第 15 卷 第 4 期　　天 文 学 进 展　　Vol.15, No.4
1997 年 12 月　　PROGRESS IN ASTRONOMY　　Dec., 1997

谱线形成深度理论及其应用 (III)：太阳矢量磁场结构的推导

屈中权　丁有济　张霄宇　陈学昆

(中国科学院云南天文台　昆明　650011)

摘　要

叙述了谱线形成深度理论在推导太阳矢量磁场空间结构上的应用，列举了有典型意义的工作，指出了用响应函数比用贡献函数导出的结果更好的原因以及它们的局限性。作为对比，也举例说明了不依赖于这种理论来推导矢量磁场结构的方法。

关 键 词　谱线：形成 — 谱线：轮廓 — 太阳：磁场

建立谱线形成深度理论有两个主要目的。其一，通过理论的分析加深我们对谱线形成中各种因素所起作用和所在区域位置的了解，得出谱线形成深度；其二，利用此理论帮助我们获得太阳大气中影响谱线 (包括斯托克斯轮廓) 的物理量空间结构分布的信息。以下我们只给出其在推导太阳磁场分层结构方面的应用。

1　太阳矢量磁场空间三维结构的推导法

一般说来，太阳矢量磁场的推导方法可分为两种：光谱或轮廓合成法和反演法。前者是假定观测区域能用一定的大气模型描述，用不同的磁场分布得出合成轮廓来逼近观测轮廓；后者则是直接从观测轮廓提取所需的信息。由于前者必须用从某一特殊情形得出的模型去假定观测区域的大气结构，故普适性较差。如果考虑到大气中同一区域 (尤其是活动区) 具有的演化特征，可以预料其精确性也是较差的。此外，用此方法所需的计算时间也较长。后一种方法普适性较强，得出的结果较精确，但在方法的实行方面可能遇到迭代发散等一系列问题。

一般说来，利用贡献函数的方法大多属于合成法，而利用响应函数的方法多属于反演法。由于推导太阳物理量空间三维结构的焦点在于如何导出物理量随深度的分布，即物理量的分层结构，故我们不必在此文中叙述如何克服观测区域与视线垂直的面上不可分辨元产生的困难。虽然这一困难对黑子本影和大部分半影区域影响并不严重，但对谱斑、黑子边缘、暗条边缘等有很大影响。这已由 Stenflo[1] 强调指出并给出了适合于他自己创立的谱线比技术的

国家自然科学基金资助项目，云南省科委应用基础研究基金资助项目

1995 年 12 月 1 日收到　1996 年 9 月 15 日收到修改稿

处理方法，更普遍的处理是，将磁场占有观测区域面积的比例 α(填充因子) 乘以 Q 、 U 、 V 以及对 I 采用对非磁场区域乘以因子 $(1-\alpha)$，对磁场区域乘以 α 相加处理 (见文献 [2] 中 (3.1) 式)。

1.1 与谱线形成深度理论相关的推导法

以下介绍利用谱线形成深度理论导出矢量磁场空间三维结构的方法。对依赖于贡献函数的推导，必须给定大气模型，但选用不同模型导出的形成高度有差别，因而不可能得出高精度的结果。在依赖于响应函数的推导方法中，一定的大气模型只是作为一系列迭代的初值，因此可得出较好的结果。

在利用贡献函数导出谱线形成深度的方法中， Grossmann-Doerth 和 Solanki 的工作具有典型的意义 [3]。他们在考察不同的研究者对 K2 型 ε–Eri 白矮星导出的磁场强度差异时，借助于由贡献函数导出的谱线形成深度的概念给予了解释。尽管他们给出的只是磁场强度大小而非矢量场的纵向梯度，但他们的思想方法正是我们在这系列文章引言中一开始所指出的。

他们对表 1 给出的四条中性铁线采用 Grossmann-Doerth 等人的贡献函数 (见文 (I) 中文献 [17]) 进行研究，大气模型选择 Basri 和 Marcy 的 K2 型白矮星模型 [4]。为了检验大气模型中温度对结果的影响，还采用了太阳网络区域中磁流管的一个极热模型 [5]。磁场强度的计算既在薄的流管近似下进行，又在假定 ε–Eri 星的磁场相似于太阳上的磁流管结构下实施。在这两种情形中，只考虑沿视线方向流管中心轴的磁场分布。

在考虑如何从观测的斯托克斯轮廓得出单一的等效磁场强度时， Grossmann- Doerth 和 Solanki 采用了两种极其简单而粗略的方法。其一，采用斯托克斯 I 轮廓由于磁场分裂产生的两个 σ 分量的极小值之间的波距 $2\Delta\lambda_{\min}$，运用以下塞曼裂距公式得出：

$$H=\frac{\Delta\lambda_{\min}}{4.67\times10^{-13}g\lambda^2} \tag{1}$$

以这种方法导出的场强 (单位 G) 在表 1 中以标题 $H(\Delta\lambda_{\min})$ 表征；其二，输入不同的单一磁场强度值，根据某一大气模型计算出斯托克斯轮廓去逼近观测轮廓，取对应最佳轮廓拟合的磁场强度值作为结果，以这种方法导出的场强在表 1 中以标题 H (fit) 表征。

表 1 从不同的谱线导出的磁场强度

谱 线	K2 型白矮星		太阳磁流管	
	$H(\Delta\lambda_{\min})$	H(fit)	$H(\Delta\lambda_{\min})$	H(fit)
5250.2	1290	1800	1600	1800
6173.3	2030	2200	1950	2200
8468.4	1190	1600	1500	1750
15648.5	2690	2500	2650	2600

表 1 是一个典型的实例。可以看出在多数情形下，对同一谱线用不同的磁场推导方法得出的场强值，不仅采用不同模型导出的结果差别较大，即使采用同一模型导出的结果也是如此。由 K2 型白矮星模型给出的不同谱线形成高度有显著差别，贡献函数峰值比较尖锐，谱线 8468.4, 5250.2, 6173.3Å和 15648.5Å的形成高度依次降低，因而从这些形成高度可以得出磁场强度沿视向方向的梯度。但由太阳磁流管模型得出的贡献函数曲线表明，除 Fe I 15648.5Å红外线外，其余三条线的形成高度几乎无差别。因而从同一观测轮廓根据不同大气模型得出的磁场强度梯度相差很大。表 1 和文献 [3] 中的图 1 和 2 不仅表明了谱线形成深度理论的局限性，还说明了不同的推导磁场方法的差异性，因而具有典型的意义。

Bruls 等人[6] 将 Grossmann–Doerth 等人的贡献函数概念用在红外线 Mg I 12.32μm 和铁线 Fe I 6302.5Å上以得出矢量磁场的纵向梯度。在分析铁线的斯托克斯轮廓时，采用 Skumanich 和 Lites[7] 的最小二乘反演法，而红外线磁场强度由塞曼分裂的裂距直接求出，磁场倾角和方位角则用有名的 Sears 公式获得。他们用三种具有不同等效温度 ($T_{\rm eff}=4500,5000,6000$K) 的大气模型来分别求得这两条线的等效形成深度，所用的波长点取 σ 分量的极值点处的对应值。结果表明，不同的模型得出的形成深度和磁场梯度存在不同程度的差别，且这种差异随处理的观测点离黑子中心的距离不同而改变。如计算出的红外镁线的形成高度随采用的大气模型不同而产生的最大差别发生在靠近本影和半影边界的地方，由 $T_{\rm eff}$ 表征的三种模型得出的结果分别为 240,336,369km，而对所用的铁线这种最大差异产生在离黑子中心最近的点，分别为 96,129,382km。磁场梯度 $-\partial H/\partial z$ 在半影里离黑子中心最远点达到最小，对三种模型分别为 0.94,0.70,0.68G·km^{-1}，而在本影中靠近本影和半影边界的地方达到最大，分别为 4.74,2.87,2.18G·km^{-1}。最后他们采用 $T_{\rm eff}$ =5000K 对应的大气模型产生的结果作为半影磁场梯度拟合值。值得指出的是，他们也意识到矢量磁场推导方法与谱线形成深度的获取无直接的逻辑联系，认为求得的矢量磁场仅是在一个标高和可分辨的面元中的平均值。这正是由贡献函数只能得出粗略平均梯度的原因。

首先利用响应函数推导太阳上矢量磁场和速度场分层结构的是 Landolfi[8]。他采纳 Landi Degl'Innocenti E. 和 Landi Degl'Innocenti M. 给出的响应函数 $R_k(\tau)(k=0,1,2,3$ 相应于斯托克斯参量 I 、 Q 、 U 、 V)(见文 (II) 中文献 [4,5])，它们满足

$$\delta I_k=\int_0^\infty R_k(\tau)\delta q(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{2}$$

为了说明方法的可行性及使计算简化， Landolfi[8] 作了如下假设： (1) 磁场和速度场的梯度小至可以运用扰动方法处理，因而式 (2) 成立； (2) 这两种梯度可表示为连续背景光学厚度 τ 的线性函数； (3) 大气为静态，谱线在 LTE 下形成； (4) 大气结构能被 Milne–Eddington 模型近似地描述，于是可用在此模型下得到的转移方程组的分析解来导出矢量磁场及其梯度。归一化的斯托克斯轮廓 ($I_{0,1,2,3}$ =I 、 Q 、 U 、 V)

$$S_0\equiv\frac{\mathrm{I_c}-\mathrm{I_0}}{\mathrm{I_c}}\equiv\frac{\mu\beta}{1+\mu\beta}\left(1+\frac{\mathrm{U_0}}{\Delta}\right) \tag{3}$$

$$S_i\equiv\frac{\mathrm{I}_i}{\mathrm{I}_c}\equiv\frac{\mu\beta}{1+\mu\beta}\frac{\mathrm{U}_i}{\Delta},\quad i=1,2,3 \tag{4}$$

式中 β 为线性变化的源函数的斜率， Δ 和 $\mathrm{U}_{0,1,2,3}$ 为吸收矩阵中各元素的函数，其表达式可在文献 [9] 中找到。

根据观测到的斯托克斯归一化轮廓 $S_k^{\rm obs}$， ($k=1,2\ldots,N$，为波长取样点)，由公式 (3) 和 (4) 运用最小二乘法可得出参量 $\eta_0, \Delta\lambda_{\rm D}, \mathit{\Gamma}, \boldsymbol{H}(H,\psi,\phi), \mu\beta/(1+\mu\beta)$ 和 λ_0 单一的最佳拟合值。其中， η_0 为线心与连续谱线吸收系数之比， $\boldsymbol{H}$ 为矢量磁场， λ_0 为谱线线心波长，由拟合出的参量值可得出 $S_k^{\rm fit}$。 $S_k^{\rm fit}$ 和 $S_k^{\rm obs}$ 存在一定的差值，其产生的原因恰好在于拟合值存在着梯度而并非单一。假定

$$\delta q(\tau)=q_0+q_1\tau \tag{5}$$

$q(\tau)$ 代表上面列出的拟合参量随深度的分布， q_0 和 q_1 可以通过使下式表达的方差取极小得出

$$\chi^2(q_0,q_1)=\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=0}^{3}\omega_k\left[S_{k,i}^{\rm obs}-S_{k,i}^{\rm fit}-q_0A_{k,i}^{\langle q\rangle}-q_1C_{k,i}^{\langle q\rangle}\right]^2 \tag{6}$$

式中下标 i 为谱线中波长点取样数目， ω_k 为权重因子，引入它后允许在某些拟合中将 S_0 排除在外， $A_{k,i}^{\langle q\rangle}$ 和 $C_{k,i}^{\langle q\rangle}$ 与响应函数存在如下关系

$$A_k^{\langle q\rangle}=\zeta_kI_{\rm c}^{-1}\int_0^\infty R_k^{\langle q\rangle}(\tau){\rm d}\tau \qquad C_k^{\langle q\rangle}=\zeta_kI_{\rm c}^{-1}\int_0^\infty \tau R_k^{\langle q\rangle}{\rm d}\tau \tag{7}$$

$$\zeta_0=-1 \qquad \zeta_{1,2,3}=1$$

由于该文只考虑导出 $\boldsymbol{H}$ 和速度场 $\omega(\tau)$ 的分层结构，故对其它参量而言 $\delta q(\tau)$ 为零。与上述解 (3) 、 (4) 时所作的假设相同，响应函数计算也采用 Milne–Eddington 模型。

考虑到吸收矩阵相对于线心 λ_0 的对称性质，由磁场和速度场梯度导致的效应在作一阶近似分析时有如下区别：在磁场梯度存在的情况下， $S_{k,i}^{\rm obs}$ 与 $S_{k,i}^{\rm fit}$ 之差具有关于 λ_0 大致的对称特征，即 δI, δQ, δU 对称，而 δV 反对称；速度梯度则产生不同的特征。 $S_{k,i}^{\rm obs}$ 与 $S_{k,i}^{\rm fit}$ 之差在一般情形下并非严格的对称或反对称，可以将这个差别分为两个部分 T_k 和 T_k'， $T_{0,1,2}$ 和 T_3' 对称，而 $T_{0,1,2}'$ 和 T_3 反对称。方程 (6) 表示的方差函数便可根据对磁场和速度场分开写出：

$$\chi_{\boldsymbol{H}}^2(q_0,q_1)=\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=0}^{3}\omega_k\left[T_{k,i}-q_0A_{k,i}^{\langle q\rangle}-q_1C_{k,i}^{\langle q\rangle}\right]^2 \tag{8}$$

$$\chi_{\omega}^2(q_0,q_1)=\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=0}^{3}\omega_k\left[T_{k,i}'-\omega_0A_{k,i}^{(\omega)}-\omega_1C_{k,i}^{(\omega)}\right]^2 \tag{9}$$

因而使 $\chi_{\boldsymbol{H}}^2$ 极小能给出磁场梯度信息， χ_ω^2 的极小则给出速度梯度 $\delta\omega=\omega_0+\omega_1\tau$。

Landolfi 用 Fe I λ6302.5Å的合成轮廓对以上提出的方法的适用性和精度进行了检验，结果表明：

(1) 如果在谱线形成区域中磁场矢量只有一个分量随光学厚度变化，或都随光学深度变化，但只有一个分量的变化占显著地位，那么以上的方法能以很好的精度确定出这个变化；另一方面，如果磁场强度不随深度变化，而速度梯度存在，则可以用此方法以较小的误差导出这个梯度，其结果与磁场强度的大小和方向无关；

(2) 如果磁场梯度和速度梯度同时存在，此法可以区分出它们对斯托克斯轮廓的影响，且确定出的两种梯度可以与它们单独存在时导出的精度相同；

(3) 如果矢量磁场的两个分量同时变化，此法则不能分开它们对轮廓的影响。在此情形下，只有一种梯度可以检测出，导出的梯度比它们单独存在时误差要大；

(4) 此法既依赖于选取的谱线又依赖于谱线形成区域的热力学结构。

Ruiz Cobo 和 del Toro Iniesta[10] 受 Landi Degl'Innocenti 和 Landolfi (见文 (II) 中文献 [7]) 的工作启发，运用响应函数在 LTE 下导出温度、磁场矢量、以及视向速度的分层结构。他们指出，用非线性最小二乘法对观测轮廓的反演包含了方差函数 χ^2 的极小化，此函数定义为

$$\chi^2=\frac{1}{\nu}\sum_{k=1}^{4}\sum_{i=1}^{M}\left[I_k^{\rm obs}(\lambda_i)-I_k^{\rm syn}(\lambda_i)\right]^2 \tag{10}$$

下标 $i(=1,2,\cdots,M)$ 给出轮廓中波长点的取样数，上标 “obs” 和 “syn” 分别代表观测和合成轮廓，ν 为观测量和模型参量的数目之差给出的自由度。χ^2 是大气模型的函数，将深度格点化后的大气模型由一个共有 $n\times p+r$ 个分量的形式矢量 $\boldsymbol{a}$ 表征，n 为光学深度的格点数，p 为随深度变化的物理量数目，而 r 则为不随深度变化的单值物理量数目。$\boldsymbol{a}$ 可表示为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}\ \equiv\ &[T(\tau_1),T(\tau_2),\cdots,T(\tau_n),H(\tau_1),H(\tau_2),\cdots,H(\tau_n),\\ &\gamma(\tau_1),\gamma(\tau_2),\cdots,\gamma(\tau_n),\Phi(\tau_1),\Phi(\tau_2),\cdots,\Phi(\tau_n),\\ &v(\tau_1),v(\tau_2),\cdots,v(\tau_n),\xi_{\rm mic},\xi_{\rm mac}]^{\rm T}\end{aligned}\tag{11}$$

上标 T 表示矩阵转置，T 为温度，H 、γ 、ϕ 分别为磁场矢量的大小、倾角和方位角，v 为视向速度，$\xi_{\rm mic}$ 和 $\xi_{\rm mac}$ 分别代表微观和宏观的湍动速度。在特殊情形下，宏观湍动效应可与对斯托克斯轮廓分别进行高斯轮廓卷积等效。格点化的响应函数 $R_k(\lambda,\tau)$ 由下式定义

$$\delta I_k(\lambda_i)=\Delta\lg(\tau)\ln 10\sum_{j=1}^{n}c_j\tau_jR_k(\lambda_i,\tau_j)\delta a_j\tag{12}$$

$\Delta\lg(\tau)$ 为等距对数间隔，方差函数在一阶线性扰动下为

$$\begin{aligned}\delta\chi^2\ &=\ \tfrac{2}{\nu}\textstyle\sum_{k=1}^{4}\sum_{i=1}^{M}\left[I_k^{\rm obs}(\lambda_i)-\delta I_k^{\rm syn}(\lambda_i)\right]\\ &=\ \tfrac{2}{\nu}\Delta\lg(\tau)\ln 10\times\textstyle\sum_{j=1}^{n}\left\{\sum_{k=1}^{4}\sum_{i=1}^{M}\left[I_k^{\rm obs}(\lambda_i)-I_k^{\rm syn}(\lambda_i)\right]\right.\\ &\quad\ \left.\delta I_k^{\rm syn}(\lambda_i)c_j\tau_jR_k(\lambda_i,\tau_j)\right\}\delta a_j\end{aligned}\tag{13}$$

从上式可看出，响应函数 $R_k(\lambda_j,\tau_j)$ 扮演了 χ^2 对模型中待求参量偏导数的角色，它可以用 DELO 方法计算出 (见文 (I) 中文献 [20])。

一般说来，反演方法可由令方程 (10) 中 $\delta\chi^2$ 为零来实行，但 Ruiz Cobo 和 del Toro Iniesta 采用稳定性更好的 Marquardt 算法，即根据下述方程

$$V\chi^2(\boldsymbol{a})+\boldsymbol{A}\delta\boldsymbol{a}=0\tag{14}$$

来迭代解出 $\boldsymbol{a}$. 方程中 $\boldsymbol{A}$ 称为曲率矩阵，它近似为轮廓对各参量的一阶偏导数的乘积，因而从响应函数可直接得出，其对角元素通常由响应函数的平方乘以一个用于控制收敛速度和方向的因子构成。

迭代过程所需初值 $\boldsymbol{a}_0$ 由初始大气模型给出，而 $H(\tau)$ 、$\gamma(\tau)$ 、$\phi(\tau)$ 的初值可采用 Jefferies 和 Milkey[11] 的弱场近似方法由观测轮廓得出，视向速度的初值由观测的 V 轮廓线心的平均波长位置给定，电子压力随深度的变化由流体平衡方程算出。这样，作为初值的 $I_k^{\rm syn}$ 和响应函数可同时算出，由 (14) 式解出 $\delta\boldsymbol{a}$ 从而得出迭代一次后的 $\boldsymbol{a}$，将此迭代后的 $\boldsymbol{a}$ 代入 (14) 式后，便得到新的 δa，如此反复直至收敛为止。

Ruiz Cobo 和 del Toro Iniesta 选取 6 条波长从 4574.22 Å到 6301.52 Å的谱线的合成轮廓对以上方法进行了检验。产生合成轮廓的大气模型采用 Maltby 等人 [12] 的黑子本影核模型，取 $\Delta\lg(\tau)=0.1$, 从 $\lg(\tau)=1.2$ 计算到 $\lg(\tau)=-3.6, H(\tau)$ 、$\gamma(\tau)$ 、$\phi(\tau)$ 和 $v(\tau)$ 的设置采用随对数 $\lg(\tau)$ 线性增加的模式。用来拟合的初值模型采用根据 Henoux[13] 的本影模型导出的 6 个模型，其中温度分层结构为将上述本影模型的温度分别增加 0K 、−300K 、+300K 、+600K 、

$+400\mathrm{K}+140\lg(\tau)\mathrm{K}$ 和 $+600\mathrm{K}+150\lg(\tau)\mathrm{K}$，之所以取这么多初值模型在于检验拟合的唯一性，$\xi_{\rm mic}$ 和 $\xi_{\rm mac}$ 的初值取为 $1\mathrm{km\cdot s^{-1}}$ 和 $1.5\mathrm{km\cdot s^{-1}}$。拟合表明，从 $\lg(\tau)=0.2$ 到 $\lg(\tau)=-2.6$，由 6 个初值模型导出的值与输入值符合得很好，而离开这个深度范围越远，导出的值偏离输入值越大，且不同初始模型导出的值之差更大。

为了考察噪声对拟合结果的影响，他们在合成轮廓中加入了信噪比 S/N=250 的连续背景强度，结果发现噪声似乎并不影响拟合结果。如果减少参与拟合的谱线数目 (如仅采用 Fe I 6301.5Å和 Fe I 6302.5Å两条线)，导出的值具有和拟合 6 条谱线同样的效果。最后他们只用斯托克斯 I 和 V 轮廓，结果表明能得出满意拟合值的深度范围稍稍变窄，但在此深度范围内拟合结果同样精确。这从另一方面说明，磁光效应的影响在 I 和 V 轮廓中足够大，以至不用 Q 和 U 轮廓也能导出磁场方位角的分层结构 $\phi(\tau)$。

1.2 与谱线形成深度理论无关的推导法

采用与谱线形成深度理论无关的方法也能得出矢量磁场空间的三维结构或其某一分量随深度的变化。早在 1954 年，Hubent[14] 就根据观测到的塞曼分裂 σ 分量的不对称性来确定磁场梯度。1979 年，叶式煇等人 [15] 再次拓展了这种方法，他们通过假设磁场强度随深度线性变化作为一级近似来计算铁线 6302.5 Å的理论轮廓发现，磁场梯度越大，不对称性越明显，采用两个特征波长标度 δ 和 ε 中的任意一个作为测量梯度的量，结果发现太阳黑子的磁场梯度约为 $1\mathrm{G\cdot km^{-1}}$。叶式煇和金介海 [16] 发现了一种判断磁力线随深度扭绞的方法。其具体作法是，取黑子上一个固定的观测点，由得出的 Q 和 U 轮廓可计算出磁方位角 ϕ，如果从线心到线翼测量，便可得出以 Q 和 U 为坐标的方位角图，如果磁场结构出现较强扭绞，图中的曲线将显现出环形结构，如果扭绞较弱，曲线呈半圆形，从曲线的绕向还可判别出磁力线扭绞的方向。这种方法假设了从线心到线翼谱线形成深度逐渐增加。

一般说来，若要完整地导出太阳矢量磁场的结构，在不对该结构作任何解析表述的假设下，通常需使导出的矢量磁场一开始便能与一确定的深度相联系，即需将导出的磁场定位。这一困扰研究者们多年而不得不利用谱线形成深度理论的问题，我们在文献 [17,18,19] 中解决了，导出同一深度热力学参量是逆推下一层轮廓的必要条件，虽在这三篇文献中未能完全求解这些参量，但只要导出的轮廓与真实轮廓相差不太大，即使热力学参量不是拟合得很好，也可能在一定的深度范围导出比较精确的矢量磁场。

这种由我们建立的、可称为直接反演法的思想是基于如下观点：转移方程组作为微分方程形式描述了轮廓随深度的变化，它具有数值上的可解性，而观测轮廓则给出了其所需的边界条件，只要我们能从任一层的轮廓导出影响轮廓的物理参量，那么我们便可从表面出发逐层往下推导。为了从表面观测轮廓获得下层的斯托克斯 $\boldsymbol{I}$ 轮廓，可以通过其关于 τ 的泰勒展式得到：

$$\boldsymbol{I}(\tau+\Delta\tau)=\boldsymbol{I}(\tau)+\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{I}}{\mathrm{d}\tau}\Delta\tau+\cdots\cdots \tag{15}$$

从转移方程组可得出 $\mathrm{d}\boldsymbol{I}/\mathrm{d}\tau$，只要 $\Delta\tau$ 足够小，$\boldsymbol{I}(\tau+\Delta\tau)$ 便可从上式取一阶近似得到。

事实上，我们的矢量磁场推导法一开始便得到了表面矢量磁场的精确信息。首先我们将大气深度格点化后，在每两个格点间包含的层次中假定 Q 、U 、V 轮廓非线心处的极值波长点不产生位移或这种位移随深度变化足够小，即这些位置的变化在整个大气层中是不连续的。由此假设我们可得到如下的三个方程 (其中 $\eta_{\rm I,Q,U,V}$ 为吸收系数，$\rho_{\rm Q,U,V}$ 为磁光效应系

数)：

$$\begin{aligned}
&\eta'_{\rm Q}(\mathrm{I}-S_{\rm l})+\eta'_{\rm I}Q+\eta_{\rm Q}I'+\rho'_{\rm V}U-\rho'_{\rm U}V+\rho_{\rm V}U'-\rho_{\rm U}V'=0, \quad \nu=\nu_{\rm extre,Q}\\
&\eta'_{\rm U}(\mathrm{I}-S_{\rm l})+\eta'_{\rm I}U+\eta_{\rm U}I'+\rho'_{\rm Q}V-\rho'_{\rm V}Q+\rho_{\rm Q}V'-\rho_{\rm V}Q'=0, \quad \nu=\nu_{\rm extre,U}\\
&\eta'_{\rm V}(\mathrm{I}-S_{\rm l})+\eta'_{\rm I}V+\eta_{\rm V}I'+\rho'_{\rm U}V-\rho'_{\rm Q}U+\rho_{\rm U}Q'-\rho_{\rm Q}U'=0, \quad \nu=\nu_{\rm extre,V}
\end{aligned} \tag{16}$$

式中上标 $'$ 表示对波长求导， $\nu_{\rm extre,Q,U,V}$ 分别表示 Q 、 U 、 V 的极值波长点，其中对源函数关于波长的导数使用了以下很好的近似：

$$S'_{\rm c}=S'_{\rm l}=0 \tag{17}$$

方程组 (16) 在吸收和磁光效应系数 $\eta_{\rm I,Q,U,V}$ 和 $\rho_{\rm Q,U,V}$ 中含有矢量磁场　$\boldsymbol{H}(H,\gamma,\chi)$ 三个未知数，需输入不同组的 a, $\Delta\lambda_{\rm D}$ 和 $S_{\rm l}$ 初值。通过不同组的初值输入产生不同的拟合，经过由拟合建立起的经验判据可得出 ($\boldsymbol{H}$, a, $\Delta\lambda_{\rm D}$, $S_{\rm l}$) 。由判据确定出的热力学参量 a, $\Delta\lambda_{\rm D}$, $S_{\rm l}$ 精度还不能令人满意，剩下的连续谱源函数 $S_{\rm c}$ 还需通过 I 轮廓远线翼走向估出，最困难的是如何导出线心和连续背景吸收系数之比 η_0 ，我们在文献 [19] 中根据输入值取其第一位有效数字给出。

尽管我们运用合成轮廓只进行了初步的拟合，但结果表明，只要导出的轮廓与真实轮廓相差不大，那么便可得到矢量磁场空间三维结构。当然，还需给出一种避免导出的轮廓发散的约束方程，可能的选择便是 DELO 方法给出的关于 $\boldsymbol{I}(\tau+\Delta\tau)$ 和 $\boldsymbol{I}(\tau)$ 的关系式 (见文 (I) 中文献 [20]) 。

2　述　评

以上我们叙述了谱线形成深度理论在推导矢量磁场空间三维结构方面的应用，以及不依赖于此理论的推导方法。显然，利用贡献函数导出的结果不如用响应函数的结果好，原因在于推导出的平均磁场强度所对应的深度与贡献函数推得的形成深度不能很好的匹配，两种深度在逻辑上没有内在的联系。表 1 可清楚地看出。另一方面，用响应函数能与磁场推导相匹配的原因在于此函数自然地出现在方差函数中 (见方程 (13))，而此函数正可用来导出矢量磁场和某些热力学参量。利用谱线形成深度理论的推导方法不仅限于以上列举的，如利用太阳边缘效应，即考虑到越靠近太阳边缘谱线形成高度越接近表面，由磁场靠近边缘的分布 $H(\mu)$ 得到 $H(\tau)$[20,21] 。但用该方法的必要条件是谱线在磁场中完全分裂，且必须注意到具体的磁场特征和不同观测对象的内部差异，因而用此方法最多只能得到粗略的 $H(\tau)$[22]；

从本系列 3 篇文章可看出谱线形成深度理论在很多方面均有使用价值，但这并不意味着提取与深度有关结构的信息必须用此理论。在本文第 1.2 节便谈到我们建立的不利用谱线形成深度理论的方法。事实上，除了我们以上列举的方法外，可得到磁场强度大小和某些热力学参量的分层结构的方法还有

(1) 利用具较大塞曼分裂的谱线 σ 分量宽度随纵向磁场强度梯度增加而增加的事实来导出这个梯度；

(2) 利用斯托克斯 V 轮廓红、蓝端的不对称性，条件是必须扣除由速度场梯度产生的因素和假定磁场倾角 γ 和方位角 χ 为常量，其导出的 $\mathrm{d}H/\mathrm{d}z$ 也是很粗略的 [23]；

(3) 利用斯托克斯 V 轮廓的最小二乘反演及磁流管模型导出磁场强度大小及温度的分层结构 [24] 。

从以上所述可知，现有比较好的方法是 Ruiz Cobo 和 del Toro Iniesta[10] 创立的方法和我们的方法 [19] 。两种方法互为补充。正如 Ruiz Cobo 和 del Toro Iniesta[10] 的实验结果表明，在色球中上层和光球底层处，他们的方法导出的结果误差较大，而我们的方法在太阳色球上层导出的结果精度相当好。两种方法各有缺陷， Ruiz Cobo 和 del Toro Iniesta 的方法当响应函数曲线峰值附近较宽时精度降低，而我们的方法往大气深层推导会出现轮廓发散现象，导致精度越来越低，因而必须引入一种约束机制来克服这一缺陷。

总的来说，导出矢量磁场空间三维结构的理论正以不同方式趋于成熟，我们相信在不远的将来定会完全解决这一重要而诱人的课题。

参 考 文 献

[1] Stenflo J O. Solar Phys., 1973, 32:41
[2] Solanki S.K. Space Science Review, 1993, 63: 1
[3] Grossmann-Doerth U, Solanki, S K. Astron. Astrophys., 1990, 238: 279
[4] Basri G S, Marcy G W. Ap. J., 1988, 330: 274
[5] Solanki S K. Astron. Astrophys., 1986, 168: 311
[6] Bruls J H M J, Solanki S K, Rutten R J *et al.* Astron. Astrophys., 1995, 293: 225
[7] Skumanich A, Lites B W. Ap. J., 1987, 322: 473
[8] Landolfi M. Solar Phys., 1987, 109: 287
[9] Landolfi M, Landi Degl'Innocenti E. Solar Phys., 1982, 78: 355
[10] Ruiz Cobo B, del Toro Iniesta J C. Ap. J., 1992, 398: 375
[11] Jefferis J T, Milkey D L. Ap. J., 1991, 372: 694
[12] Maltby P, Avrett E H, Carlsson M. *et al.* Ap. J., 1986, 306: 284
[13] Henoux J C. Astron. Astrophys., 1969, 2: 288
[14] Hubent H. Zeitschr. Astrophys., 1954 34: 110
[15] 叶式辉，王振一，金介海. 天文学报， 1979, 20: 275
[16] Ye Shihui, Jin Jiehai. Solar Phys., 1990, 129: 247
[17] Qu Zhongquan, Ding Youji, Xuan Jiayu. Astrophys. Space Sci., 1993, 208: 229
[18] 屈中权，丁有济，宣家余. 天文学报. 1994, 35: 185
[19] 屈中权，丁有济，张胥宇，陈学昆. 天文学报. 1996, 37: 201
[20] Stenflo J O, Solanki S K, Harvey J W. Astron. Astrophys., 1987, 171: 305
[21] Stenflo J O, Solanki S K, Harvey J W. Astron. Astrophys., 1987, 173: 167
[22] Solanki S K, Keller C, Stenflo J O. Astron. Astrophys., 1987, 188: 183
[23] Bunte M, Solanki S K, Steiner O. Astron. Astrophy. 1993, 268: 736
[24] Keller C U, Solanki S K, Steiner O, Stenflo J O. Astron. Astrophys., 1990, 233: 583

(责任编辑 刘金铭 郭盛炽)

Theory of Line Formation Depth and Its Application (III): Derivation of the Structure of Solar Vector Magnetic Fields

Qu Zhongquan Ding Youji Zhang Xiaoyu Chen Xuekun

(*Yunnan Observatory, the Chinese Academy of Sciences, Kunming 650011*)

Abstract

The application of the theory of line formation depth to the derivation of the structure of solar magnetic fields is described and some typical samples are given. It is pointed out that it is more excellent for the response function to derive the structure of the line parameters than for the contribution function, However, the application of both functions have their limitations and the reason is analyzed. In the comparison with such application, the methods independent of the theory mentioned above are also given.

Key words line: formation—line: profiles—Sun: magnetic field