# 地球动力学扁率及其与岁差章动的关系

夏一飞 (南京大学天文系 南京 210093)

#### 摘 要

由岁差常数求得的日月岁差是天文学的重要参数之一,它和地球动力学扁率相联系.地 球动力学扁率的数值可由黄经总岁差的天文观测得到,也可由地震观测建立的地球模型推 求。地球动力学扁率在章动理论的计算中也是一个重要的物理量。介绍了由不同的观测方法 和模型给出的地球动力学扁率值,并讨论了它与岁差的关系和对章动计算的影响。在刚体地 球章动振幅的计算中,地球动力学扁率值起着尺度因子的作用,要改善刚体地球章动振幅的 计算,需要修改目前的黄经总岁差值。非刚体地球章动的转换函数中所采用的简正模频率和 常数都直接或间接地依赖地球动力学扁率值。在 IAU 1980 章动理论中,计算刚体地球章动 振幅所使用的地球动力学扁率值与计算转换函数中简正模频率和常数所使用的地球动力学 扁率值并不一致。随着观测和计算精度的提高,地球动力学扁率值的不一致将影响章动振幅 的计算。在建立非刚体地球章动理论中,如何解释地球动力学扁率值的差异,如何选取地球 动力学扁率值,还有待进一步的研究。

关键词 黄经总岁差 — 地球动力学扁率 — 非刚体地球章动振幅

分类号 P137.2

在岁差和章动的研究中,地球动力学扁率是一个重要的物理量。它和黄经日月岁差相联 系,受天文观测的约束。在 IAU 1980 章动理论中,刚体地球章动的振幅和非刚体地球章动的 转换函数都依赖于地球动力学扁率。在刚体地球章动的计算中,它起着尺度因子的作用,在 非刚体地球章动的转换函数中,它的数值不仅影响简正模频率,还影响常数数值。本文介绍 了由不同的观测方法和模型给出的地球动力学扁率值,并讨论了它与岁差的关系和对章动计 算的影响。

地球动力学扁率在天文学和地球物理学中的定义稍有不同,前者采用 H = (2C - A - B)/(2C),后者采用 e = (2C - A - B)/(A + B),其中  $A \times B \times C$ 为地球的主惯性矩,两者间的关系为 H = e/(1 + e)。

1 地球动力学扁率与黄经总岁差的关系

国家自然科学基金重点资助项目 (19833010) 1999-09-24 收到 由太阳、月球和行星对旋转地球的引力作用引起的地球轴和黄道面在空间的岁差运动称 为总岁差。总岁差包括两部分:赤道岁差和黄道岁差。黄道岁差仅由行星的直接影响引起, 亦称行星岁差,它可由理论计算<sup>[1]</sup>。赤道岁差可用近代的天文和测地技术 (如 VLBI、 LLR 等)的观测确定。赤道岁差的主要部分为日月岁差,此外还包括行星对赤道的直接和非直接 的影响、非日月非行星的影响 (如海洋、大气产生的影响)等。

行星对赤道的直接影响是指行星对地球产生的力矩的常数部分。行星对赤道的非直接影响 (亦称 planetary-tilt effects) 是指行星对月球轨道和地球轨道的摄动影响 <sup>[2]</sup>。非日月非行星的影响在目前的研究中均未被考虑。另外还需考虑两个二阶效应,一是地球赤道隆起对月球轨道的影响,引起月球轨道运动和地球自转运动耦合的二阶效应 <sup>[2]</sup> (亦称 J<sub>2</sub>-tilt effect),另一是章动运动本身引起对地球轴的章动耦合的二阶效应 <sup>[3]</sup>。赤道岁差在改正了上述所有这些影响后,得到了日月岁差。

日月岁差包括太阳和月球对地球产生的力矩的常数部分、太阳对地月间引力相互作用的 摄动项、月球对日地间引力相互作用的摄动项 (亦称 lunar inequality)。可以求得黄经日月岁 差 ψ 和地球动力学扁率 H 的关系为 <sup>[4]</sup>

$$\psi' = \psi + p_{g} = 3H\left(\frac{\mu}{1+\mu}\frac{n_{M}^{2}}{\omega}M_{0} + \frac{1}{1+Q}\frac{n_{S}^{2}}{\omega}S_{0}\right)\cos\varepsilon_{0}$$
(1)

其中  $\mu$  为月地质量比, Q 为地月系与日质量比,  $n_{\rm M}$  和  $n_{\rm S}$  为月球和太阳的平运动,  $\omega$  为地 球自转的平均角速度,  $\varepsilon_0$  为平黄赤交角,  $M_0$  和  $S_0$  为月球和太阳零频率引力的振幅,它们 分别对应于月球和太阳势计算表达式  $(1/2)(a/r)^3(1-3\sin^2\beta)$  中的常数项,  $p_{\rm g}$  为测地岁差, 这是一项小的广义相对论效应的改正<sup>[5]</sup>。(1) 式中的量对应于 J2000.0 历元。因此由 J2000.0 时的黄经日月岁差  $\psi$  值,通过 (1) 式可求得地球动力学扁率 H 值。

若 $\psi$ 、 $\mu$ 和 Q 存在误差,由(1)式易得到它们对 H 的影响为

$$\delta H = \frac{H}{\psi + p_{\rm g}} \delta \psi - \frac{3H^2 \cos \varepsilon_0}{\psi + p_{\rm g}} \frac{n_{\rm M}^2}{\omega} \frac{M_0}{(1+\mu)^2} \delta \mu + \frac{3H^2 \cos \varepsilon_0}{\psi + p_{\rm g}} \frac{n_{\rm s}^2}{\omega} \frac{S_0}{(1+Q)^2} \delta Q \tag{2}$$

黄经日月岁差可由黄经总岁差求得。目前采用的黄经总岁差 p = 5029.0966''/Jcy (J2000.0) 是 IAU 1976 天文常数中的基础常数,它是指在 J2000.0 历元时黄经总岁差速率,又称岁差常数.该值是对纽康的值进行修改后得到的,修改部分包括根据由 Fricke 对 FK4 和 FK4 Sup 星表远距星的自行求得的对黄经日月岁差的改正和根椐新的行星质量推得的对赤经行星岁差的改正。Lieske 等人<sup>[6]</sup> 根椐 p 值和其它常数的数值,并取  $p_g = 1.92''/Jcy$ ,得到 IAU 1976 岁差公式,其中 J2000.0 时的赤经行星岁差  $\chi = 10.5526''/Jcy$ ,赤道岁差 f = 5038.7784''/Jcy。由于IAU 当时采用的是 Eckert 改进的布朗月历表<sup>[7]</sup> 和纽康的太阳表,因此在赤道岁差中还需改正月球运动的长周期项和长期摄动,此外行星对赤道的直接和非直接影响及其它因素都未考虑. 1990 年 Kinoshita 和 Souchay<sup>[8]</sup> (简称 KS90) 采用法国经度局建立的行星历表 VSOP82<sup>[9]</sup>和月历表 ELP2000<sup>[10]</sup>(这两种历表比布朗和纽康的历表要精确得多),在计算黄经日月岁差时考虑了二阶和更多的摄动因素,但行星对赤道的非直接影响仍未考虑<sup>[11]</sup>。

近年来,利用天体测量新技术 (如 VLBI 和 LLR) 和恒星自行资料归算发现,目前黄经总岁 差 p 的数值偏大,求得的改正值  $\Delta p$  约在 -0.27''/Jcy 到 -0.33''/Jcy 范围  $^{[12,13]}$ 。Williams $^{[2]}$  建 议取  $\Delta p = -0.3266''/Jcy$ ,即黄经总岁差值为 5028.7700''。Williams $^{[2]}$ 、Souchay 和 Kinoshita $^{[14]}$ 

	IAU	KS90	Williams	SK96
p	5029.0966	5029.0966	5028.7700	5028.7700
黄道岁差	9.6818	9.6818	9.6865	9.6818
赤道岁差	5038.7784	5038.7784	5038.4565	5038.4518
月球运动的长周	0.0520			
期项和长期摄动	0.2530			
行星直接影响		-0.0321	-0.0318	-0.0321
行星非直接影响			0.0686	包含在一阶分析计算中
二阶耦合效应		0.3080	0.0468	0.3080
<b>J</b> 4 效应		-0.0026	-0.0026	-0.0026
ψ	5039.0314	5039.0517	5038.7375	5038.7251
$p_{\mathbf{g}}$	1.92	1.9155	1.9194	1.9194
$\psi'$	5040.9514	5040.9672	5040.6569	5040.6445

**妻**1 计算  $\psi'$  的各种改正 (J2000.0)

(简称 SK96) 分别利用此值来计算黄经日月岁差  $\psi$  值。表 1 给出 IAU 和这些作者在由 p 计算  $\psi'$  时所作的各种改正。从表 1 看出,由于考虑的改正不同,即使采用相同的 p 值,求得的  $\psi'$  值也并不相同。表 2 给出按 (1) 式由  $\psi'$  计算 H 时采用的各参数值。根据上述由观测求得的  $\Delta p$  的范围,可以求得地球动力学扁率 H 值的相应范围为 0.0032737917 ~ 0.0032737527。由 天文观测求得的 H 值的不确定性源于观测误差、未考虑的其它理论误差、忽略非日月非行星 影响的误差等。

参数	IAU	KS90	Williams	SK96
ψ'	5040.9514	5040.9672	5040.6569	5040.6445
μ	1/81.30068	1/81.300689	1/81.30059	1/81.30059
${oldsymbol{Q}}$	1/328900.5	1/328900.5	1/328900.560	1/328900.560
$n_{ m M}/('')\cdot  m Jcy^{-1}$	1732559342.07	1732559342.13	1732559343.18	1732559343.18
$n_{ m S}/('')\cdot  m Jcy^{-1}$	129597741.21	129597742.69	129597742.69	129597742.69
$\omega/\mathrm{rad}\cdot\mathrm{Jcy}^{-1}$	230121.65	230121.65	230121.65	230121.65
$\varepsilon_0$	23°26′21.448″	23°26′21.448″	23°26'21.409''	23°26′21.448″
$M_0/10^{-6}$	497656.0	497656.21	497656.21	497656.3446
$S_0/10^{-6}$	500209.1	500210.54	500210.54	500210.6222
Н	0.0032739935	0.0032739567	0.0032737634	0.0032737548

表 2 计算 H 时采用的参数数值

# 2 由不同的模型求得的地球动力学扁率值

### 2.1 根据 IERS 的地球动力学形状因子 J₂ 值导出 H 值

地球动力学形状因子 J2 为地球引力位展开式中二阶带谐斯托克斯参数,它的物理意义

 $('') \cdot Jcv^{-1}$ 

相当于地球的力学扁率。 J2 可通过对人造卫星的激光测距等资料以很高的精度求得。有

$$J_2 = \frac{C - \frac{1}{2}(A+B)}{Ma^2}$$
(3)

其中 M 为地球的质量, a 为地球的赤道半径。在流体静平衡态假设下, J<sub>2</sub> 与地球 (几何) 扁 率 ε 间的关系为

$$3J_2 = 2\varepsilon - q - \varepsilon^2 - \frac{2}{7}q\varepsilon \tag{4}$$

其中

$$q = \frac{\omega^2 a^3}{GM} \tag{5}$$

根据流体静平衡态下扁率与密度关系的 Clairaut 方程,可求得地球内部处于流体静平衡态时的扁率剖面,并按 (4) 式由  $J_2$  求得的  $\epsilon$ ,可计算主惯性矩 A、 B、 C.

利用 J<sub>2</sub> 和 J<sub>22</sub> 的值可求得 A 、 B 、 C 的相对差<sup>[15]</sup>

$$\left. \begin{array}{l} \frac{C-A}{Ma^2} = J_2 + 2J_{22} \\ \frac{C-B}{Ma^2} = J_2 - 2J_{22} \\ \frac{B-A}{Ma^2} = 4J_{22} \end{array} \right\}$$
(6)

其中

$$J_{22} = \sqrt{C_{22}^2 + S_{22}^2} \tag{7}$$

C22 和 S22 为二阶扇谐斯托克斯参数。

表 3 给出 IERS 92 和 IERS 96 对应的 J<sub>2</sub> 和导出的 H 值。用这种方法求得的 H 值的不确 定性源于 J<sub>2</sub> 和 J<sub>22</sub> 的误差、非流体静平衡态的影响等。

IERS 92 IERS 96  $J_2/10^{-6}$ 1082.6359 1082.6362  $J_{22}/10^{-6}$ 1.81536 1.81553  $GM/10^{14} {
m m}^3 \cdot {
m s}^{-2}$ 3.98600441 3.986004418 6378136.49 a/m6378136.3  $G/10^{-14} \mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{s}^{-2} \cdot \mathrm{kg}^{-1}$ 6672.59 6672  $Ma^2/10^{36}$ kg  $\cdot$  m<sup>2</sup> 243.035 243.014  $A/10^{37}$ kg · m<sup>2</sup> 8.0094 8.0101  $B/10^{37}$ kg · m<sup>2</sup> 8.0096 8.0103  $C/10^{37} \rm kg\cdot m^2$ 8.0358 8.0365 e 0.0032836 0.0032833 0.0032726 Η 0.0032729

表 3 IERS 系统的 J<sub>2</sub> 和导出的 H 值

2.2 根据非刚体地球模型或地震层析 X 射线成像方法计算 e 值

非刚体地球模型 1066A<sup>[16]</sup> 和 PREM<sup>[17]</sup> 是根据地震观测资料建立的。在流体静平衡态假 设下,等密度面是椭球面,在地球内地心距 r 处的密度可写为 <sup>[18]</sup>

$$\rho(r) = \rho_0(r) + \frac{2}{3}\varepsilon(r)\frac{\mathrm{d}\rho_0}{\mathrm{d}r}\frac{3\cos^2\theta - 1}{2}$$
(8)

其中  $\rho_0(r)$  为该处的平均密度,  $\varepsilon(r)$  为该处的扁率,可由 Clairaut 方程求得,  $\theta$  为该处的余 纬。利用  $\rho(r)$  对整个地球积分,可求得地球的主惯性矩

$$A = \iiint \rho(r)(y^{2} + z^{2}) dV$$

$$B = \iiint \rho(r)(x^{2} + z^{2}) dV$$

$$C = \iiint \rho(r)(x^{2} + y^{2}) dV$$
(9)

其中 x 、 y 、 z 为该处相对地球参考系的直角坐标。由此可得地球动力学扁率值

対 1066A e = 0.003280, 即 H = 0.003269; 对 PREM e = 0.003251, 即 H = 0.003240.

Mathews 等人<sup>[19]</sup>考虑了海洋和地幔影响后,得

对 1066A 
$$e = 0.0032495$$
, 即  $H = 0.0032390$ ;  
对 PREM  $e = 0.0032472$ , 即  $H = 0.0032367$ .

上述方法求得的 H 值的不确定性源于平均密度 ρ<sub>0</sub> 的误差、求主惯性矩数值积分的误差、忽略横向不均匀的误差、以及非流体静平衡态的影响等。

利用地震层析 X 射线成像方法,可得到地震波速度的横向变化。根据地震波速度和密度 的关系<sup>[17,20]</sup>,可得地幔内密度的横向变化 δρ 的球谐表达式

$$\delta\rho = \sum_{k} \sum_{lm} (A_{lmk} \cos m\lambda + B_{lmk} \sin m\lambda) f_k(r) P_l^m(\cos \theta)$$
(10)

其中  $P_l^m(\cos\theta)$  为缔合勒让德多项式,  $f_k(r)$  为 Chebychev 多项式,  $\lambda$  为经度,  $\theta$  为余纬。考虑密度的横向变化后,可求得新的主惯性矩。 Woodward 和 Dziewonski<sup>[21]</sup>、 Su 等人 <sup>[22]</sup> 根据各自的模型按此方法求得的地球动力学扁率 H 值分别为 0.003168 和 0.003144。改正了密度的横向不均匀后求得的 H 值显然比 1066Å和 PREM 的值要小。其不确定性源于地震观测的误差、地震波速度横向变化的各向异性的误差、地震波速度和密度横向变化关系间的误差等。

### 3 H 值对计算刚体地球章动振幅的影响

最早的 IAU 章动理论是 Woolard 在 1953 年建立的刚体地球章动理论<sup>[23]</sup>. 1977 年 Kinoshita 采用基于正则共轭变量和 Hori-Lie 变换的摄动方法,推出了一个更严格的刚体地 球章动理论<sup>[24]</sup>(简称 K77)。 IAU 1980 章动理论中刚体地球章动理论部分就以它作为理论基 础<sup>[25]</sup>。随着 VLBI 观测精度的提高和观测资料的积累,要求对章动振幅计算的精度达 μas 量级,因此不断出现了一些新的刚体地球章动理论,例如 SK96<sup>[14]</sup>、 Bretagnon 等人<sup>[26,27]</sup>(简称 SMART97)、 Roosbeek 和 Dehant<sup>[3]</sup>(简称 RDAN97)、 Hartmann 等人<sup>[28]</sup>(简称 HS97)的 理论。这些新的刚体地球章动理论在计算章动振幅时,考虑了过去被忽略的各种微小扰动和 一些高阶小项,诸如在计算日月岁差时考虑耦合的二阶效应、相对论效应、地球的三轴性效 应等.

这些新的刚体地球章动理论除 HS97 采用谱方法外,其余都采用分析方法。在分析方法 中,求解方程的方法也各不相同,有 Hamiltonian 法 (KS90, SK96)、力矩法 (RDAN97)、 Eulierian 法 (SMART97)。此外在计算各种微小的扰动改正时也存在差异,因而所给出的 *H* 值并不相同。表4给出这些章动理论中采用的 H 值,同时还给出了对应的 ψ'值。

	KS90	SK96	SMART97	RDAN97	HS97
$\psi/('')\cdot \mathrm{Jcy}^{-1}$	5039.0517	5038.7251	5038.4565	5038.7367	
$p_{ m g}/('') \cdot  m Jcy^{-1}$	1.9155	1.9194	1.9199	1.9193	1.9194
$\psi'/('') \cdot \mathrm{Jcy}^{-1}$	5040.9672	5040.6445	5040.3764	5040.6560	
Н	0.0032739567	0.0032737548	0.0032737668	0.0032737674	0.003274

表 4 新的刚体地球章动理论中的 H 值

月球和太阳贡献于刚体地球章动振幅计算的公共因子 K<sub>M</sub>、 K<sub>S</sub> 与 H 的关系为

$$K_{\rm M} = 3H \frac{\mu}{1+\mu} \frac{n_{\rm M}^2}{\omega}, \qquad K_{\rm S} = 3H \frac{1}{1+Q} \frac{n_{\rm S}^2}{\omega}$$
 (11)

由上式可得

$$\frac{\delta K_{\rm M}}{K_{\rm M}} = \frac{\delta H}{H} + \frac{\delta \mu}{\mu(1+\mu)}, \qquad \frac{\delta K_{\rm S}}{K_{\rm S}} = \frac{\delta H}{H} - \frac{\delta Q}{1+Q}$$
(12)

由 (2) 式可确定  $\psi$ 、  $\mu$ 和 Q 值的误差对 H 的影响,然后由 (12) 式确定  $K_{\rm M}$ 和  $K_{\rm S}$ 值中对应 的改正,而章动的振幅则直接正比于  $K_{\rm M}$ 和  $K_{\rm S}$ ,因此地球动力学扁率 H 值对整个章动序列 起着尺度因子的作用。虽然其变化是很小的,但在  $\mu$ as 量级中必须被考虑,特别是对一些主 要的章动项。表 5 给出 H 值的变化对几个主章动振幅的影响,这是基于 RDAN97 计算的。

表 5 H 值的变化对章动振幅的影响

P/(2) Im $-1$	и	$\Delta\psi/{ m mas}$			$\Delta arepsilon / \mathrm{mas}$				
1/() <sup>-</sup> 50y 11		18.6yr	9.3yr	182.62d	13.66d	18.6yr	9.3yr	182.62d	13.66d
5029.0966	0.0032739795	-17285.144	209.111	-1270.004	-204.158	9229.543	-90.374	550.612	88.513
5028.8100	0.0032737934	-17284.161	209.100	-1269.932	-204.147	9229.018	-90.369	550.580	88.508
5028.7966	0.0032737847	-17284.115	209.099	-1269.929	-204.146	9228.993	-90.369	550.578	88.508
5028.7700	0.0032737674	17284.024	209.098	-1269.922	-204.145	9228.945	-90.3 <b>68</b>	550.576	88.507

# 4 H 对非刚体地球章动的转换函数的影响

非刚体地球的理论章动是由刚体地球振幅与非刚体地球章动的转换函数的卷积求得.在 IAU 1980 章动理论中,转换函数采纳 Wahr 给出的表达式<sup>[29]</sup>,由刚体地球计算非刚体地球 在频率ω的圆章动振幅的转换函数为

$$T(\omega) = \frac{\eta(\omega)}{\eta_{\rm R}(\omega)} - 1 = \left[ B_0 + (\omega - \omega_0) \left( \frac{B_1}{\omega_1 - \omega} + \frac{B_2}{\omega_2 - \omega} + \frac{B'}{\omega' - \omega} \right) \right] (\omega_3 - \omega)(\omega - \omega') \quad (13)$$

其中  $\eta(\omega)$  和  $\eta_{R}(\omega)$  分别为非刚体地球和刚体地球在  $\omega$  处圆章动的振幅,  $\omega_{0} = -0.927\Omega$  为 O<sub>1</sub> 潮波频率,  $\omega_{1}$  和  $\omega_{2}$  为非刚体地球的张德勒摆动 (CW) 频率和近周日自由摆动 (NDFW) 频率,  $\omega'$  为刚体地球的欧拉摆动频率,  $\omega_{3}$  为倾斜模 (TOM) 频率,  $B_{0}$ 、  $B_{1}$ 、  $B_{2}$  和 B' 为 与章动频率无关的常数。  $\Omega = 1$  周 / 恒星日 (简称为 1cpsd) 为地球自转的频率。

(13) 式中三个简正模频率  $\omega_1$ 、  $\omega_2$ 、  $\omega_3$  都直接或间接地与 e 有关。 CW 是由于地幔自 转轴相对 Tisserand 轴不重合引起的,有<sup>[30]</sup>

$$\omega_1 = \frac{A}{A_{\rm m}} (e - \kappa) \Omega \tag{14}$$

其中 A<sub>m</sub> 为地幔的赤道惯性矩, κ 为表征地球形变的小参数。 NDFW 是由于液核自转轴与 地幔自转轴不重合引起,从惯性空间看,它表现为自由地核章动 (FCN),准确到一阶小量的 表达式为 <sup>[31]</sup>

$$\omega_2 = -\left[1 + \frac{A}{A_{\rm m}}(e_{\rm c} - \beta)\right]\Omega\tag{15}$$

其中  $e_c$  为地核的动力学扁率,  $\beta$  为内核形变的参数。 TOM 是由于地球瞬时自转轴与地球 参考架 Z 轴不重合引起的,从惯性空间看,它表现为自由周日章动 (FDN),  $\omega_3 = -\Omega = -1$ cpsd,它的谐振在刚体地球情况下依赖于 e。此外,(13)式中刚体地球的欧拉摆动频率  $\omega'$  的 数值,实际上即等于地球动力学扁率 e。因此 e 值的变化将影响  $\omega_1$ 、 $\omega_2$ 和  $\omega'$  的值。在 IAU 1980 章动理论中, Wahr 取  $\omega_1 = 0.002478$  cpsd, $\omega_2 = -1.0021714$  cpsd,  $\omega' = e\Omega = 0.00328$ cpsd,其中  $\omega_2$  值对章动振幅影响最大。目前由观测确定的  $\omega_2$  约在 -1.0023810 cpsd (对应自 由地核章动的周期约为 420 恒星日)到 -1.0022989 cpsd (对应自由地核章动的周期约为 435 恒星日)范围之间,这与 Wahr 给出的理论值存在差异,它将影响章动振幅的计算,特别是逆 向周年项和 18.6 yr 项 <sup>[32]</sup>。

常数 B<sub>0</sub>、 B<sub>1</sub>、 B<sub>2</sub>则与 Wahr 给出的下述非刚体地球圆章动振幅表达式中 A<sub>0</sub>、 A<sub>1</sub>、 A<sub>2</sub> 相联系

$$\eta(\omega) = \left[A_0 - (\omega_0 - \omega)\left(\frac{A_{\rm T}}{\omega - \omega_3} + \frac{A_1}{\omega - \omega_1} + \frac{A_2}{\omega - \omega_2}\right)\right]f(\omega) \tag{16}$$

其中 A<sub>0</sub>、 A<sub>1</sub>、 A<sub>2</sub> 为与章动频率无关的常数,

$$A_{\rm T} = -\frac{k}{1+\omega_0} \tag{17}$$

$$k = \left(\frac{C-A}{C}\right) \left(\frac{g}{a}\right) \sqrt{\frac{15}{8\pi}} \left(\frac{1}{\Omega_0^2}\right)$$
(18)

g为地面的重力加速度, a为地球的平均半径,  $\Omega_0$ 为地球的平均自转角速度。 Wahr 取下列数值:

$$g = 9.8203 \text{m} \cdot \text{s}^{-2}, \quad a = 6371 \text{km}, \quad \Omega_0 = 7.292115 \times 10^{-5} \text{rad} \cdot \text{s}^{-1} \\ \frac{C-A}{C} = 0.003273952$$

$$(19)$$

B<sub>0</sub>、 B<sub>1</sub>、 B<sub>2</sub> 与 A<sub>0</sub>、 A<sub>1</sub>、 A<sub>2</sub> 的关系分别为

$$B_{0} = -\left(\frac{A_{0}}{k} + \frac{1}{1+\omega_{0}} + \frac{1}{\omega'-\omega_{0}}\right)\left(\frac{1}{1+\omega'}\right)$$

$$B_{1} = -\frac{A_{1}}{k(1+\omega')}$$

$$B_{2} = -\frac{A_{2}}{k(1+\omega')}$$

$$\left.\right\}$$

$$(20)$$

B'则由下式计算

$$B' = \frac{1}{(\omega' - \omega_0)(1 + \omega')}$$
(21)

由 (20) 和 (21) 式看出,  $B_0$ 、  $B_1$ 、  $B_2$ 、 B' 依赖于 k 和  $\omega'$ , 因此与地球动力学扁率 有关. 在转换函数 (13) 式中, 计算 k 时使用的 (C - A)/C = 0.003273952 取自 K77<sup>[24]</sup>, 这是 由黄经总岁差计算的,  $\omega' = 0.00328$  cpsd 取自刚体地球欧拉摆动频率 (对应的周期为 305 恒 星日), 而其它参数涉及的 e 值则取自地球模型 1066A。因此在 IAU 1980 章动理论中,转换 函数的计算采用了不一致的地球动力学扁率值。此外它们与计算刚体地球章动振幅所使用的 H = 0.0032739935(参见表 2) 也不相同,显然这将影响章动振幅的计算。

若  $ω_1$ 、 $ω_2$ 、ω' 仍使用 Wahr 的值,仅考虑地球动力学扁率值对  $B_0$ 、 $B_1$ 、 $B_2$ 、B' 的影 响,取  $H_1 = 0.00314400$  (相应的 e = 0.00315392)和  $H_2 = 0.00327399$  (相应的 e = 0.00328475)两种极端情况,表 6 给出对 H 的这两种情况计算的四个主要周期项的非谐振、CW、NDFW 对圆章动振幅的贡献,由表 6 可见,即使仅考虑地球动力学扁率值的变化引起常数值的改变,对章动振幅的影响也远远大于 µas 量级。

#### 表 6 由 $H_1$ 和 $H_2$ 计算的对非谐振、 CW 、 NDFW 的圆章动振幅的贡献 mas

周期 /d	非计	非谐振		CW		NDFW	
, , , , , , , , , , , , , , , , , , ,	H1	H2	H1	H2	H1	H2	
6798.38	-0.070	-0.080	-0.003	-0.002	-3.618	-3.767	
-6798.38	0.479	0.550	0.023	0.020	28.464	29.638	
365.26	0.028	0.032	0.001	0.001	0.651	0.678	
-365.26	0.028	0.032	0.001	0.001	-6.192	-6.447	
182.62	-1.169	-1.343	-0.051	-0.045	-17.015	-17.717	
-182.62	0.050	0.058	0.020	0.018	-1.974	-2.055	
13.66	-2.511	-2.885	0.000	0.000	0.000	0.000	
-13.66	0.108	0.124	0.009	0.008	-0.366	-0.381	

注:周期栏中表列值为负者表示逆向.

### 5 小 结

各种观测方法和模型给出的地球动力学扁率值各不相同。表 7 小结了它们对应的数值。 在刚体地球章动振幅的计算中,地球动力学扁率起着尺度因子的作用,它的数值来自黄 经总岁差的观测值,近年来 VLBI、 LLR 和自行资料的归算表明,目前的黄经总岁差值需进 行修改。若能更改黄经总岁差值,必将为刚体地球章动振幅计算的改善作出贡献。

表 7 各种观测和模型给出的 H 值

	Н		
K77	0.003273952		
IAU 1976	0.0032739935		
天体测量观测	$0.0032737917 \sim 0.0032737527$		
$J_2$	$0.0032729 {\sim} 0.0032726$		
非刚体地球模型 (1066A,PREM)	$0.0032390 \sim 0.0032367$		
地震层析 X 射线成像	0.003168~ 0.003144		

地球动力学扁率值不仅影响非刚体地球章动的转换函数中的简正模频率,还影响常数 值。在转换函数中计算 k 时使用的地球动力学扁率值来自黄经总岁差的观测值,计算 ω' 时使 用的地球动力学扁率值来自地震观测建立的地球模型,因此在 IAU 1980 章动理论中使用的 地球动力学扁率值并不一致。

来自天文观测和来自地震观测的地球动力学扁率值存在明显的差别。随着观测和计算精度的提高,地球动力学扁率值的不一致必将影响章动振幅的计算值。在建立非刚体地球章动理论中,如何解释地球动力学扁率值的不同,如何选取地球动力学扁率值,将有待进一步的研究。

#### 参考文献

- 1 Simon J L, Bretagnon P, Chapront J et al. Astron. Astrophys., 1994, 282: 663
- 2 Williams J G. A. J., 1994, 108: 711
- 3 Roosbeek F, Dehant V. Celest. Mech. Dyn. Astron., 1998, 70: 215
- 4 Dehant V, Capitaine N. Celest. Mech. Dyn. Astron., 1997, 65: 439
- 5 Brumberg V. Essential Relativistic Celestial Mechanics. Bristol: Adam Hilgel Publ., 1991, 263
- 6 Lieske J H, Lederle T, Fricke W et al. Astron. Astrophys., 1977, 58: 1
- 7 Eckert W J, Walker M J, Eckert D. A. J., 1966, 71: 314
- 8 Kinoshita H, Souchay J. Celest. Mech. Dyn. Astron., 1990, 48: 187
- 9 Bretagnon P. Astron. Astrophys., 1982, 114: 278
- 10 Chapront-Touze M, Chapront J. Astron. Astrophys., 1983, 124: 50
- 11 黄天衣. 天文学进展, 1996, 14: 114
- 12 Souchay P, Feissel M, Bizouard C et al. Astron. Astrophys., 1995, 299: 277
- 13 Charlot P, Sovers O J, Williams J G et al. A. J., 1995, 109: 418
- 14 Souchay J, Kinoshita H. Astron. Astrophys., 1996, 312: 1017
- 15 Bursa M. Earth, Moon, Planets, 1995, 69: 51
- 16 Gilbert F, Dziewonski A M. Phil. Trans. R. Soc. A., 1976, 278: 187
- 17 Dziewonski A M, Anderson D L. Phys. Earth Planet. Inter., 1981, 25: 297
- 18 Dahlen F A. Geophys. J. R. Astron. Soc., 1968, 16: 329
- 19 Mathews P M, Buffett B A, Herring T A et al. J. Geophys. Res., 1991, 96(B5): 8219
- 20 Defraigne P, Dehant V, Wahr J M. Geophys. J. Int., 1996, 125: 173
- 21 Woodhouse J H, Dziewonski A M. J. Geophys. Res., 1984, 89(B7): 5953
- 22 Su W J, Woodward R L, Dziewonski A M. J. Geophys. Res., 1994, 99(B4): 6495
- 23 Woolard E W. Astronomical Papers for the American Ephemeris and Nautical Almanac XV, Pt. 1, Washington: U. S. Government Printing Office, 1953
- 24 Kinoshita H. Celest. Mech., 1977, 15: 277
- 25 Seidelmann P K. Celest. Mech., 1982, 27: 79

- 26 Bretagnon P, Rocher P, Simon J L. Astron. Astrophys., 1997, 319: 305
- 27 Bretagnon P, Francon G, Rocher P et al. Astron. Astrophys., 1998, 329: 329
- 28 Hartmann T, Soffel M. A. J., 1994, 108: 115
- 29 Wahr J M. Geophys. J. R. Astron. Soc., 1981, 64: 705
- 30 Sasao T, Wahr J M. Geophys. J. R. Astron. Soc., 1981, 64: 729
- 31 Vries D, Wahr J M. J. Geophys. Res., 1991, 96(B5): 8275
- 32 夏一飞, 高洁. 科学通报, 1993, 38: 1199

## The Earth Dynamical Flattening and Its Relation to Precession and Nutation

#### Xia Yifei

(Department of Astronomy, Nanjing University, Nanjing 210093)

#### Abstract

The luni-solar precession, derived from the general precession in longitude, is one of the important parameters in astronomy. It relates to the Earth dynamical flattening which value can be obtained from the astronomical observation or from different Earth models. The Earth dynamical flattening plays an important role in the computations of nutation theory. Its values, determined from different kinds of observations and models are reviewed. Moreover, its relation to precession and its effect on nutation computation are discussed. The theoretical nutations of a non-rigid Earth are computed from a convolution of the rigid Earth nutation amplitude with a transfer function accounting for the geophysical parameters influencing the Earth rotation. The value of the Earth dynamical flattening correspounds to a scale in the rigid Earth nutation series. In order to improve the amplitudes of the rigid Earth nutation series, it become necessary to revise the IAU 1976 value of the general precession in longitude. The normal mode eigenfrequencies and constants adopted in the transfer function, depend directly or indirectly on the Earth dynamical flattening. The values of the Earth dynamical flattening, used in computing the amplitudes of the rigid Earth nutation series as well as the normal mode eigenfrequencies and constants of the transfer function, are not consistent in IAU 1980 nutation theory. The increasing accuracy of modern observations requires to take into account its influence on the nutation amplitudes at the level of a few microarcseconds. The interpretation and selection for different values of the Earth dynamical flattening will have to be approached in the construction of the future nutation theory of a non-rigid Earth.

Key words general precession in longitude—Earth dynamical flattening—non-rigid Earth nutation amplitude