 3 Einstein 环的示意图

这就是费马 (Fermat) 原理，其中  $\Phi$  为引力透镜的费马势。其物理意义为：引力透镜产生的像只能存在于  $\Phi$  极值点的位置。费马原理可改写成下面更易于理解的形式：

$$\begin{aligned} \nabla_{\theta} t(\theta) &= \nabla_{\theta} \left\{ \frac{(1+z_d)}{c} \frac{D_d D_s}{D_{ds}} \left[ \frac{1}{2}(\theta - \beta)^2 - \Psi' \right] \right\} \\ &= \nabla_{\theta} (t_{\text{geom}} + t_{\text{grav}}) = 0, \end{aligned} \quad (11)$$

其中， $z_d$  是透镜体所在位置的红移， $t_{\text{geom}}$  是由透镜体产生的几何时间延迟， $t_{\text{grav}}$  为由广义相对论引起的时间延迟。费马原理表明，像只能存在于时间延迟极小值的位置。

### 2.4 会聚和剪切 (convergence and shear)

面源通过透镜体产生的像会发生扭曲，这种扭曲可以通过 Jacobian 矩阵来描述：

$$A_{ij}^{-1} \equiv \frac{\partial \theta_i}{\partial \beta_j} = \left( \delta_{ij} - \frac{2}{c^2} \frac{D_{ds} D_d}{D_s} \Psi_{ij} \right) \propto \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right), \quad (12)$$

这里， $\Psi_{ij}$  是投影势的空间二阶微分， $\delta_{ij}$  为 delta 函数。若分别定义会聚和剪切参量为  $k$ 、

$\gamma(\gamma_1, \gamma_2)$ ，则

$$k \equiv \frac{\sum(\theta)}{\sum_{\text{crit}}} = \frac{1}{2} \nabla_{\theta}^2 \Psi, \quad (13)$$

$$\gamma_1(\theta) = \frac{1}{2}(\Psi_{11} - \Psi_{22}) \equiv \gamma(\theta) \cos 2\phi,$$

$$\gamma_2(\theta) = \Psi_{12} = \Psi_{21} \equiv \gamma(\theta) \sin 2\phi,$$

其中  $\phi$  为方向角。矩阵  $\mathbf{A}^{-1}$  通常可以写成

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 1-k-\gamma_1 & -\gamma_2 \\ -\gamma_2 & 1-k+\gamma_1 \end{pmatrix} = (1-k) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \gamma \begin{pmatrix} \cos 2\phi & \sin 2\phi \\ \sin 2\phi & -\cos 2\phi \end{pmatrix}. \quad (14)$$

引力透镜的放大率  $\mu$  可以由 Jacobian 矩阵的行列式来表示:

$$\mu = \frac{S}{S_0} = \det(\mathbf{A}) = ((1-k)^2 - \gamma_1^2 - \gamma_2^2)^{-1}, \quad (15)$$

其中  $S$ 、 $S_0$  分别为像和源的流量。由此可见， $\mathbf{A}^{-1}$  第一部分中  $k$  的作用是使源被各向同性地放大(或缩小)，第二部分中  $\gamma$  的作用是将各向异性加到所成像中(如图 4)。引力透镜不会改变源的表面亮度，但由于像被放大即  $\mu > 1$ ，所以像看起来比源更亮。那些原本较暗的恒星、星系通过引力透镜效应就可以被增亮进而被观测到。

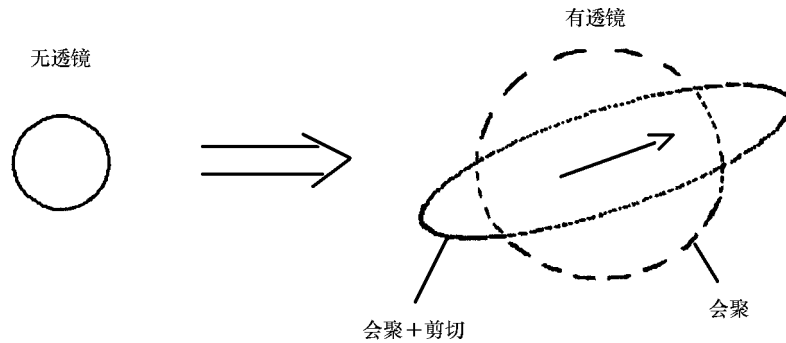


图 4 面源的会聚和剪切演示图 [2]

事实上，费马势  $\phi$  包含了关于像的所有信息：对于一个给定的  $\beta$ ， $\phi$  极值的位置决定了像的位置。 $\phi$  的二阶微分可给出 Jacobian 矩阵  $\mathbf{A}^{-1}$  在时间延迟平面上的行为；在  $\phi$  一阶导数为零的位置，如果  $\mathbf{A}^{-1}$  两边的符号都为正，则  $\phi$  在平面上呈现出向上弯曲，因此  $\det(\mathbf{A}) > 0$  且  $\text{tr}(\mathbf{A}) > 0$ ，形成正立的像；如果  $\mathbf{A}^{-1}$  两边的符号都为负，则  $\phi$  呈现出向下弯曲，因此  $\det(\mathbf{A}) > 0$  且  $\text{tr}(\mathbf{A}) < 0$ ，形成正立的像；如果  $\mathbf{A}^{-1}$  两边的符号不同，则  $\phi$  就有一个拐点 (saddle)， $\det(\mathbf{A}) < 0$ ，形成倒立的像。

## 2.5 焦散曲线和临界曲线 (caustics and critical curves)

如果引力透镜的放大率  $\mu$  在任何地方都有限，则一个源只会产生一个像。一个源要产生多重像必须使  $\mathbf{A}^{-1}$  在某个地方为零，也就是有无限的放大率。在像平面上满足  $\det(\mathbf{A}^{-1}) = 0$

的曲线称为临界曲线，它划分了新的像产生的区域。临界曲线在源平面上的对应曲线即为焦散曲线。图 5 作为一个简单例子说明了焦散曲线和临界曲线。在源平面上，与内部类似菱形的焦散曲线对应的是像平面上外面的临界曲线，而外部焦散曲线对应于里面的临界曲线。源平面上任何落在焦散曲线附近的点都有很高的放大率。如果源穿过焦散曲线，则有新的被强烈扭曲的像产生。引力透镜的作用是把像外推，并在内部区域产生新的像，而外部区域的像则在切向上被强烈扭曲。

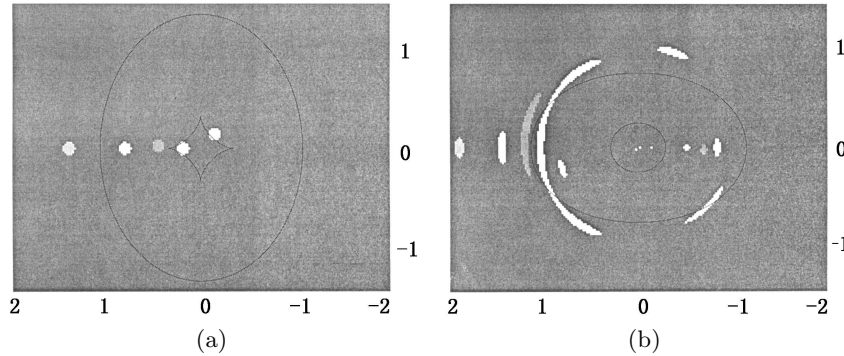


图 5 源在引力势  $\Psi = \frac{1}{2} \ln(a^2 + x^2 + Qy^2)$  作用下形成的像<sup>[4]</sup>  
(a) 源平面的焦散曲线及源位置；(b) 像平面上对应的临界曲线及像。

### 3 引力透镜的基本应用

#### 3.1 强引力透镜

$k$  和  $\gamma$  都接近于 1 的引力透镜被称作强透镜，它们产生多重像且像被强烈地扭曲。强透镜现象主要由以下两种情况产生：源和观测者连线位于星系团的中心区域，或位于星系的核内部区域。

强引力透镜的放大率很大，其较强的增亮效应可用于研究较远、较暗的背景星系。Ellis 和 Santos<sup>[5]</sup> 在 2001 年通过观测发现，星系团 Abell 2218 中存在多个具有确定红移的多重像系统，其中一个位于红移  $z = 5.56$  处的子星系 (baby galaxy) 被该星系团放大了 33 倍。若无引力透镜，这个星系即使使用 HST 的深度曝光也很难被发现。

利用强透镜，通过非动力学方法还能测定星系、星系团的质量。最简单的模型为：假定 Einstein 环  $\theta_E$  内平均表面质量密度等于临界表面质量密度，从像的性质得到  $\theta_E$  的估计值，若再得到  $D_d$ ，则透镜质量可表示为  $M(\theta_E) = \pi(D_d\theta_E)^2 \Sigma_{\text{crit}}$ 。对于轴对称透镜，这种简单模型得到的结果十分可靠；即使是对称性较差的透镜，这种模型也能得到很好的质量估计。

通过强透镜测定时间延迟，还可以确定哈勃常数。Refsdal<sup>[6]</sup> 发现，由于  $t_{\text{geom}}$  仅与传播距离有关，而传播距离又以  $H_0^{-1}$  为尺度；从广义相对论中得知  $t_{\text{grav}}$  也以  $H_0^{-1}$  为尺度，所以时间延迟正比于  $H_0^{-1}$ 。对于任何引力透镜系统， $H_0 t(\theta)$  只与系统的几何有关，因此测量时间延迟可以推得哈勃常数<sup>[6,7]</sup>。例如分析 QSO 0957+561 的光学<sup>[6,7]</sup> 和射电<sup>[8,9]</sup> 长期<sup>[10~12]</sup> 监测数据，可得其时间延迟分别为  $(1.48 \pm 0.03) \text{ yr}$ <sup>[13]</sup> 和  $1.14 \text{ yr}$ <sup>[9,14,15]</sup>。结合 VLBI 的观测结

果<sup>[16]</sup>，Grogin 和 Narayan<sup>[17]</sup> 给出了哈勃常数

$$H_0 = (82 \pm 6)(1 - k) \left( \frac{t}{1.14 \text{ yr}} \right)^{-1} \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}. \quad (16)$$

由于  $k$  不可能为负，所以当  $t = 1.14 \text{ yr}$  时， $H_0 < 88 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$ 。这与 WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) 的最新观测数据  $H_0 = (71 \pm 4.1) \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$  相符。

引力透镜所形成的像是由偏折角决定的，即与透镜体引力势的一阶微分有关，而对该透镜体密度分布的小尺度结构不敏感，但是与放大率有关的会聚、剪切参量  $k$  和  $\gamma$  却对小尺度结构十分敏感，因为它们是由引力势的二阶微分决定的。因此，利用引力透镜的这一性质可以对星系的结构 (特别是暗晕的子结构) 进行研究。

冷暗物质 (CDM) 模型预言：大质量星系中应存在大量的子结构，但至今观测到的子结构远少于理论值。Dalal 和 Kochanek<sup>[18]</sup> 指出，基于简单透镜假设下所得到的四像系统，其观测和理论预言的流量值不同。这种不同不能由吸收或星际物质散射来解释<sup>[19]</sup>，它意味着应有大量子结构存在，与 CDM 模型一致。进一步的工作可知，为了得到与观测相符的流量，要求星系晕中子结构的总质量应为星系总质量的百分之几<sup>[20,21]</sup>。

## 3.2 弱引力透镜

### 3.2.1 弱引力透镜基本原理

所谓的弱引力透镜是指  $k$  和  $\gamma$  远小于 1，如星系团产生的引力透镜现象。弱引力透镜不

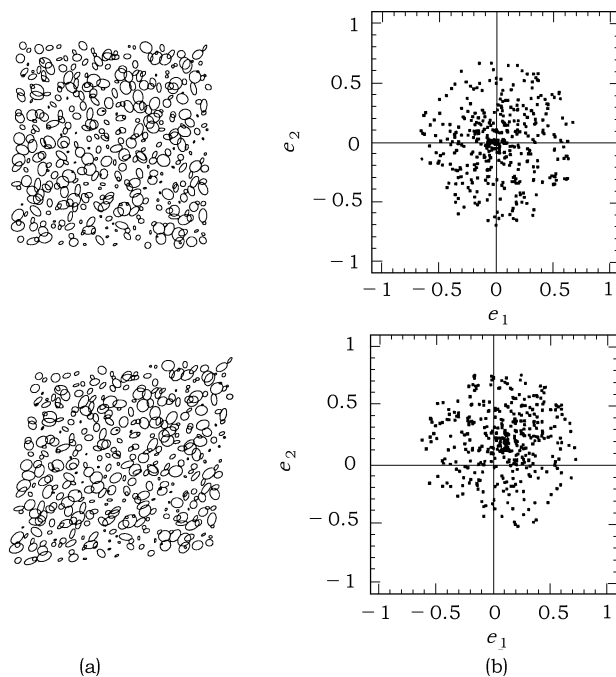


图 6 一些源通过弱透镜作用后形成的椭圆形像<sup>[4]</sup>

(a) 应用剪切之前 (上图) 和之后 (下图) 的星系像；(b) 通过类似极化分布描绘出的对应扭曲。在没有弱透镜时，极化的像围绕在零点周围；通过剪切作用后，像会自动朝某个方向偏移。

会产生多重像，其扭曲程度也非常小，相应地，放大率  $\mu \approx 1 + 2k$ 。图 6 给出了一些任意分布的星系通过弱透镜作用轻微扭曲形成的一些椭圆形像，这种轻微扭曲可以通过类似极化分布描述来进行估算：

$$\begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{I_{11} + I_{22}} \begin{pmatrix} I_{11} - I_{22} \\ 2I_{12} \end{pmatrix}, \quad (17)$$

其中， $e_i (i = 1, 2)$  为偏心率， $I_{ij} (i = 1, 2; j = 1, 2)$  表示像平面上每个星系光度分布函数  $f(x_1, x_2)$  的二阶矩  $\int f(x_1, x_2) x_i x_j dx_1 dx_2$ 。

如果没有弱透镜，星系的分布在理论上是已知的。通过观测得到被扭曲的像的分布情况，比较两者之间的差别可以得知使星系像产生这种扭曲的弱透镜的性质。一旦扭曲的像被确定之后，下一步就是如何将扭曲的像的信息反推为引力透镜的信息。在弱引力透镜研究中，不同边界条件应用不同方法来处理，但其分析的基本原则相同。如由弱引力透镜对许多星系团所得的质量估计<sup>[22~26]</sup>与动力学方法和 X 射线方法所得到的结果几乎一致<sup>[27]</sup>。

### 3.2.2 宇宙剪切 (cosmic shear) 基本原理

近年来随着全景相机 (panoramic camera) 的发展，大天区巡天工作获得了极大成功，这为研究宇宙大尺度结构提供了很好的条件。其中宇宙剪切也成为研究大尺度结构的有效手段之一。宇宙剪切就是沿着观测者视线方向上由宇宙大尺度结构对远距星系所产生的引力透镜现象。它指的是光在质量不均匀分布的客体附近传播时所发生的偏折情况，其结果造成远距星系像的扭曲。因此，扭曲的统计性质反映了大尺度结构的统计性质。第一次探测到宇宙剪切信号是在 2000 年的春季<sup>[28~31]</sup>，目前这一现象已在研究宇宙物质分布以及宇宙参量方面起着主要作用。

星系形成模型表明，星系的分布会趋于大尺度引力场的方向。分析大尺度透镜现象的第一步就是测定星系的形状，如用剪切的两点相关函数去分析星系的形状：

$$\xi_{\pm}(\theta) = \langle \gamma_t(x_i) \gamma_t(x_j) \rangle \pm \langle \gamma_r(x_i) \gamma_r(x_j) \rangle, \quad (18)$$

其中， $\theta = |x_i - x_j|$  是两个星系间的角距离， $\gamma_t$  和  $\gamma_r$  是两个星系连线切向和该连线转动  $45^\circ$  方向上的剪切。这种方法可以直接利用观测数据给出透镜体的有关信息，而不依赖于巡天计划的几何性质。其他的两点相关统计法是通过选取适当的窗函数 (window function) 对相关函数积分而得的。

观测信号分为两个部分<sup>[32]</sup>：无旋度的 E 模和对剪切场旋度敏感的 B 模 (如图 7)。由于引力透镜产生于引力场，因此我们希望得到无旋度的 E 模；而 B 模则可用于测量系统的残差值 (包括内禀的星系阵列)。关于从剪切相关函数中分解 E、B 模的方法可详见文献<sup>[33]</sup>。

实际上，宇宙大尺度结构产生的像扭曲非常小，其幅度在百分之一以下，因此星系形状的观测结果只能为透镜信息提供一种粗糙的估计。良好的数据信息则要求大量的星系观测，为此全景

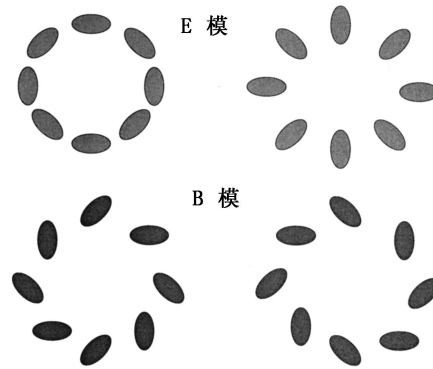


图 7 E、B 模示意图<sup>[34]</sup>



相机得到了广泛的应用。从最初的宇宙剪切巡天至今已有很多的观测结论, 详见表 2。表 3 是未来宇宙剪切巡天计划。

表 2 当前的宇宙剪切巡天

望远镜 / 巡天	天 区 / 平方度	光度极限	$\sigma_8$ <sup>1)</sup>	参考文献
CTIO <sup>2)</sup>	1.0	$R \leq 26$		[30]
CFHT <sup>3)</sup>	1.7			[43]
CFHT	0.96	$I \leq 24, V \leq 25$		[28]
WHT <sup>4)</sup>	0.5	$R \leq 26$	$1.50^{+0.5}_{-0.5}$	[27]
VLT <sup>5)</sup>	0.65	$I \leq 24.5$	$1.03^{+0.0}_{-0.0}$	[44]
HST/WFPC2 <sup>6)</sup>	0.05	$I \leq 26$	$0.91^{+0.2}_{-0.3}$	[45]
CFHT	6.5	$I \leq 24.5$	$0.88^{+0.0}_{-0.0}$	[46]
HST/STIS <sup>7)</sup>	0.02			[47]
CFHT, CTIO	24	$R \leq 24$	$0.81^{+0.0}_{-0.0}$	[48]
CFHT	8.5	$I \leq 24.5$	$0.98^{+0.0}_{-0.0}$	[49]
HST/WFPC2	0.36	$\langle I \rangle \approx 23.5$	$0.94^{+0.1}_{-0.1}$	[50]
WHT, CTIO	1.6	$R \leq 26$	$0.97^{+0.1}_{-0.0}$	[51]
CFHT, CTIO	53	$R \leq 24$	$0.86^{+0.0}_{-0.0}$	[52]
MPG/ESO	1.25	$R \leq 25$	$0.72^{+0.0}_{-0.0}$	[53]
Subaru	2.1	$R \leq 26$	$0.69^{+0.1}_{-0.1}$	[54]
CTIO	75	$R \leq 23$	$0.71^{+0.0}_{-0.0}$	[55]
CFHTLS <sup>8)</sup>	28			[56]

注: 1)  $\sigma_8$  定义为在 8 Mpc 内的物质分布的质量偏差, 它基于  $\Omega_m = 0.3$ ,  $\Omega_\Lambda = 0.7$  的  $\Lambda$ CDM 模型; 2) Cerro Tololo Inter-American Observatory; 3) The Canada-France-Hawaii Telescope; 4) William Herschel Telescope; 5) The Very Large Telescope; 6) Wild Field and Planetary Camera 2; 7) The Space Telescope Imaging Spectrograph; 8) Canada-France-Hawaii Telescope Legacy Survey.

表 3 未来的宇宙剪切巡天

望远镜 / 巡天	地面 / 天空	直 径 /m	视 场 / 平方度	天 区 / 平方度	起始年份	参考文献
VST <sup>1)</sup>	地面	2.6	1	几百	2004	[57]
VISTA <sup>2)</sup>	地面	4	2	10000	2007	[58]
Pan-STARRS <sup>3)</sup>	地面	$4 \times 1.8$	$4 \times 4$	31000	2008	[59]
LSST <sup>4)</sup>	地面	8.4	7	30000	2012	[60,61]
SNAP <sup>5)</sup>	空间	2	0.7	300	2011	[62]

注: 1) VLT Survey Telescope; 2) Visible & Infrared Survey Telescope for Astronomy; 3) The Panoramic Survey Telescope & Rapid Response System; 4) The Large Synoptic Survey Telescope; 5) The Supernova/Acceleration Probe.

如果星系没有系统扭曲，理论上应直接给出无偏透镜信号。但实际上有很多观测效应都会影响星系的形状：如视宁度会使像模糊而变圆，会减弱透镜信号，而为了使视宁效应减到最小，透镜巡天需要有良好的成像条件；点扩散函数 (point spread function, 简称 PSF) 也不会是一个圆形，它的各向异性导致了星系形状的相关排列，产生相似的透镜信号；相机光路系统也会使像产生扭曲，但这可采用天体测量方法来进行修正。

利用宇宙剪切研究物质分布的目的是测出物质功率谱。从理论上讲，物质功率谱的成功测定可以对暗物质的性质作进一步的约束。由于观测信号与物质功率谱直接相关，这种研究暗物质的方法比其他方法更具有优势。再者，两点相关统计是最容易测得的量，所以大多数宇宙剪切理论是建立在两点相关统计基础上的 (详见文献 [33])。

发现大尺度上的透镜现象至今不过几年时间，宇宙剪切测定与微波背景辐射 (CMB) 数据相结合已经对宇宙参量的限制作出了突出的贡献。例如，将宇宙剪切巡天与 WMAP 结果相结合可对宇宙参量进行强限制，这种方法所得的结果能与最大红移巡天计划所得的结果相当，甚至更好，特别是在对物质密度  $\Omega_m$  和  $\sigma_8$  的确定上，RCS (Red-Sequence Cluster Survey) 弱透镜测量与 CMB 数据非常接近 (如图 8)。

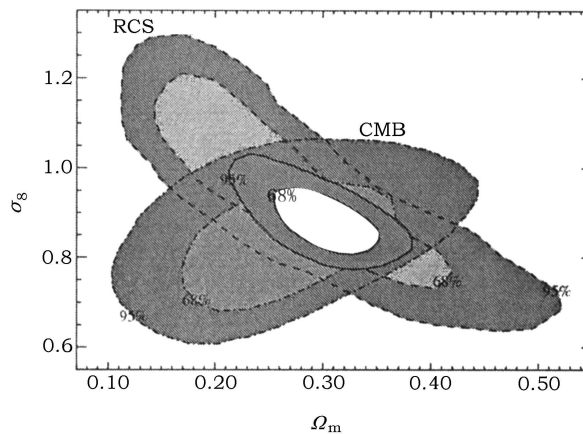


图 8 RCS 和 CMB 对  $\Omega_m$  和  $\sigma_8$  的限制 [35]

此图表明，CMB 与引力弱透镜测定相结合是十分有效的，因为它们给出的结果几乎垂直。

不久前 VIRIOS-DESCART 巡天显示，其结果比 RCS 测定的结果更好 [34]。目前的巡天只能给出与星系像形状相关的信息，未来的巡天将试图探测其大小的变化。今后几年，CFHT 巡天所覆盖的区域将会是 VIRIOS-DESCART 巡天的 10 倍，而且其他望远镜也在进行一些巡天，如 Subaru 深透镜巡天等。然而，尽管如此，宇宙剪切巡天还必须在很多方面加以改进，例如，目前尚不清楚 PSF 修正技术是否精确，但它应该可以用来处理相关的科学问题；源红移分布的测定可能还存在一些问题，不过新的巡天计划所提供的信息会降低这一不确定性，特别是 CFHT 将给出精度为 1% 或更好的非线性功率谱。

### 3.3 微透镜

微透镜现象是由前景运动的天体产生的透镜现象。由于光度放大率不是很大，它很难被观测到，其概率通常是百万分之几。微透镜是观测像的光度变化，可得到作为其客体的性质。

通过研究微透镜的出现率和特征可以估算运动客体数目及质量。第一个微透镜巡天观测始于 1993 年。有关微透镜的性质以及未来的应用可详见文献 [36]，本文只对微透镜作一简单描述。

现用点透镜模型来说明微透镜现象。当透镜沿着透镜和观测者连线相垂直方向匀速运动(图 9(b) 中的空心圆)时，像的光度会先升再降，如图 9(a) 所示。图 9(b) 中符号“×”表示透镜的位置，该点也是透镜的焦散曲线，虚线为相应的临界曲线。

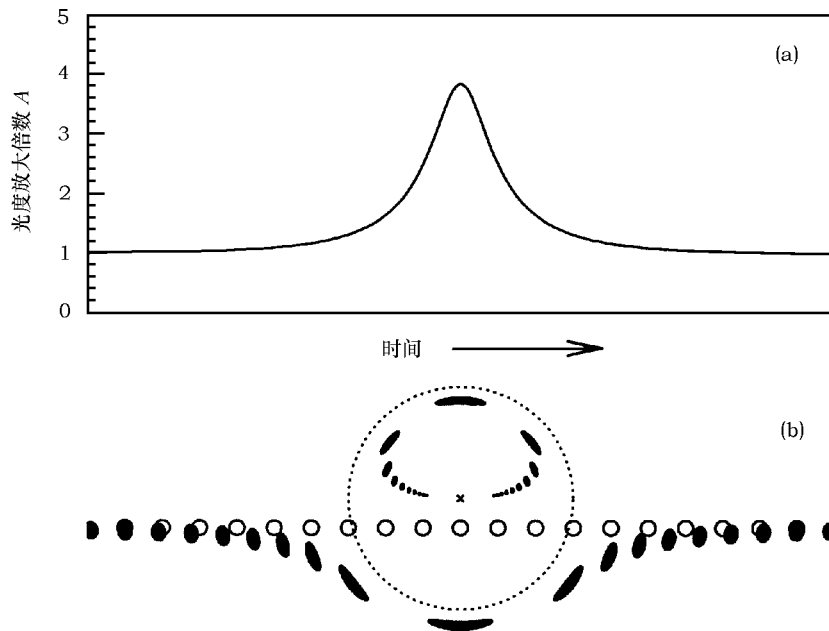


图 9 微透镜示意图 [4]

微引力透镜现象可使源的光度放大，具有相对高光度放大倍数 ( $A_{\max}$  约大于 10) 的微透镜现象更适用于行星探测 [25,26]，如  $A_{\max} \approx 10$  的微透镜可用于探测具有木星质量的行星； $A_{\max} \approx 50$  的微透镜可探测到和海王星质量相当的行星。2000 年、2001 年由 Alcock 等人 [37]、Derue 等人 [38]、Udalski 等人 [39] 和 Bond 等人 [40] 组成的巡天团队探测到 1000 多个微引力透镜现象，不过它们绝大多数的放大率不是很大。其中 MACHO 98-BLG-35 产生了  $A_{\max} \approx 80$  的透镜现象，这对证明该天体 Einstein 环附近存在具有地球质量的行星提供了证据，并从观测上排除了这一现象由该天体周围运动气块所致 [40,42] 的可能性。

Bond 等人 [42] 给出了这样一个区域：在光度放大倍数峰值处 I 波段光度约为 15 mag， $A_{\max}$  分别为 50、100 和 200，质量约为地球质量的行星围绕  $0.3 M_{\odot}$  天体旋转产生的微透镜平面上的区域(图 10)。通常探测时间间隔为  $(-0.5 t_{\text{FWHM}}, 0.5 t_{\text{FWHM}})$ ，典型值为 10~30 h。其中， $t_{\text{FWHM}} = 3.5 t_{\text{E}} / A_{\max}$  为微透镜光变曲线半极大的全宽 (the full-width at half-maximum of the microlensing light curve)； $t_{\text{E}}$  是透镜体穿过 Einstein 环的时间，由微透镜质量以及透镜体相对于源的运动速度决定。图 10 表明， $t_{\text{FWHM}}$  间隔内相对高光度放大倍数的微透镜现象投影在透镜平面上，可探测到具有地球质量行星的区域约是  $0.7 \sim 1.5 r_{\text{E}}$  或  $1.3 \sim 2.9 \text{ AU}$ ，其中  $r_{\text{E}}$  为 Einstein 环  $\theta_{\text{E}}$  在透镜平面上的半径。对于质量大于海王星的行星，尤其当  $A_{\max} \geq 100$

时，其可探测到的区域将超过 Einstein 环的区域；而质量与木星差不多大的行星几乎在任何地方都能探测到。

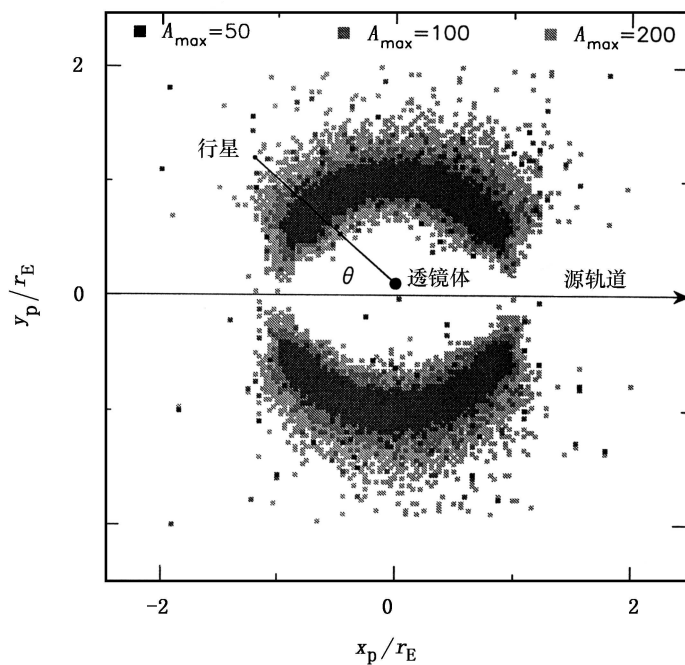


图 10  $A_{\max}$  分别为 50、100 和 200 时，可探测到具有地球质量行星围绕质量约  $0.3 M_{\odot}$  天体旋转的微透镜平面上的区域<sup>[42]</sup>

其中， $r_E$  的典型值约 1.9 AU，透镜在坐标系中的位置为  $(0, u_0)$ ， $u_0 \approx 1/A_{\max}$  为碰撞参数 (impact parameter)。如果行星的投影位置在图中所示区域内，其在  $t_{\text{FWHM}}$  间隔内通过微透镜全景监视器被探测到的可能性为 99%，被探测到的区域角直径小于 1 mas。

## 4 结 束 语

引力透镜从发现到现在不过几十年的时间，但它却为探索宇宙提供了一种特殊的方法。强引力透镜较大的放大率使人们得以观测到较远的暗天体；弱引力透镜可以用来探测星系和星系团的质量分布；微引力透镜可以了解恒星级天体的质量分布情况；结合现在的巡天计划，正在发展的宇宙剪切研究将使人们对宇宙有进一步的认识。

### 参考文献:

- [1] 武向平. 天文学进展, 1990, 8(1): 3
- [2] Narayan R, Bartelmann M. In: Dekel A, Ostriker J P eds. Formation of Structure in the Universe, Cambridge: University Press, 1999: 360
- [3] Bartelmann M, Schneider P. Phys. Rep., 2001, 340: 291

- 
- [4] Kuijken K. 2003, preprint (astro-ph/0304438)
- [5] Ellis R S, Santos M, Kneib J. *ApJ*, 2001, 560: 119
- [6] Refsdal S. *MNRAS*, 1964, 128: 307
- [7] Refsdal S. *MNRAS*, 1966, 132: 101
- [8] Vanderriest C, Schneider J, Herpe G. *A&A*, 1989, 215: 1
- [9] Schild R E, Thomson D J. In: Surdej J, Fraipont-Caro D, Gosset E *et al.* eds. *Gravitational Lensing in the Universe*, Proc. 31st Liege Int. Astroph. Coll., Universite de Liege, 1993: 415
- [10] Lehar J, Hewitt J N, Roberts D H *et al.* *ApJ*, 1992, 435: 109
- [11] Haarsma D R, Hewitt J N, Burke B F *et al.* In: Kochanek S C, Hewitt J N eds. *Astrophysical Applications of Gravitational Lensing*, IAU Symp. 173, Boston: Kluwer, 1996: 43
- [12] Haarsma D R, Hewitt J N, Lehar J *et al.* *ApJ*, 1997, 479: 102
- [13] Press W H, Rybicki G B, Hewitt J N. *ApJ*, 1992, 385: 416
- [14] Pelt J, Hoff W, Kayser R *et al.* *A&A*, 1994, 286: 775
- [15] Pelt J, Kayser R, Refsdal S *et al.* *A&A*, 1996, 305: 97
- [16] Falco E E, Gorenstein M V, Shapiro I I. *ApJ*, 1991, 372: 364
- [17] Grogin N, Narayan R. *ApJ*, 1996, 464: 92
- [18] Dalal N, Kochanek C S. *ApJ*, 2002, 572: 25
- [19] Kochanek C S, Dalal N. *ApJ*, 2004, 610: 69
- [20] Bradac M, Schneider P, Steinmetz M *et al.* *A&A*, 2002, 388: 373
- [21] Bradac M, Schneider P, Lombardi M. 2003, preprint (astro-ph/0306238)
- [22] Tyson J A. *Gravitational Lensing*, Proc. Workshop Toulous 1989, Berlin: Springer, 1990: 230~235
- [23] Kaiser N, Squires G. *ApJ*, 1993, 404: 441
- [24] Squires G, Kaiser N, Babul A *et al.* *ApJ*, 1996, 461: 572
- [25] Luppino G, Kaiser N. *ApJ*, 1997, 475: 20
- [26] Gray M E, Taylor A N, Meisenheimer K *et al.* *ApJ*, 2002, 568: 141
- [27] Griest K, Safizadeh N. *ApJ*, 1998, 500: 37
- [28] Bacon D, Refregier A, Ellis R S. *MNRAS*, 2000, 318: 625
- [29] Kaiser N, Tonry J L, Luppino G A. *PASP*, 2000, 112: 768
- [30] van Waerbeke L, Millier Y, Erben T *et al.* *A&A*, 2000, 358: 30
- [31] Wittman D M, Tyson J A, Kirkman D *et al.* *Nature*, 2000, 405: 143
- [32] Crittenden R, Natarajan P, Pen U L *et al.* *ApJ*, 2002, 568: 20
- [33] Schneider P. *ApJ*, 1998, 498: 43
- [34] van Waerbeke L, Millier Y. 2003, preprint (astro-ph/0305089)
- [35] Contaldi C R, Hoekstra H, Lewis A. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, 90: 1303
- [36] Zakharov A F. 2004, preprint (astro-ph/0403619)
- [37] Alcock C, Allsman R A, Alves D R *et al.* *ApJ*, 2000, 541: 734
- [38] Derue F, Afonso C, Alard C *et al.* *A&A*, 2001, 373: 126
- [39] Udalski A, Zebun K, Szymanski M *et al.* *Acta Astron.*, 2000, 50: 1
- [40] Bond I A, Abe F, Dodd R J *et al.* *MNRAS*, 2001, 327: 868
- [41] Rhie S H, Bennett D P, Becker A C *et al.* *ApJ*, 2000, 533: 378
- [42] Bond I A, Abe F, Dodd R J *et al.* *MNRAS*, 2002, 331: 19
- [43] van Waerbeke L, Mellier Y, Erben T *et al.* *A&A*, 2000, 358: 30
- [44] Maoli R, van Waerbeke L, Mellier Y *et al.* *A&A*, 2001, 368: 766
- [45] Rhodes J, Refregier A, Groth E. *ApJ*, 2001, 552: L85
- [46] van Waerbeke L, Mellier Y, Radovich M *et al.* *A&A*, 2001, 374: 757
- [47] Hämmerle H, Miralles J M, Schneider P. *A&A*, 2002, 385: 743
- [48] Hoekstra H, Yee H K C, Gladders M. *ApJ*, 2002, 577: 595
- [49] van Waerbeke L, Mellier Y, Pello R *et al.* *A&A*, 2002, 393: 369

- [50] Refregier A, Rhodes J, Groth E. *ApJ*, 2002, 572: L131
- [51] Bacon D, Massey R, Refregier A *et al.* *MNRAS*, 2003, 344: 673
- [52] Hoekstra H, Yee H K C, Gladders M. *ASP Conf. Ser.*, 2002, 283: 169
- [53] Brown M, Taylor A N, Bacon D J *et al.* *MNRAS*, 2003, 341: 100
- [54] Hamana T, Miyazaki S, Shimasaku K *et al.* *ApJ*, 2003, 597: 98
- [55] Jarvis M, Bernstein G M, Fischer P *et al.* *ApJ*, 2003, 125: 1014
- [56] Mellier Y, van Warebeke L, Rodovich M *et al.* 2000, preprint (astro-ph/0012059)
- [57] Kuijken K, Bender R, Cappellaro E *et al.* *ESO Messenger*, 2002, 110: 15
- [58] Taylor A. <http://www.vista.ac.uk>, 2003
- [59] Kaiser N, Wilson G, Luppino G A. 2000, preprint (astro-ph/0003338)
- [60] Tyson J A, Wittman D, Hennawi J F *et al.* 2002, preprint (astro-ph/0209632)
- [61] Tyson J A, the LSST team. 2002, preprint (astro-ph/0302102)
- [62] Perlmutter S. <http://snap.lbl.gov>, 2003

## Gravitational Lensing and its Applications

FU Li-ping<sup>1</sup>, SHU Cheng-gang<sup>1,2</sup>

(1. *Joint Center for Astrophysics, Shanghai Normal University, Shanghai 200234, China; 2. Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China*)

**Abstract:** In the present paper, the basic theory of gravitational lensing is introduced. Strong lensing, weak lensing and micro lensing are also discussed separately together with the most recent observations. Especially, the newest application of gravitational lensing, cosmic shear, is focused in detail. The importance of gravitational lensing on the cosmology is summarized.

**Key words:** astrophysics; gravitational lensing; review; theory; application